

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

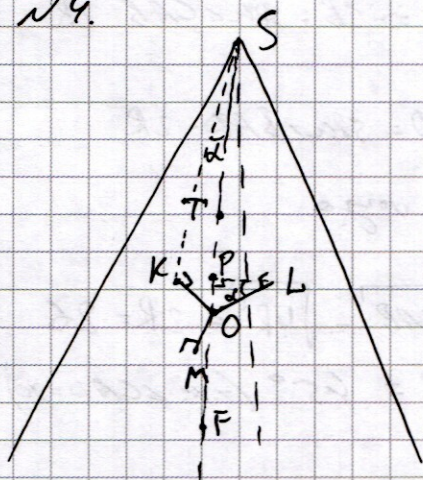
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓4.



R - кольцо сфер; $\Rightarrow T \cup F \subseteq SO$,
 $TO = OF = R$.

Заметим, что сечение трёхгранного угла плоскостью, перпендикулярным SO будет подобным треугольнику, т. к. длина отрезка пересечения такой плоскости с каждой гранью будет пропорциональна расстоянию

между δ' и δ плоскостью. Тогда площади этих
треугольников будут равны как и квадраты отрезков.
расстояний между δ' и соответствующими плоскостями.

Таким образом $\frac{4}{9} = \left(\frac{ST}{SF}\right)^2 \Rightarrow \frac{ST}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow TF = \frac{1}{3} SF \Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{ST}{4} \Rightarrow ST = 4R. \text{ Пусть исходная площадь} = S_0.$$

$$L = \angle KSO = \arcsin\left(\frac{KO}{SO}\right) = \arcsin\left(\frac{R}{5R}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

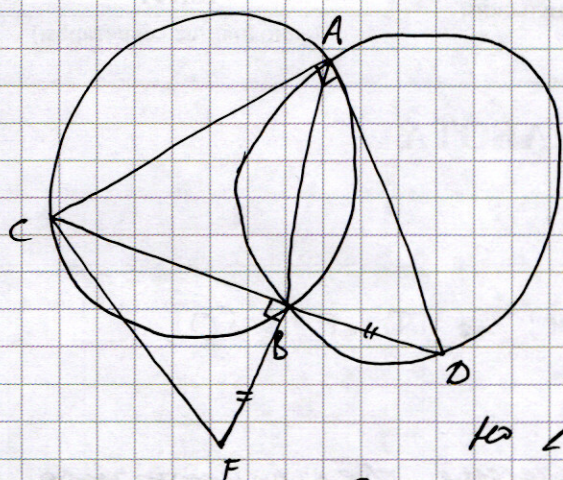
~~КЛМ~~ ΔSO - ΔP P - точка пересечения KLM и прямой
плоск. KLM и прямой SO . Заметим, что $плоск. KLM \perp SO$,
т.к. ортогоны проекции K, L и M на SO из точки P ,
ведь $OP = OL \sin \alpha = OM \sin \alpha = OK \sin \alpha = R \sin \alpha = \frac{R}{\xi}$.

Maka $\frac{S_0}{4} = \left(\frac{SP}{ST}\right)^2 = \left(\frac{5R - \frac{R}{5}}{4R}\right)^2 = \left(\frac{\frac{24R}{5}}{4R}\right)^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{144}{25} = 5,76$$

Orbem: $\arcsin(\frac{1}{5})$; 5,76

№6



~~По 4. кругу~~

$$R = 13.$$

По 7. кругу:

$$\frac{CB}{\sin \angle CAB} = 2R \Rightarrow CB = \sin \angle CAB \cdot 2R$$

то же
аналогично $BF = BD = \sin \angle BAD \cdot 2R$

то $\angle BAD = 90^\circ - \angle CAB$, тогда

$$BF = \cos \angle CAB \cdot 2R$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{4R^2 \sin^2 \angle CAB + 4R^2 \cos^2 \angle CAB} = \sqrt{4R^2} = 2R = 26$$

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{2R} = \sin \angle ADB \Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \text{ (т.к. } \angle CAD = 90^\circ)$$

$$\text{Тогда } CD = \sqrt{2} AC \Rightarrow AC = \frac{CD}{\sqrt{2}}$$

$$BC = 2 \cdot 13 \cdot \sin \angle CAB = 10 \Rightarrow \sin \angle CAB = \frac{5}{13}; \text{ тогда } \cos \angle CAB = \frac{12}{13}$$

$$\angle BCF = \arccos \left(\frac{BC}{CF} \right) = \arccos \left(\frac{10}{26} \right) = \arccos \left(\frac{5}{13} \right)$$

$$\text{Аналогично } \angle BCF = \arcsin \left(\frac{12}{13} \right)$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 = BD \Rightarrow CD = 34$$

$$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin(\angle BCF + 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 26 \cdot \sin(\angle BCF + 45^\circ) =$$

$$= 221\sqrt{2} \sin(\angle BCF + 45^\circ); \sin(\angle BCF + 45^\circ) = \sin \angle BCF \cos 45^\circ + \cos \angle BCF \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \angle BCF + \cos \angle BCF) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin \arcsin \frac{5}{13} + \cos \arcsin \frac{5}{13} \right) = \frac{17\sqrt{2}}{26}$$

$$S_{ACF} = 221\sqrt{2} \cdot \frac{17\sqrt{2}}{26} = 289$$

Ответ: а) 26 ; б) 289

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.
$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) & x < 0; y > 0 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(1): $x^2 + (4+y)x + 8y - 2y^2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-4-y \pm \sqrt{16+y^2+8y-32y+8y^2}}{2} = -2y; y-4$$

Если $x = -2y$, то:

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right) \lg y = (2y) \lg(2y^2)$$

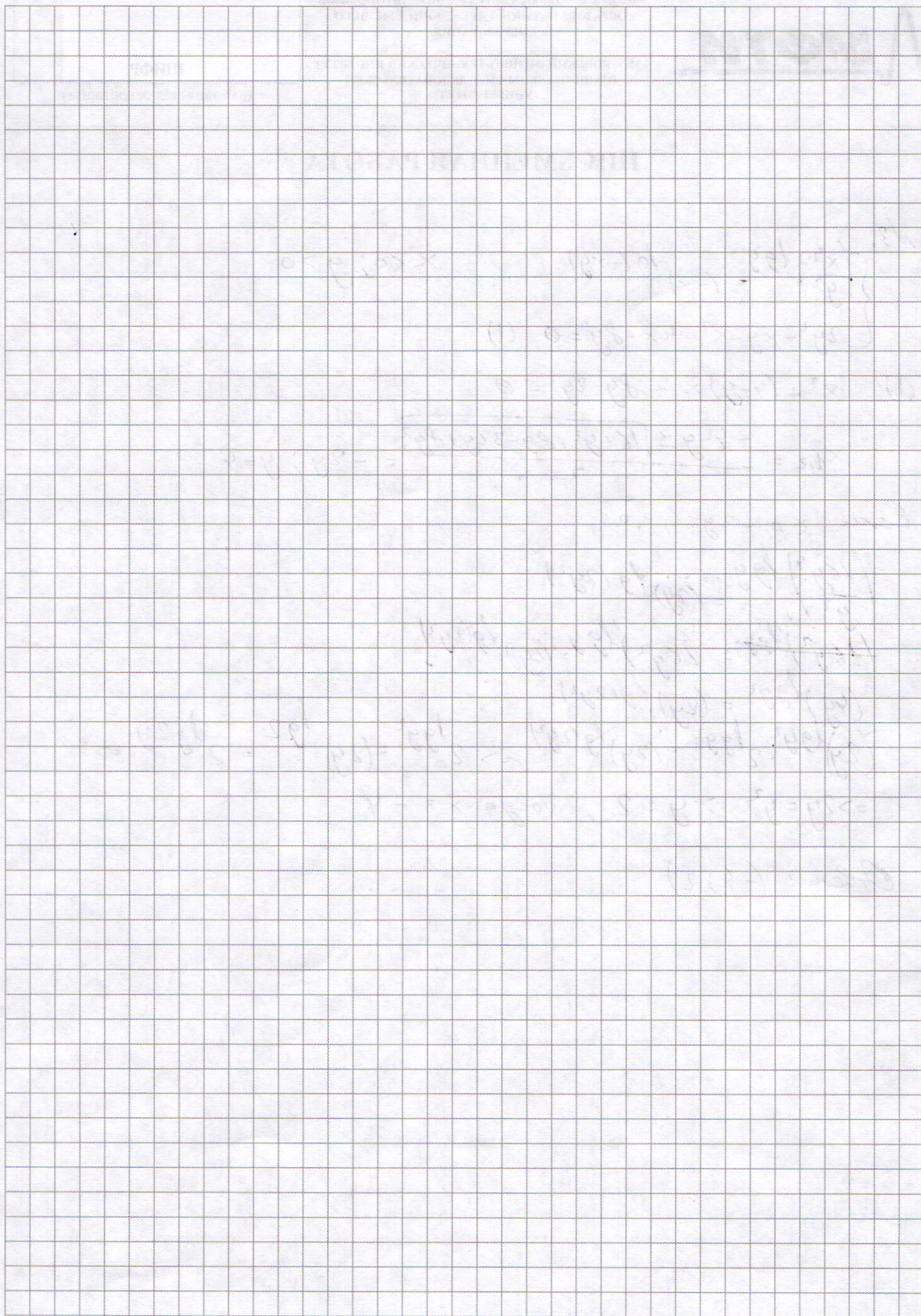
$$\frac{16y^2}{y^2} \lg y = (2y) \lg(2y^2)$$

$$(4y) \lg y^2 = (2y) \lg(2y^2)$$

$$(2y) \lg y^2 \cdot 2 \lg y^2 = (2y) \lg(2y^2) \Rightarrow 2 \lg y^2 = (2y) \lg 2 = 2 \lg 2y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2y = y^2 \Rightarrow y = 2, \text{ тогда } x = -4$$

Ответ: $(-4; 2)$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$16875 = 5^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ 4 цифры это 5, а остальные 4 цифры это или 3 цифры 3 и одна цифра 1 или одна цифра 9, одна цифра 3 и одна цифра две цифры 1. В первом случае таких чисел всего $C_8^4 \cdot C_4^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 = 280$ (т.к. C_8^4 способов выбрать места для цифр 5 и C_4^1 для цифр 9). Во втором случае таких чисел $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 \cdot 3 = 840$ (C_8^4 спос. выбрать места для "5", C_4^1 для "9" и C_3^1 для "3"). В итоге $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$1) \cos 5x - \sin 5x = 0 \Rightarrow \cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} - 5x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 5x = -\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x \in \emptyset \end{cases}$$

$$2) \cos 5x - \sin 5x \neq 0$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2}(\cos x + \sin x)$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Проверим, не пересекаются ли три полуоткрытые множества:

$$\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} = 10\pi k$$

$$\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \Leftrightarrow 0 = \pi + 8\pi k$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \Leftrightarrow 0 = \frac{\pi}{2} + 7\pi k. \text{ Пересечения нет.}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \right\}, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① 2 3 + ② 5 ④ 7
X

$$\begin{array}{r} 16875 \mid 5 \\ 3375 \mid 5 \\ 675 \mid 5 \\ 135 \mid 5 \\ 27 \mid 3 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} 5^4 = 25^2 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ \times 25 \\ \hline 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 525 \\ \hline 625 \\ + 5375 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$13 \Rightarrow 4$ цифра = 5
или оставшее 200
3 цифра 3 и 1 1
или 19, 83 и 21

~~8.6.7.~~ $8.7.6.5 : 24 = 2.4.5 = 70$
 $4! = 24$

$$\cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) =$$

$$\begin{aligned} &= \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x + \cos 5x \cos 2x + \\ &\quad + \sin 5x \sin 2x = \\ &= 2 \cos 5x \cos 2x \end{aligned}$$

$$\sin(5x+2x) + \sin(5x-2x) =$$

$$\begin{aligned} &= \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x + \sin 5x \cos 2x - \cos 5x \sin 2x = \\ &= 2 \sin 5x \cos 2x \end{aligned}$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

1) $\cos 5x = \sin 5x$

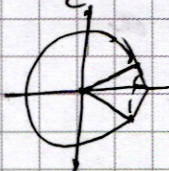
2) не работ

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \quad x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$\cos a = \sin b$$

$$0 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$



$$\cos 5x = \cos(\frac{\pi}{2} - 5x)$$

$$\begin{aligned} 10x &= \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x &= \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{8k}{5}$$

$$\frac{8}{28} + \frac{28k}{12}$$

$$\frac{8}{12} + \frac{28k}{3}$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{8k}{5} = \frac{\pi}{28} + \frac{28k}{7}$$

$$\frac{7\pi}{5} + 7k = \frac{5\pi}{5} + 10k$$

$$2k = \frac{2\pi}{5} = 10k$$

$$\frac{\pi}{28} + \frac{28k}{7} = \frac{8}{12} + \frac{28k}{3}$$

$$\frac{3\pi}{5} + 6k = \frac{2\pi}{5} + 14k$$

$$0 = \pi + 8k$$

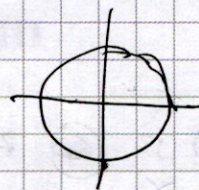
$$\frac{\pi}{20} + \frac{8k}{5} = \frac{\pi}{12} + \frac{28k}{3}$$

$$\frac{3\pi}{5} + 3k = \frac{5\pi}{5} + 10k$$

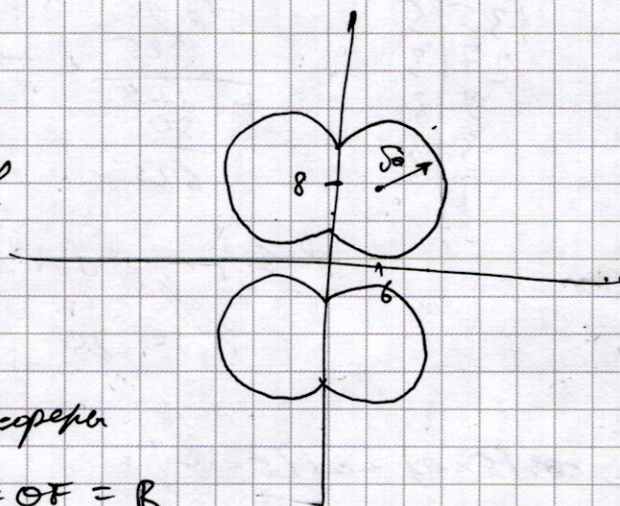
$$0 = \frac{\pi}{2} + 7k$$

$$|x - 6 - y| = 12$$

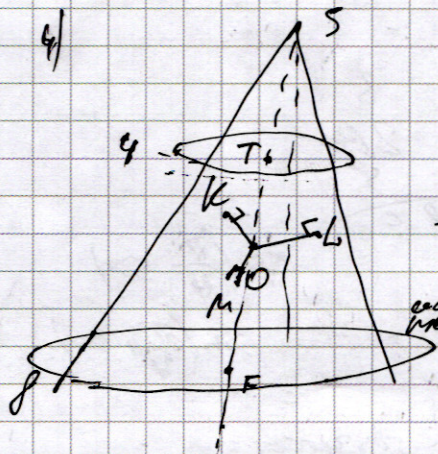
$$-|x - 6 + y|$$



$$\arcsin\left(\frac{160}{50}\right)$$



4)



R - радиус сферы

$$TR = TO = OF = R$$

$$\frac{4}{8} = \left(\frac{8R}{5R}\right)^2 \Rightarrow R = \frac{8R^2}{(5R+2R)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4}{50} = \left(\frac{8R}{50}\right)^2$$

$$\frac{50}{8} = \frac{4}{50} = \left(\frac{8R}{50}\right)^2 = \frac{50^2}{(50+R)^2} = \frac{4(50+R)^3}{(50+R)^2} =$$

$$= \frac{4}{8} \cdot 50^2 + \frac{4}{8} \cdot$$

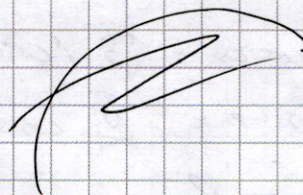
$$\frac{25}{5} \quad \frac{24}{5}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ \hline 195 \end{array}$$

$$28,8$$

$$\begin{array}{r} \times 28,8 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$5,75$$



$$\begin{array}{l} x-y \\ =t \end{array} \quad \begin{array}{l} x+y \\ =g \end{array}$$

$$|t-6| + |g-6| = 12$$

$$\left(\frac{t+g}{2} - 6\right)^2 + \left(\frac{|t-g|}{2} - 8\right)^2 = a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$7) \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^y \\ y < 85 + (3^y - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^y < 85 + 3^y \cdot x - x$$

$$3^y(x-4) + 85 - 3^y x - x > 0$$

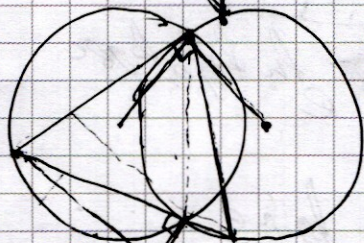
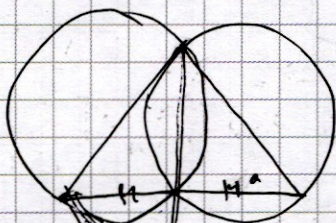
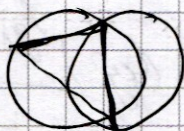
при $x \leq 4$ неверно

$$3^y - 4$$

при $y = 4$

$$0 + 85 - 81 - 4 = 0$$

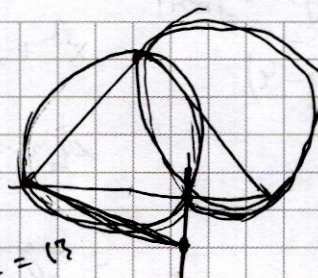
$$\frac{x}{y}$$



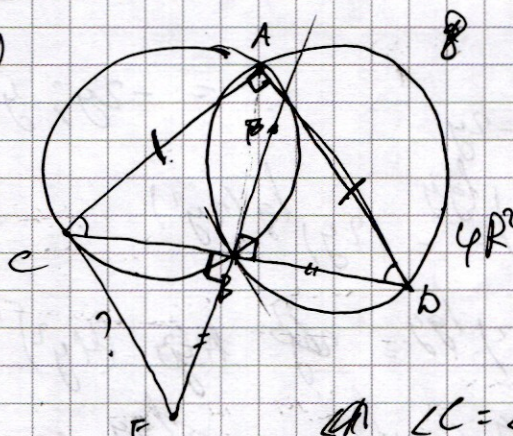
если $\angle CB \neq \angle BD$ то

$$\angle AC = \angle ABD = 2\pi - \angle AD$$

45



$$R = 13$$



$$\angle C = \angle D = \frac{\pi}{4}$$

$$AC = AD$$

$$\angle CAB + \angle PAD = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CB = \angle BD = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{или } \angle AC = \angle AD, \text{ тогда}$$

$$\angle C = \angle D \Rightarrow \angle C = \angle D = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{или } \angle AC = \angle AD, \text{ тогда}$$

$$\angle C = \frac{\pi}{4}$$

$$\angle CB = 2\pi - \angle AB - \angle AC =$$

$$= 2\pi - \angle AB - \angle ABD =$$

$$= \angle AD - \angle AB$$

$$\angle CB + \angle BD = \angle AD - \angle AB + \angle BD =$$

$$= \angle ADB - \angle AB = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{то } \angle ABB + \angle AB = 2\pi \Rightarrow \angle AB =$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^2}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(1-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad x < 0; y > 0$$

$$-x \lg(x+y+4) \\ 2y(y-4)$$

$$x^2 + x(y+4) - 2y^2 + 8y = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{y^2 + 16 + 8y + 8y^2 - 32y}}{2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{9y^2 - 16y + 16}}{2} = \frac{-y-4 \pm (3y-4)}{2}$$

√ ?

$$1) x = -2y$$

$$= -2y; y-4$$

$$4y^2 - 2y^2 - 8y - 2y^2 + 8y$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right) \lg y = (2y) \lg(2y^2) \quad (5y)^2$$

$$(16y^2) \lg y = \cancel{16y^2} \lg y \quad (4y^2) \lg(2y^2) = (4y^2) \lg 2 + \lg y$$

$$4 \lg y \cdot (4y^2) \lg y = (4y^2) \lg y \cdot (4y^2) \lg 2$$

$$4 \lg y = (4y^2) \lg 2$$

$$\frac{4 \lg y}{4} = \frac{(4y^2) \lg 2}{4} \Rightarrow \lg y = y^2 \lg 2$$

$$4 \lg \frac{y}{\sqrt{2}} = y \lg 2$$

$$a \lg b c = \frac{1}{a} \lg a b c$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right) \lg y = (2y) \lg(2y^2)$$

$$(16y^2) \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$(4y) \lg y^2 = (2y) \lg(2y^2)$$

$$2y \lg y^2 \cdot 2 \lg y^2 = (2y \lg y^2) \cdot (2y) \lg 2$$

$$2 \lg y^2 = 2y \lg 2 \Rightarrow y \lg 2 = 2 \lg y^2 - \lg 2 = 2 \lg \frac{y^2}{\sqrt{2}} \lg$$

$$2y^2$$

$$\lg \frac{y^2}{\sqrt{2}} e$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x - b - y = x - b + y$$

$$x - y - b \quad x + y - b$$

$$|x - y - b| = b \Leftrightarrow y = x - b - b$$

$$1) x - y - b > 0$$

$$y < x - b \rightarrow y = x - b - b$$

$$2) x - y - b < 0$$

$$y - x + b = b$$

$$y = x + b - b$$

$$|x + y - b| = 12 - b$$

$$1) x + y - b > 0 \Leftrightarrow y > -x + b$$

$$x + y - b = 12 - b$$

$$x + y = 18 - b$$

$$y = -x + 18 - b$$

$$2) x + y - b < 0 \quad y < -x + b \quad b = 2$$

$$x + y - b = b - 12$$

$$y = -x + b - b$$

$$-x - y + b = 12 - b$$

$$y = -x + b - b$$

$$-x - b + b = x + b - b$$

$$-x - b + b = x + b - b$$

$$-x = x \quad x = 0$$

$$-x + 18 - b = x - b - b$$

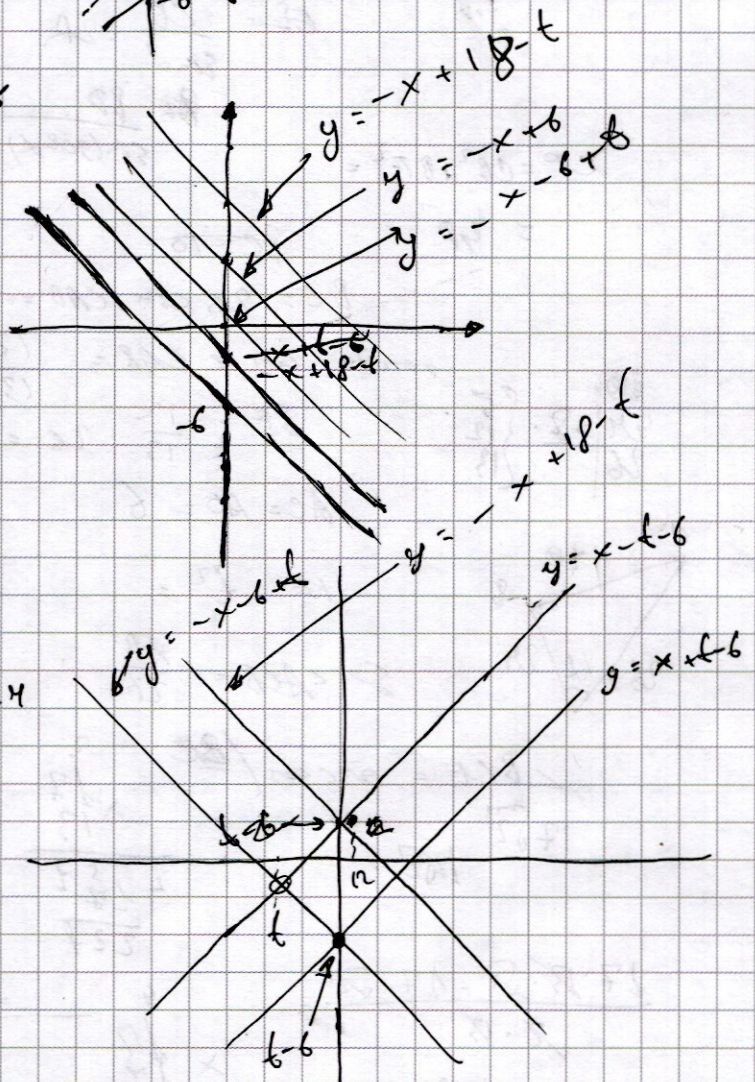
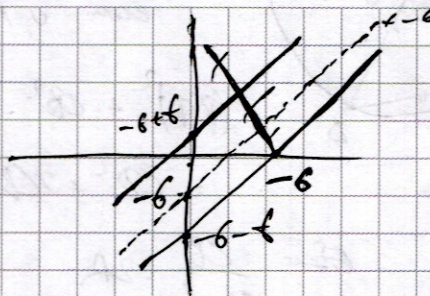
$$2x = 24$$

$$x = 12$$

$$y = b - b$$

$$-x - b + b = x - b - b$$

$$x = b$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^4 \lg y = (-x) \lg(-xy) \cdot y^2 \lg y$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 \lg y = (-x) \lg(-xy) \cdot y^2 \lg y$$

~~функция~~

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$$\frac{\lg x - xy}{\lg}$$

$$\lg(-xy) = \lg(-x) + \lg y$$

$$x^4 \lg y = (-x) \lg(-xy) \cdot y^2 \lg y$$

$$4 \lg y = (-x) \lg -x \cdot (-x) \lg y \cdot y^2 \lg y$$

$$(xy) \lg(-x)$$

$$x = y - 4$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 \lg y = (-x) \lg(-xy) = \frac{y \lg x^4}{x}$$

$$x = y - 4$$

$$(-x)^4 \lg y = y^2 \lg y \cdot (-x) \lg -x \cdot (-x) \lg y$$

~~xy~~

$$4 \lg y + x = y^2 \lg y - x \lg y = y^2 \lg y$$

$$xyca - x \lg y = t$$

$$t^4 = y^2 \lg y \cdot (-x) \lg(-x) = t$$

$$t^3 = y^2 \lg y \cdot (-x) \lg(-x)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) & x < 0, y > 0 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(11) \quad x^2 + (4+y)x + 8y - 2y^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4-y \pm \sqrt{16+y^2+8y-8y-4y^2}}{2} = \frac{-4-y \pm (3y-4)}{2}$$

$$= -2y; y-4$$

$$1) \quad x = -2y; \quad y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right) \lg y = (2y) \lg(2y)$$

$$(16y^2) \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$(2y) \lg y^2 = (2y) \lg 2y^2$$

$$\lg y^2 = \lg 2y^2$$

$$y = \frac{1}{2}, x = -1$$

$$y \neq 1: \lg y^2 = \lg 2y^2$$

$$\frac{16}{4} = \frac{4}{1} \quad \lg \frac{1}{2} = \lg 1$$

$$2 \lg y^2 = y \lg 2$$

$$\lg y^2 = \frac{\lg 2y^2}{\lg 2}$$

$$(4y) \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$(2y) \lg y^2 = (2y) \lg 2y^2$$

$$y^2 = 2y^2$$

$$1 = 2$$

$$16^0 = 2^{\frac{1}{2}} \quad \lg \frac{1}{2} = \lg \frac{1}{2}$$

$$\lg \frac{1}{2} = 1$$

$$(16y^2) \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$(2y) \lg y^2 = (2y) \lg 2y^2$$

$$2 \lg y^2 = (2y) \lg 2$$

$$y = 2$$

$$2) x = y - 4$$

$$x < 0 \quad y > 0$$

$$(x-4) \cdot x = x^2 - 4x$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y$$

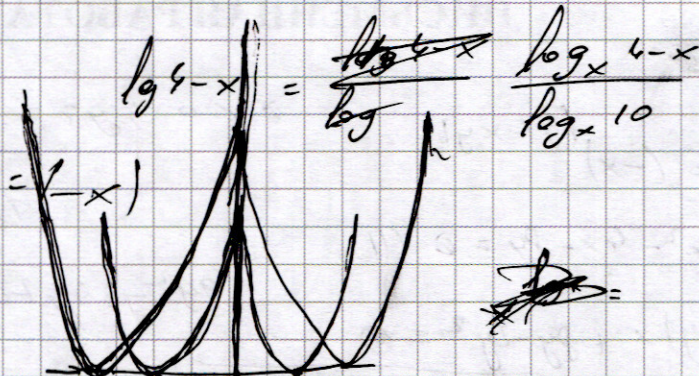
$$= (4-y)$$

$$-xy = (4-y)y = 4y - y^2$$

$$\lg(4y - y^2) - \lg(4y - y^2)$$

$$y = 4 - x$$

$$\left(\frac{x^4}{16 + x^2 - 8x}\right) \lg 4 - x$$



$$x^2 - 12|x| + 36$$

$$\left(\frac{x^4}{(4-x)^2}\right) \lg 4 - x = (-x) \lg(x(x-4)) = -x$$

$$\left(\frac{x^4}{(4-x)^2}\right) \frac{\lg 4 - x}{\lg 10} = \frac{\lg 4 - x}{\lg 10} \cdot \frac{4 \lg x}{(4-x)^2} \lg y = \lg \frac{\lg 4 - x}{\lg 10} \cdot \frac{4 \lg x}{(4-x)^2} \lg y$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) \lg y = (4-y) \lg((4-y)y) = (4-y) \lg(4-y) \cdot \frac{\lg y}{\lg 10} =$$

$$\frac{y \lg 4 - y}{y \lg y} =$$

$$= y \lg(4-y) - \lg y$$

$$a \lg a = \frac{\lg a}{\lg 10} =$$

$$a \lg b = \frac{\lg b}{\lg a} =$$

$$\frac{\lg 3}{\lg 2} = \lg_2 3$$

$$\frac{x \lg y}{y \lg y} = (-x) \lg(-xy)$$

$$(x \lg y)^4 = y^4 \lg x$$

$$y^2 \lg^2 \frac{x}{y}$$

$$2 \lg x^2 - 2 \lg y$$

$$= (-x) \lg x \cdot (-x) \lg y = (-x)^2 \lg x \lg y$$