

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

MEMORANDUM FOR THE DIRECTOR
OF THE BUREAU OF REVENUE

1917

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

REVENUE

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

✕ ✕ ✕ ✕ ✕ ✕ ✕ ✕
1 2 3 4 5 6 7 8

произведение всех цифр 9261.
 $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 343 \\ 27 \\ \hline 2401 \\ 686 \\ \hline 9261 \end{array}$$

Тогда на 8 мест нужно расставить
6 цифр по 3 одинаковым, 3 и 3 - 7.

Вариантов расставить одну из цифр $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6}$ -
Так порядок не важен.

А оставшиеся можно расставить $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6}$ - порядок не
важен

Оставшиеся 1, т.к. 7 и 3 простые а 9 в числе
цифры четные т.е. всего вариантов $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 6} =$

$$= 480$$

Ответ: 480

Задача 2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(2 \sin 7x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4})) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \left(\sin 7x - \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) \left(\cos 2x - \sin 2x \right) = 0$$

$$2 \left(\sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) \right) \left(-\sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi k \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n \\ x = \frac{3\pi}{20} + \frac{\pi m}{9} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \end{cases}, m, n, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n$
 $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m$, $m, n, k \in \mathbb{Z}$
 $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$

Задача 3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^2}} & (*) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad \text{ДДС: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(*): (\ln x^2 y^4) (-\ln x) = \ln y (\ln \frac{y}{x^2})$$

$$(2 \ln x + 4 \ln y) (-\ln x) = \ln y (\ln y - 2 \ln x)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 2 \ln x \ln y$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln y + \ln^2 y = 0$$

$$(2 \ln x - \ln y) (\ln x - \ln y) = 0$$

$$\begin{cases} \ln x^2 = \ln y \\ \ln x = \ln y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 y = x^2 \\ y = x \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 \\ x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0 \quad (1) \\ y = x \\ x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{cases} y = x^2 \\ x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \\ x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0 \\ x(x-2)(x^2+x-4) = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} y = x^2 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+5}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \begin{cases} y = x \\ -2x^2 + 4x = 0 \\ 2x(x-2) = 0 \\ \begin{cases} y = x \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \\ & \begin{cases} y = x^2 \\ x = 2 \\ y = 4 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(2; 4); \left(-\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right); (2; 2).$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ω_1 : из графика видно что первой общей точкой пересечения ω_1 и ω_2 будет точка $(5; 0)$

$$R_1 = \sqrt{(12-5)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

Аналогично ω_2 : $R_2 = \sqrt{74}$

При увелич. R окружности будут пересекаться кл.
т.е. ~~пересекаться~~ больше 1 точки пересечения

ω_3 : наибольшее расстояние ω_3 и ω_4 при кот.

окружности касаются сторонам квадрата: $R_3 = \sqrt{(12-5)^2 + (5-5)^2} = 7$

Аналогично $R_4 = 7$ и ω_4

$$\sqrt{74} > 7$$

Всегда при $R < 7$: окружности не пересекаются
взаимно.

при $R = 7$: ω_3 и ω_4 - по 1 точке пересечения т.е. 2.

А ω_1 и ω_2 - не пересекаются

при $R < 7 < \sqrt{74}$ - ω_3 и ω_4 пересекаться взаимно
т.е. у каждой по 2 т.е. 4

при $R = \sqrt{74}$: ω_3 и ω_4 - т.е. ω_1 и ω_2 - не пересекаются

ω_1 и ω_2 по 1на каждой т.е. 2
но 2 из них

Такие окружности окружности будут пересекаться
сд так при ω_3 ω_4 и ω_1 ω_2 будут пересекаться
т.е. 4 точки

т.е. точки пересечения симметричны относительно OY
 и y_1, y_2 ; w_1, w_2 — будут одинаково пересекаться с квадратом
 тогда по 4 точки будет до того как окружности
 пересекутся в т. $O(0;0)$, т.е. $R = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

тогда при $R = 13$, окружности пересекут кв.

в т. $O(0;0)$ и $(0;10)$ — т.е. 2 точки при $R=13$.
 $(-5; -\sqrt{100-25}); (5; -\sqrt{100-25}) \rightarrow$ и w_1 и w_2 — 2 т. пересечения с $x=-5$; $x=5$ соотв.
 тогда при увеличении радиуса будет больше точек пересечения

тогда рассмотрим R при кот- окружности w_1, w_2
 будут кас. 2-м квадратам. $\rightarrow$ 2 т. пересечения
 пересек противоположные вершины квадрата.

$R = \sqrt{74}$ w_1 $A; D$ (или $B; C$)
 $R = \sqrt{17^2 + 3^2} = w_2$ $B; C$ (или $A; D$) ≥ 2 т. при любом случае.
 $= \sqrt{34}$

при $R > \sqrt{34}$ одна w_3 и w_4 — не пересекают

квадрат. но окруж. w_1 и w_2 каждая имеют
 по две пересечения с квадратом т.е. ≥ 2

и тогда увеличивая радиус пока окружности
 пересекают противоположные вершины квадрата.

Р и С. тогда $R = \sqrt{12^2 + 15^2} = \sqrt{144 + 225} = \sqrt{369} = \sqrt{9 \cdot 41} = 3\sqrt{41}$
 $= \sqrt{514}$

тогда окружности w_1 и w_2 имеют каждая по 2 т.
 т.е. 2 точки. w_3 и w_4 не пересекают

тогда ровно 2 решения будет при $R = 7$ и
 при $R = \sqrt{514}$, т.е. $a = 49$ и $a = 514$

Ответ: $\mathbb{Z} 49; 514$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7

$(x; y)$ - целые.

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - x)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - x)x$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$(76 - 2x) + 2^{33}(x - 6) - 2^x > 0$$

Очевидно что $x > 6$, т.к. $2^{33}(x - 6)$ будет увеличиваться

тогда найдем x при кот.

быстрее чем

$$(76 - 2x) + 2^{33}(x - 6) - 2^x = 0$$

2^x и $(76 - 2x)$ увеличиваются

x	$x - 6$
8	2
10	4
14	8
22	16
38	32

при $x = 7$ наименьшим возможно при $x = 6$ вышло $= 0$.

$$(76 - 14) + 2^{33} \cdot 1 - 2^7 > 0 \quad \forall x \geq 7 \text{ верно}$$

при $x = 38$: $2^{33}(x - 6)$ будет расти медленнее

чем 2^x тогда найдем x .

при $x = 38$:

при кот. вернем. $= 0, 9$

$$(76 - 2 \cdot 38) + 2^{33}(38 - 6) - 2^{38} \text{ при увелич } x \text{ выражение}$$

станет отрицательным

$$= 0 + 2^{33} \cdot 2^5 - 2^{38} = 2^{38} - 2^{38} = 0, \text{ т.е. } x = 38 \text{ наибольший}$$

или возможный x , тогда $x \in [7; 38]$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

Тога кай при заданном X будет

~~$$a^x (76 - 2x) + 2^{33} (x - 6) - 2^x$$~~

при $X \in [7; 37]$, то и

$$76 - 2x : a_1 = 62 \quad d = -2 \quad a_{31} = 2$$

$$a_1 S = \frac{62 + 2}{2} \cdot 31 = 32 \cdot 31 = 992$$

$$2^{31} x - 6 : a_1 = 1 ; a_{31} = 31$$

$$S = \frac{1 + 31}{2} \cdot 31 = 16 \cdot 31 = 496$$

$$2^x : S = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad b_1 = 128$$

$$q = 2$$

$$n = 31$$

$$S = \frac{128 (2^{31} - 1)}{2 - 1} = 128 \cdot 2^{31} - 128$$

Тога $S_0 = 992 + 2^{33} \cdot 496 - 128 \cdot 2^{31} - 128 =$

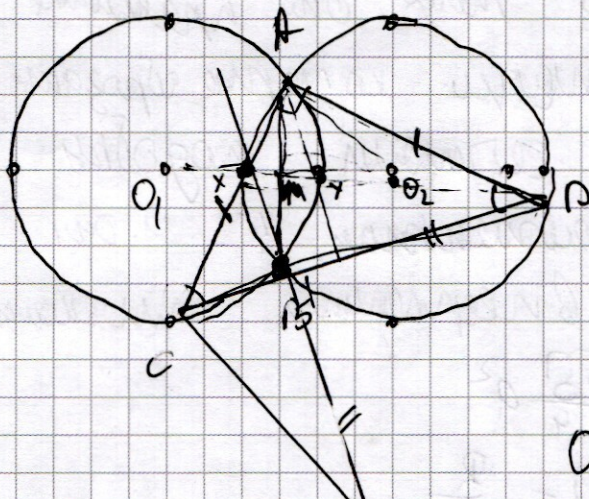
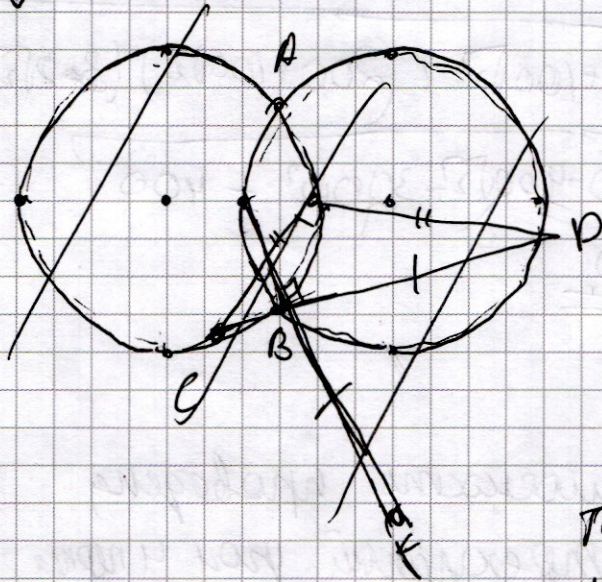
$$= 864 + 2^{33} \cdot 496 - 32 \cdot 2^{33} =$$

$$= 864 + 2^{33} \cdot 464 \quad \text{т.е. количество пер. пишется}$$

Ответ: $864 + 2^{33} \cdot 464$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6



$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2}$$

$\angle XAD = 90^\circ$, тогда XD диаметр,
 $XD \in$ диаметр

тогда перпендикуляр через B проходит через X .

$\triangle MAB = \triangle MBD$, т.е. $AD = BD$

Так как окружности
равные то $\angle AOB$
одинаковы у обеих
окружностей тогда
 $\angle AOB = \angle AOB$
тогда $\triangle AOB$ — п/у р/б.
тогда $\angle AOB = \angle AOB = 45^\circ$
тогда соответств. центр.
длины $AB = 10\sqrt{2}$

$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$AM = 5\sqrt{2}$$

из п/у $\triangle AMO_2$

т.к. отрезок, соединяющий центры

перпендикулярен к общему хорде

$$O_2M = \sqrt{100 - 50} = 5\sqrt{2}$$

$$XM = 10 - 5\sqrt{2}$$

$$DM = 10 + 5\sqrt{2}$$

$$XY = 20 - 10\sqrt{2} = 10(2 - \sqrt{2})$$

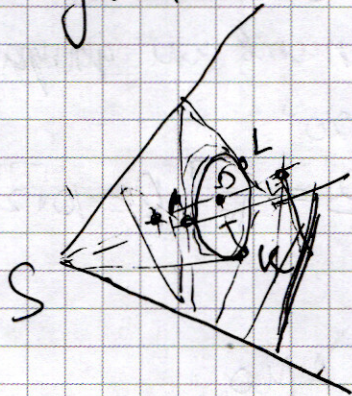
$$\text{тогда } 4 \text{ и } 3 \text{ н/у } 1 : AD = BD = \sqrt{DM^2 + MB^2} = \\ = \sqrt{50 + 100 + 50 + 100 \sqrt{2}} = \sqrt{200 + 100 \sqrt{2}} = 10 \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$CD = \sqrt{2} AD = 10 \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

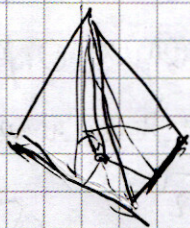
$$CB = CD - AD = (\sqrt{2} - 1) \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot 10$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BD^2} = \sqrt{200 + 100 \sqrt{2} + (200 + 100 \sqrt{2}) (3 + 2 \sqrt{2})} = \\ = \sqrt{200 + 100 \sqrt{2} + 600 + 400 \sqrt{2} + 300 \sqrt{2} - 400} = \\ = \underline{\underline{20}}$$

Задача 5.



Если плоскость проведена
через трёхгранный угол и перпендикулярна
одной из его граней, то она перпендикулярна
остальным граням, которые образуют
этот трёхгранный угол.
Следовательно, и отсюда
получается, что плоскость



Сторона
Т.е. $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{2} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$a_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$a_2 = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2} a = \frac{5}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \ln y = \ln x \\ \ln y = \ln x^2 \end{cases}$$

$$y^2 - 2y^2 - 2xy$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 6x + 8 \mid x^2 - 2x \\ x^3 + x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 - 6x \\ -2x^2 - 2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 6x + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x \\ x^2 - 2x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4x + 8 \\ -4x + 8 \end{array}$$

$$16 - 8 - 8 + 16 - 16$$

$$\begin{aligned} x+y &= 5 \Rightarrow \\ y &= -x+5 \\ y-x+5 &= 0 \\ y-x &= -5 \end{aligned}$$

~~Handwritten text~~

$y = x + 5$

$-x$

32
31

32
96

992

$$\begin{aligned} x &= y \\ y &= x^2 \end{aligned}$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 \text{ für } x \geq 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

~~$$1 = 1$$~~
~~$$-1 = -1$$~~

$$0 - 4 - 12 + 8$$

$$\begin{array}{r} x + y + 5 - y + x - \frac{10}{25} \\ \hline -x - y - 5 = y - 11.5 = 10 \end{array}$$

$$|x+y+2| + |y-x+5| = 10^{319}$$

$$2y + 10 = 10$$

$$\begin{aligned} -x - y - 5 - y + x - 5 &= 10 \\ y &= -10 \end{aligned}$$

$$X = -5$$

$$y = -10$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 16 \\ \hline 186 \\ 310 \\ \hline 496 \end{array}$$

$y - y_0$

☐ ЧИСТ

В НУЖНОМ ПО

$$\begin{array}{r} xy - x - 5 \\ xy - x + 5 \\ \hline x - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 25 \\ \hline 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 17 \\ 17 \\ \hline 11 \quad 9 \end{array}$$

$\sim$	$\sim$
$\vee$	$\wedge$
$\wedge$	$\vee$
$\vee$	$\wedge$

$$49 = 165$$

$$78 \text{ и } y =$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 12 \\ \hline 179 \\ 17 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$23$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 225 \\ \hline 369 \\ 123 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 285 \\ 225 \\ \hline 514 \end{array}$$

$$74$$

$$7-2x = 2^{33}(x-6)$$

$$-2^{34}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2 \cdot (2^{32} - 1) \cdot x$$

$$76$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)7$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 > y > 1 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33}x - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33}x - 2 \cdot 2^{33} - 2^x - 2x > 0$$

$$76 + 2^{33}(x-6) - 2^x - 2x > 0$$

$$\log 76 + \log 2^{33}(x-6) -$$

$$(76 - 2x) + 2^{33}(x-6) - 2^x > 0$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 17 \\ \hline 39 \\ 38 \end{array}$$

$$2^{34}$$

$$2^{36}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

$$2^2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^2 + 6 \cdot 2^{33} - 76 + 2(2^{32} - 1)7$$

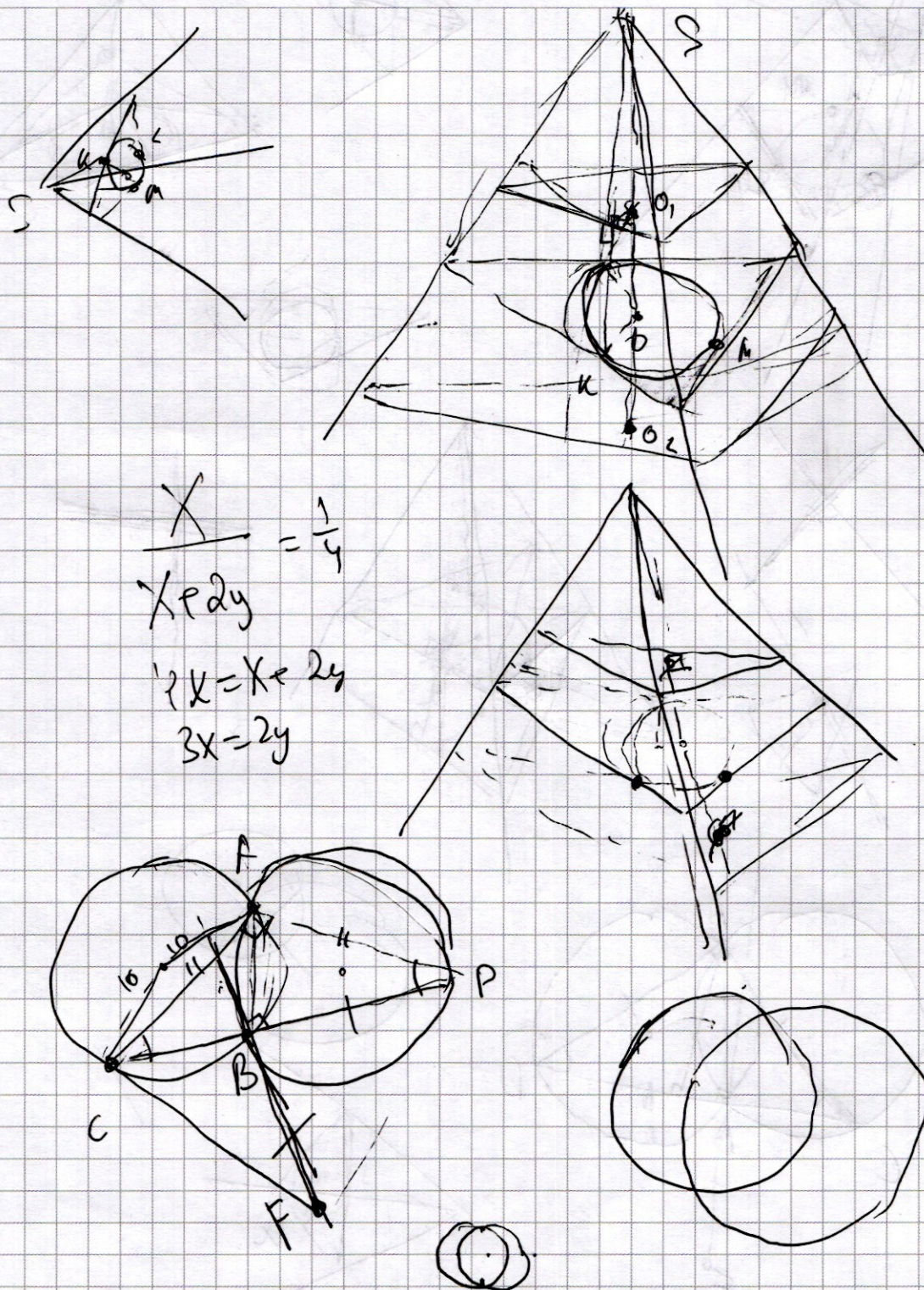
$$2^2 + 6 \cdot 2^{33} - 76 + 2^{33}$$

$$y > 6$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 10 \\ 14 \\ 22 \\ 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 32 \\ 34 \end{array}$$

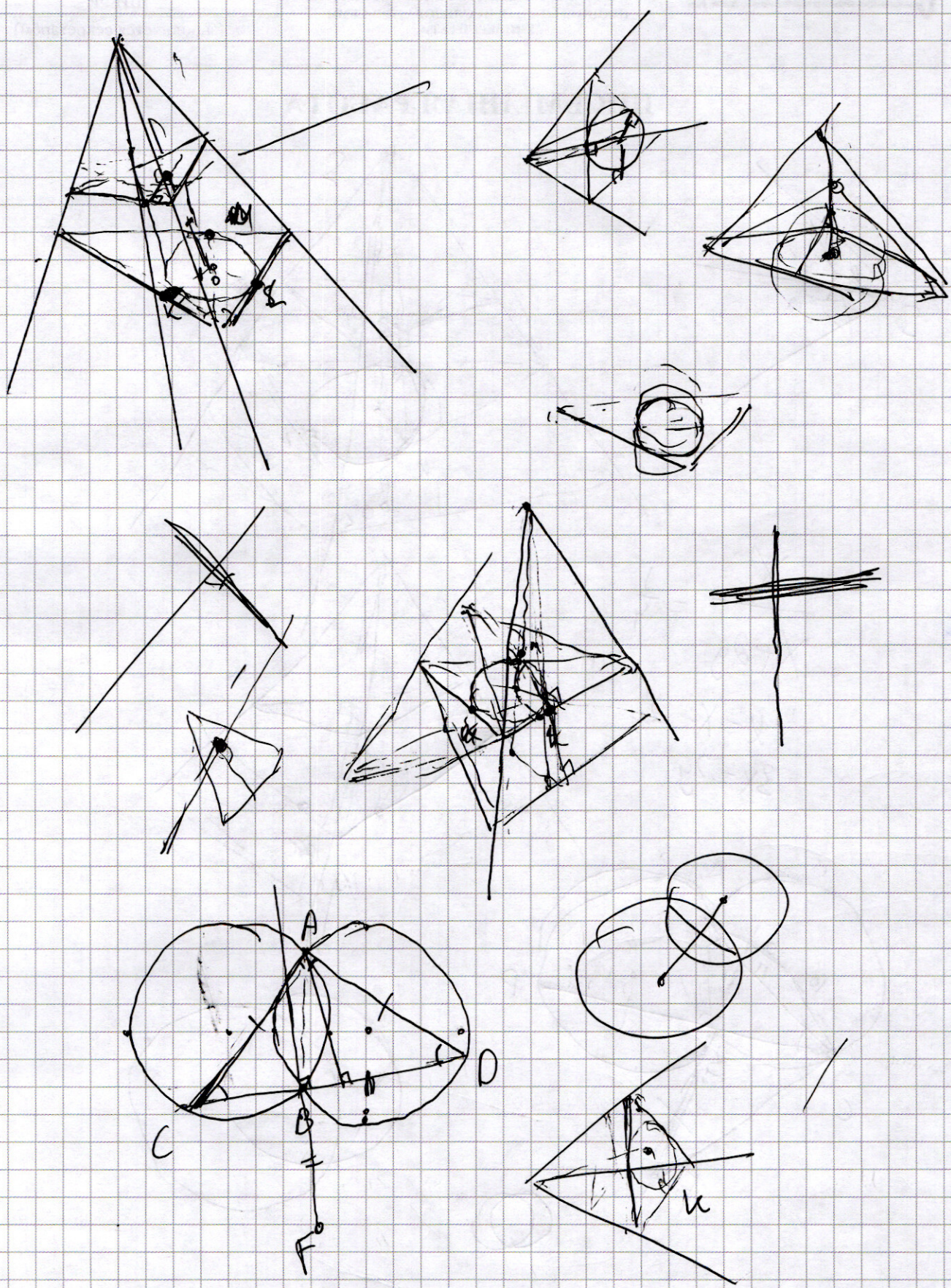
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{x}{x+2y} = \frac{1}{4}$$

$$x = x + 2y$$

$$3x = 2y$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

•	•	•	•	•	•	•	•
1	2	3	4	5	6	7	8

123
132
213
231
312
321

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 26 \\ \underline{18} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{1029} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 21} \\ \underline{343} \\ 0 \end{array}$$

$$9261 = 7^3 \cdot 3$$

$$\cancel{27} = 8 + 27m$$



$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \end{array}$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4.8 \cdot 7}{6} \cdot \frac{6.5 \cdot 4}{6}$$

• • • ~~•~~ • ~~•~~ • ~~•~~

$$\frac{4.4.7}{6} \cdot \frac{7.7.6}{6} + \frac{4.7.6}{6} + \frac{8.7.6}{6} \cdot \frac{4.7.6}{6}$$

$333 \cdot \cdot 777$
 $333 \cdot \cdot 777$
 $\begin{array}{r} 8 \cdot 7 \cdot 6 \\ \hline \end{array}$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\Rightarrow \sin(2x) \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin(7x) \cos(2x) = 0$$

$$\frac{2 \sin 7x}{2 \sin 7x} (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$\begin{aligned} & 2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) \\ & (\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0 \end{aligned}$$

$$2(\cos 2x - \sin 2x) \left(\sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin 2x + \cos 2x \right) \right) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{20} + \frac{8\pi}{20} \\ \frac{3\pi}{36} + \frac{8\pi}{36} \\ \frac{\pi}{8} + \frac{4\pi}{8} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{9\pi}{20}; \frac{12\pi}{20}; \frac{25\pi}{20}; \frac{33\pi}{20} \\ 4 \quad 19 \quad \frac{27}{36} \quad 35 \quad 43 \quad 51 \quad 59 \quad 67 \\ 5 \quad 9 \quad 13 \quad 17 \end{array}$$

$$(x^2 y^2)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2y^2 - 2xy - 4x^2 + 16x + 4y \\ (y-x)^2 + (y+2)^2 + \\ \times 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y(y-x) + 8(y-x) + 4y - 2x^2 \\ (y-8)(y-x) + 2(y-x^2) \end{array}$$

$$2y^2 - 2xy - 4x^2 + 16x + 4y$$

$$\begin{array}{l} y \\ (y-2)^2 - 4 + 2((x-2)^2 - 4) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (y-x)^2 + (y+2)^2 - 4 - (5x^2 + 16x \\ y(y-x) \end{array}$$

$$x^2 - 4x$$

$$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 + 4xy = 0$$

$$\ln(x^2 y^4) (-\ln x) = \ln y \ln(\frac{y}{x^2})$$

$$(2\ln x + 4\ln y)(-\ln x) = \ln y (\ln y - 2\ln x)$$

$$-2\ln^2 x - 4\ln y \ln x = \ln^2 y - 2\ln x \ln y$$

$$\ln^2 y - 3\ln x \ln y + 2\ln^2 x = 0$$

$$(\ln y - \ln x)(\ln y - 2\ln x)$$

$$(\ln y - \ln x)(\ln y - 2\ln x) = 0$$