

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) разложим число на простые множители
запишем в столбик. поскольку до некоторого
момента последней цифрой числа является
пятерка, то мы просто делим на 5
и в итоге получаем, что $16875 = 3^3 \cdot 5^4$
имеем 7 цифр. тогда их было 8 нулей
еще разделим на 1 (чтобы проше-е же
уменьшлось)

тогда цифры всех наших чисел:
 $5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1$

~~рассмотрим~~ найдем кол-во таких
чисел: для этого найдем сначала коли-
чество вариантов, которыми можно
расставить при проёме на восемь мест:
$$C_8^3 = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 56$$

для каждого такого варианта существует
еще C_5^4 варианта расположения четырех
пятерок на пять мест

$$C_5^4 = \frac{5!}{(5-4)! \cdot 4!} = \frac{5!}{1! \cdot 4!} = 5 \text{ вариантов. И после}$$

этого на оставшиеся восемь мест мы

ставим единицу. & что получаем:

$$C_8^3 \cdot C_5^4 = 56 \cdot 5 = 280 \text{ вариантов чисел}$$

Ответ: 750

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (x-6)^2 + (y-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

1) рассмотрим 2-й график:

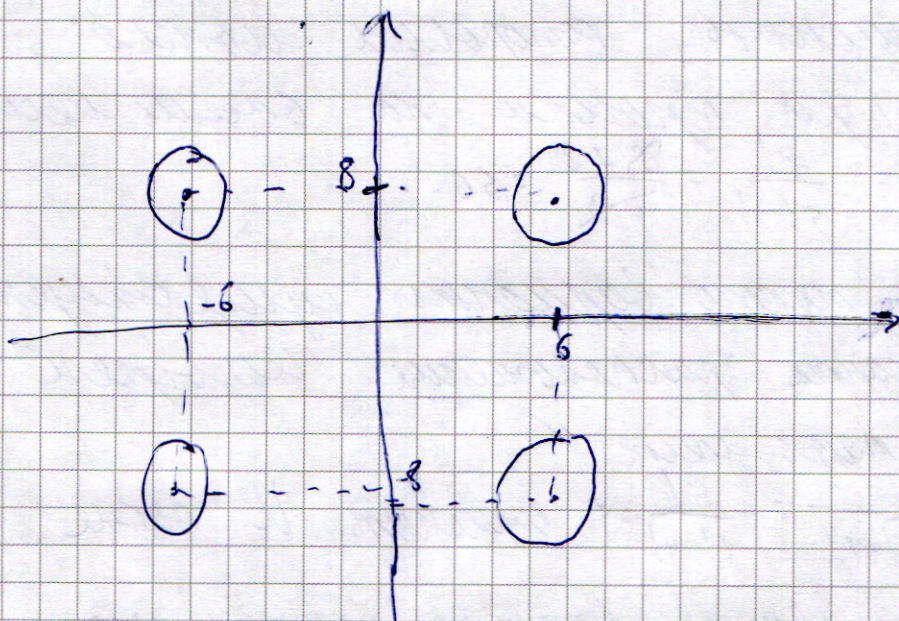
рассмотрим график $(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$ -

график - окружность с центром $O(6,8)$
и радиусом $\sqrt{a}$

но в нашем графике обе переменные - неотрицательны,
поэтому если ~~какая-то точка~~ принадлежит графику,

точка $A(x_0; y_0)$ принадлежит графику, то
точки $(-x_0; y_0)$; $(x_0; -y_0)$; $(-x_0; -y_0)$ тоже в графике.

т.е. график ур-а (2) имеет вид:



радиусы всех
окр-тей: $\sqrt{a}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

рассмотрим ^{первый} график.

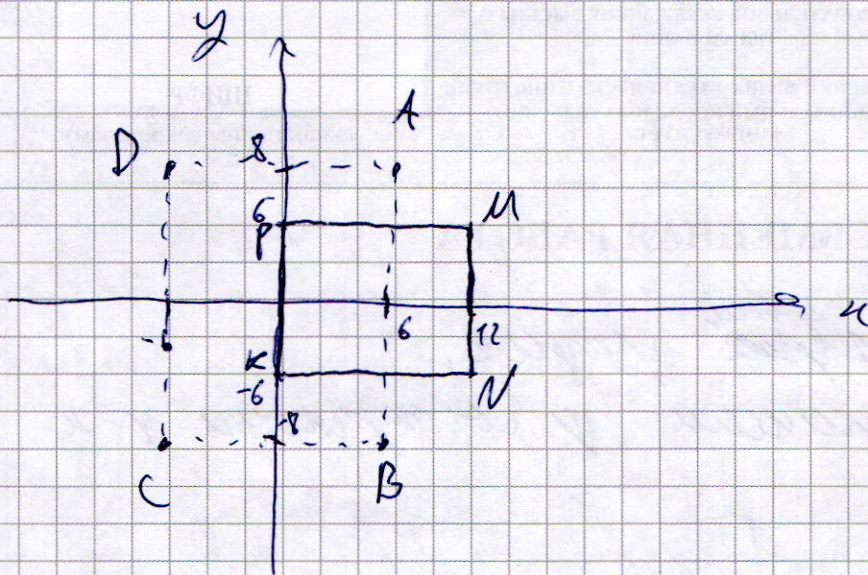
для этого запишем Φ совокупности x - y систем:

$$\begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \geq -y \\ x-6 \leq y \\ x-6 \leq -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \geq -y \\ x-6-y+x-6+y=12 \end{cases} \\ \begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \leq -y \\ x-6-y-x+6+y=12 \end{cases} \\ \begin{cases} x-6 \leq y \\ x-6 \geq -y \\ -x+6+y+x-6+y=12 \end{cases} \\ \begin{cases} x-6 \leq y \\ x-6 \leq -y \\ -x+6+y-x+6-y=12 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x=12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ y=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases} \end{cases}$$

тогда график состоит из 4-х отрезков
прямых, образующих ромбик.



исходя из условия задачи, то либо одна из окр-тей ~~касается~~ имеет 2 общие точки либо 2 окр-ти имеют общ. Т.

покальку для графика симметричны относительно ОХ то возможен только 2-й вариант.

при увеличении а первым графика каску-тся окр-ти с центрами в А и В. Это

происойдет при $\sqrt{a^2} = 2 \Rightarrow a = 4$

далее окружности будут пересекать прямоугр. и иметь с крив 4 общие точки.

найдем при каких А окр-ти С и D имеют общую т. а окр-ти А и В нет.

$CM = \sqrt{(12+6)^2 + (8-6)^2} = DN$ при этом ~~расстояние~~ ~~фрактал~~ $AK = \sqrt{16^2 + 6^2} = AN = BP = BM$ т.е

$CM > AK \Rightarrow$ когда окр-ть ~~пересекет~~ будет иметь разне равной CM окр-ти А и В уже не будут иметь общ. Т с прямоугр. когда $a = 16^2 + 14^2 =$
 $= 256 + 196 = 452$

Ответ: 4,520.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 2x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x - \sqrt{2} \cos 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \sin 5x + \sqrt{2} \cos 5x ;$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = \cos 5x = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = \cos 2x$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 10x\right) = 0$$

$$\cancel{2 \cos} - 2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7}{2}x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 10x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7}{2}x\right) = 0 ;$$

$$\frac{\pi}{4} - 10x = \pi n$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x = \pi n$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{7}{2}x = \pi n$$

$$10x = \frac{\pi}{4} - \pi n$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} - \pi n$$

$$\frac{7}{2}x = \frac{\pi}{8} - \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{40} + \frac{\pi n}{10}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi n$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} y \neq 0 \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2): (y^2 - x^2) - 2y^2 - xy - 4(x + 2y) &= 0 \\ (2y - x)(2y + x) - xy(2y + x) - 4(x + 2y) &= 0 \\ (2y + x)(y - x - 4) &= 0 \end{aligned}$$

рассм 2 случая.

$$1) 2y = -x$$

~~$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$~~

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} \cdot (2y)^{\lg y}$$

$$(8y)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y}$$

$$10^{\lg y \cdot \lg 8y} = 10^{\lg 2y}$$

$$\lg y \cdot \lg 8y = \lg^2 2y$$

$$\lg y \cdot (\lg 8 + \lg y) = (\lg 2 + \lg y)^2$$

$$\text{пусть } \lg y = t$$

$$t \lg 8 + t^2 = t^2 + 2t \lg 2 + \lg^2 2$$

$$t(\lg 8 - 2 \lg 2) = \lg^2 2$$

$$t = \frac{\lg^2 2}{3 \lg 2 - 2 \lg 2} = \lg 2$$

$$\lg y = \lg 2$$

$$y = 2 \Rightarrow x = -4.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \quad y - x - 4 = 0$$

$$\text{предположим } y = x + 4$$

т.е. функция имеет вид:

$$\left(\frac{x^2}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$\left(\frac{x^2}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)}$$

$$\left(\frac{-x^3}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = 10^{\lg^2(-x)}$$

$$\lg(x+4) \lg \left(\frac{-x^3}{(x+4)^2} \right) = \lg^2(-x)$$

$$\lg(x+4) (3 \lg(-x) - 2 \lg(x+4)) = \lg^2(-x)$$

$$3 \lg(x+4) \lg(-x) - 2 \lg^2(x+4) = \lg^2(-x) \quad | : \lg^2(x+4)$$

$$\left(\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)} \right)^2 - 3 \frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)} + 2 = 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\text{тогда } \begin{cases} \lg(-x) = \lg(x+4) \\ \lg(-x) = \lg^2(x+4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = x+4 \\ -x = x^2 + 8x + 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -2 \\ x = -8 \end{cases}$$

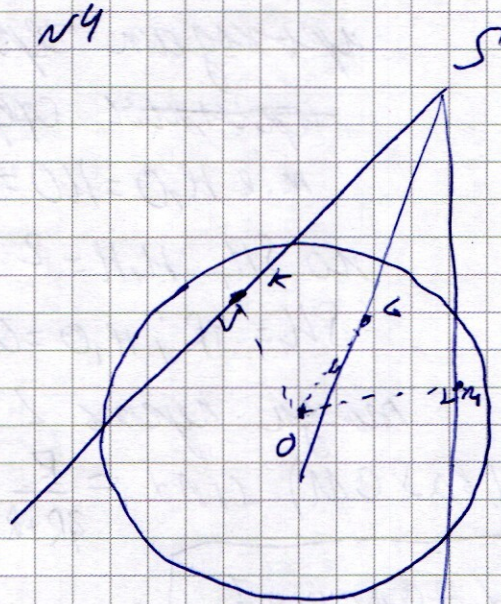
сум 023

$$x = -2 \Rightarrow y = 2$$

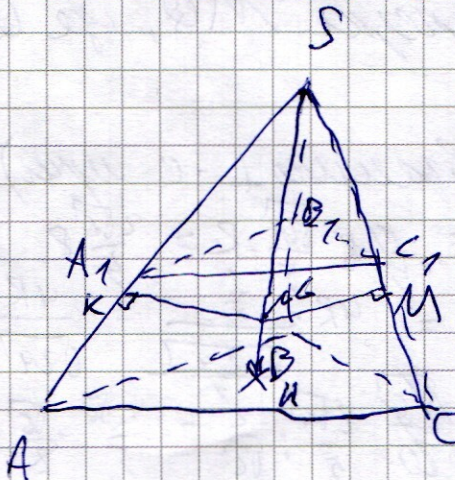
Ответ: $(-2; 2); (-4; 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $S_1 = 4$
 $S_2 = 9$
 $\angle KSOH$
 S_{KLM}



рассмотрим пирамиду образованную
прямыми SK, SL, SM и плоскостями,
⊥-ными SO и касающимися сферы.



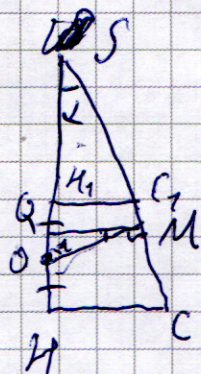
по условию $S_{A_1B_1C_1} = 4$
 $S_{ABC} = 9$

тогда все линейные
параметры соотв
подобных Δ -ков (Δ-ки подобны,
поэтому $S_{A_1B_1C_1} \sim S_{ABC}$ т.к
 $A_1B_1C_1 \parallel ABC$) относятся
как $\frac{2}{3}$ к коэф-т подо

обе пирамиды равны 2×3 .

пусть $SC=3R$; тогда $SC_1=2R$; $CC_1=R$.

рассмотрим т.т. SCN : (H - высота данной пирамиды)



поскольку L -р пирамиды
проходит через центр

~~шара~~ сферы, то $HN_1=2R$
т.е. $HN_1=NO=OM=R$ (R - радиус
сферы т.т.)

но $SH_1:HN_1=2:1$ тогда

$$SH_1=4R; HN_1=OH=R$$

тогда пусть $\angle HSC=\alpha$

$$\text{тогда } \sin(\angle SCN) \sin \alpha = \frac{R}{3R+R} = \frac{R}{4R} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha = \arcsin \frac{1}{4}$$

но т.к. SM, SK, SB - касательные к
сфере то $\angle HSC = \angle HSE = \angle KSO = \arcsin \frac{1}{4}$

2) найдем длину отрезка MQ , где Q -
т.т. из M на SH :

$\angle QMO = \alpha$ (как взаимно перпендикулярные прямые)

$$\text{тогда } QM = R \cos \alpha = R \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4} R$$

$$\text{но } C_1H_1 = SH_1 \cdot \tan \alpha = 4R \cdot \frac{1}{4} = R = \frac{4R}{4} = \frac{2R}{2}$$

$$\text{тогда } \frac{QM}{C_1H_1} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4} R}{R} = \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$$

но $\triangle C_1A_1B_1 \sim \triangle KLM$ (т.к. т.т. на т.т.)

$$\text{значит } \frac{S_{\triangle KLM}}{S_{\triangle C_1A_1B_1}} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow S_{\triangle KLM} = \frac{36}{25} \cdot 4 = \frac{144}{25}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{2} \cos 7x + \sin\frac{\pi}{2} \sin 7x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right)$$

$$\cancel{\sin 5x \cos 5x} \quad \cos$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = 10^{\lg^2(-x)}$$

$$10^{\lg y \cdot \lg}$$

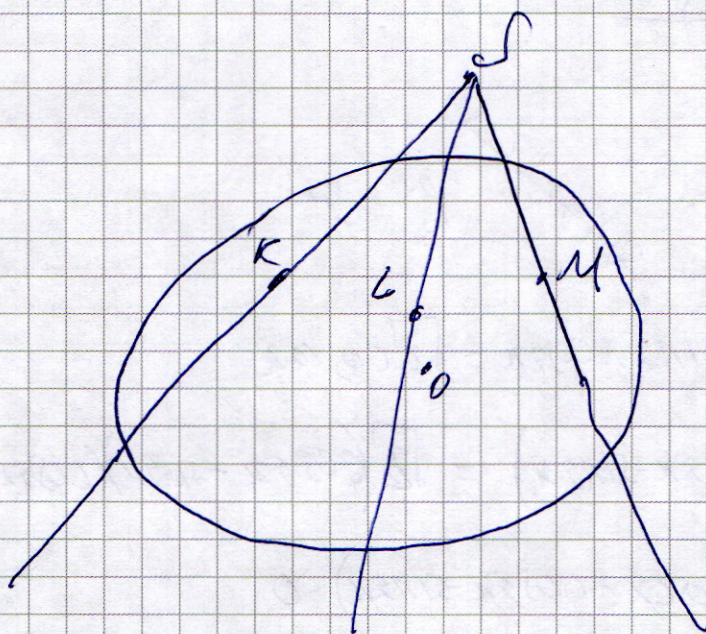
$$(8)^{\lg y} = 10^{\lg^2(2y)}$$

$$8^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y)} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y}$$

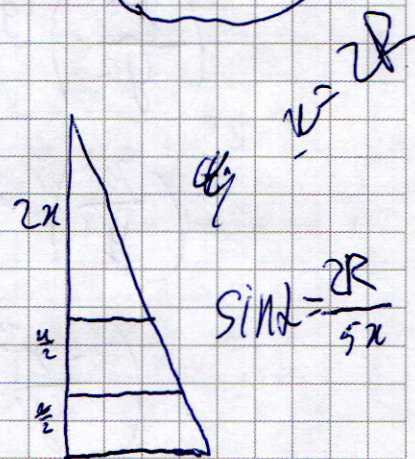
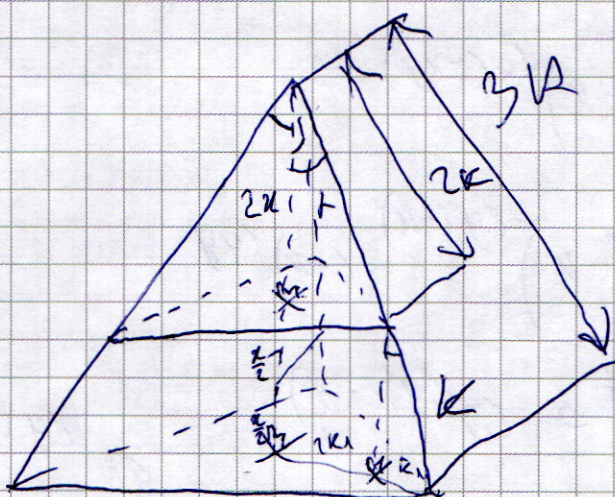
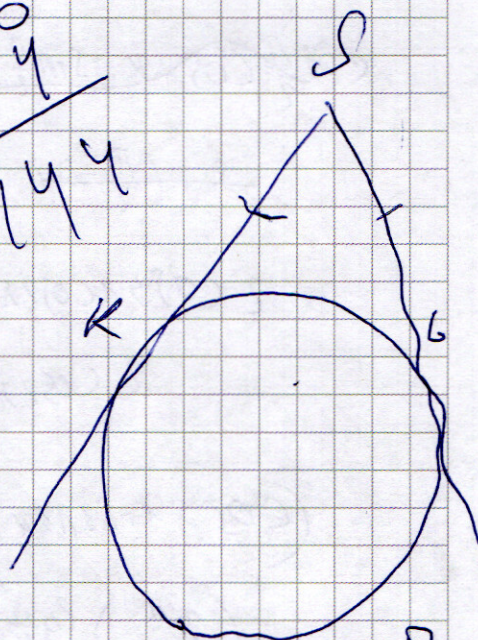
$$\left(\frac{8}{2y}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2}$$

$$\frac{(2^{192})^2}{10^{192}} = 2^{192} \cdot y^{192}$$

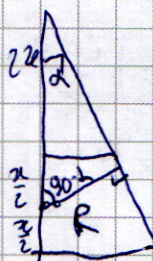
$$\frac{(y^{192})^2}{y^{192}} = 20$$



$$\frac{2 \cdot 36}{144} = y$$



$$\sin \alpha = \frac{2R}{5R}$$



$$\sin \alpha = \frac{1}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log x} = (-x)^{\log(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \\ y(2y - x) - 4(x + 2y) - x^2 = 0 \end{cases} \quad \text{ОА: } \begin{cases} y \neq 0 \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ 2y^2 - 8y + 8 - xy - x^2 - 4x - 8 &= 0 \\ 2y^2 - x - \frac{x^2}{y} - \frac{4x}{y} - 8 &= 0 \end{aligned} \quad \log$$

$$2y^2 - xy - 8y + 4 - (x+2)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} -xy &= x^2 + 4x + 8y - 2y^2 \\ -xy &= x(x+4) + 2y(4-y) \end{aligned} \quad (-x)^{\log_{10}(-x)}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-x)} + \log y \quad 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-x)} \cdot (-x)^{\log y}$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\log y} = 10^{\log^2(-x)}$$

$$y^2 - xy - y^2$$

$$(y^2 - x^2) + y^2$$

$$(4y^2 - x^2) - 2y^2 - xy - 4x - 8y = 0$$

$$(2y-x)(2y+x) - y(2y+x) - 4(2y+x) = 0$$

$$(2y+x)(-y-x-4) = 0$$

$$1) -x=2y$$

$$\left(\frac{8y^3}{y^2} \right)^{\lg y} = 10^{\lg^2 2y}$$

$$(8y)^{\lg y} = 10^{\lg^2 2y}$$

$$(8y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y}$$

$$(8y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y}$$

$$2^3 \lg y \cdot y^{\lg y} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2} \cdot 2^{\lg y} \cdot y^{\lg y}$$

$$2^2 \lg y = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$2^2 \lg y = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$ab=c$$

$$b=\log_a c$$

$$(8y)^{\lg y} = 8^{\lg y} \cdot 10^{\lg^2 y} = 10^{\lg^2 2y}$$

$$8^{\lg y} = 10^{\lg^2 2y - \lg^2 y}$$

$$8^{\lg y} = 10^{\lg 2} \cdot 10^{\lg 2y^2}$$

$$8^{\lg y} = 2 \cdot 10^{\lg 2y^2}$$

$$8^{\lg y} = 2 \cdot 10^{\lg 2y} \cdot 10^{\lg y}$$

$$8^{\lg y} = 2 \cdot 2 \cdot 10^{2 \lg y}$$

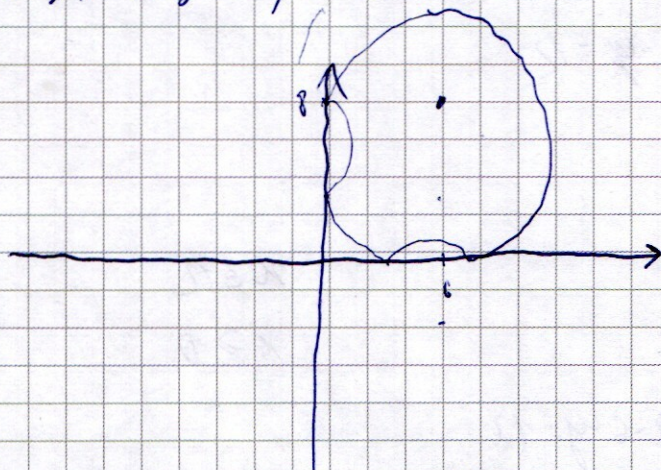
$$2^3 \lg y = 2^2 \cdot 10^{2 \lg y}$$

$$2^3 \lg y - 2 = 10^{2 \lg y}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

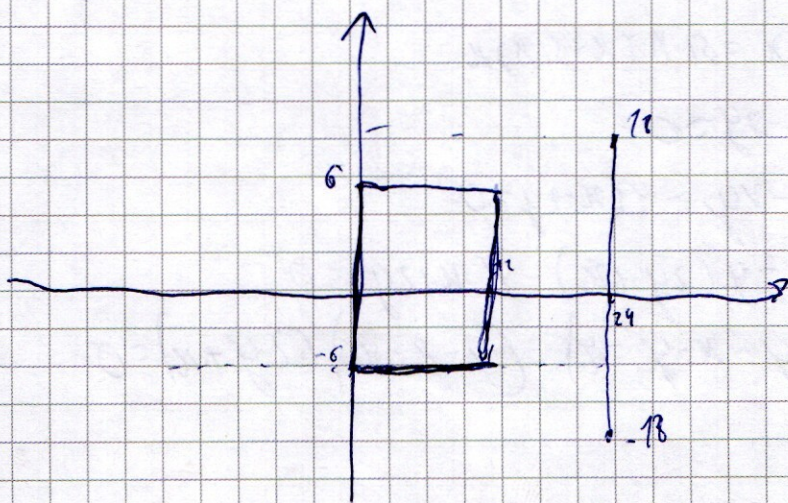
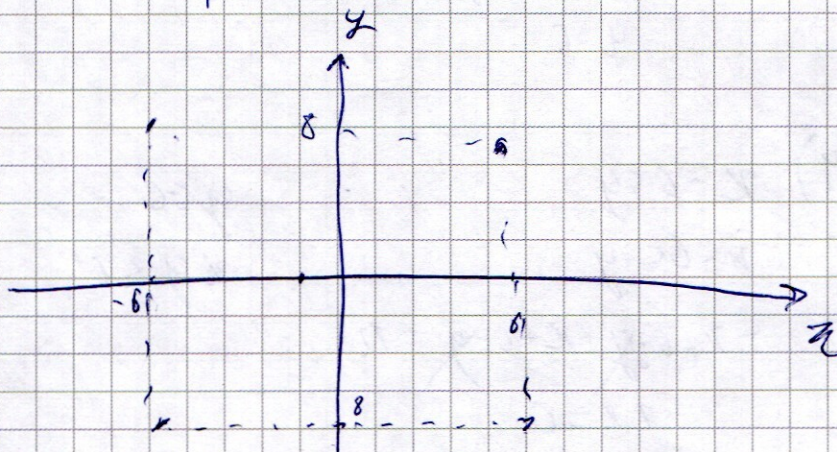
$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 9$$



$$x-6 > y$$

$$x-6 < y$$



$$1) \begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \leq -y \\ x-6-y + x-6+y = 12 \end{cases} \quad \begin{matrix} y \leq 6 \\ y \geq -6 \end{matrix} \quad x = 12$$

$$2x - 12 = 12$$

$$2) \begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \leq -y \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 12 \\ x \geq 0 \\ x \leq 12 \end{matrix}$$

$$(x-6-y) - (x-6+y) = 12$$

$$y = -6$$

$$3) \begin{cases} x-6 \leq y \\ x-6 \geq -y \end{cases} \quad \begin{matrix} x \leq 12 \\ x \geq 0 \end{matrix}$$

$$-x+6+y + x-6-y = 12$$

$$y = 6$$

$$4) \begin{cases} x-6 \leq y \\ x-6 \leq -y \end{cases} \quad \begin{matrix} y \leq 6 \\ x+y \leq 6 \end{matrix}$$

$$-x+6+y - x+6-y = 12$$

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x \cdot \sqrt{2} \cos 20x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2y^2 - xy - x - 9x - 2y = 0$$

$$(4y^2 - x^2) - 2y^2 - xy - 4(x+y) = 0$$

$$(2y-x)(2y+x) - y(2y+x) - 4(x+y) = 0$$

$$(2y+x)(2y-x-y-4) = (y-x-4)(2y+x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16875 \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 33 \\ \underline{30} \\ 3 \\ \underline{25} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \underline{5} \\ 16 \\ \underline{25} \\ 750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \\ \underline{5} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \underline{10} \\ 35 \end{array}$$

C

$$3^3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5^4$$

$$3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 1$$

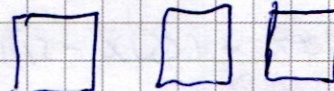
$$C_{n_k}^k$$



расположим шары по ящикам

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 2} = 105$$



$$C_5^4 = \frac{5!}{1! \cdot 4!} = 5$$

$$1 \cdot 2$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{1! \cdot 3!} = 4$$

$$2 \cdot 1$$

$$7 \cdot 10 \cdot 4 = 7 \cdot 8 \cdot 5$$

$$C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 35$$

$$\begin{array}{c} 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 2 \\ 2 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot 2 \end{array}$$

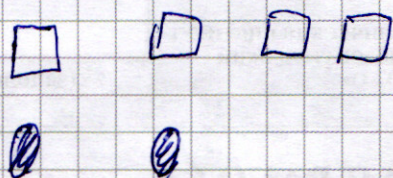
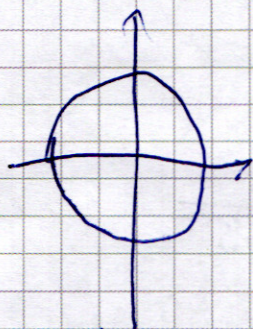
$$1 \cdot 2$$

$$2 \cdot 1$$

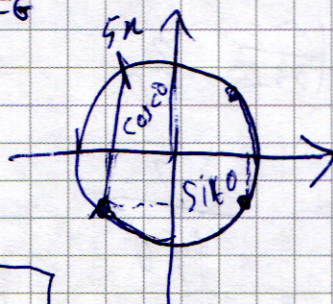
$$1 \cdot 2$$

$$\frac{3!}{(3-2)! \cdot 1!} = 3$$

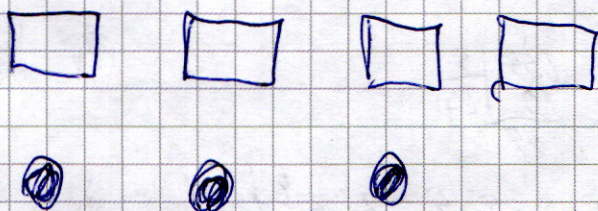




$$C_n^k = \frac{4!}{(4-2!)2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 1 \cdot 2} = 6$$



1 1
1 1
1 1
1 1
1 1
1 1



$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

1 1 1
1 1 1
1 1 1
1 1 1

$$C_n^k = \frac{4!}{1!3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 4$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x = \cos 10x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) = \cos 10x$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) \cos(2x) = \cos 10x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \left(\cos\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

~~$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$~~

$$2 \left(\cos\frac{\pi}{2} \cos 5x - \sin\frac{\pi}{2} \sin 5x \right) \cdot \cos 2x = \cos 10x$$

$$-2 \sin 5x \cos 2x = \cos 10x$$

$$2 \sin 5x \cos 2x = 1 - \sin^2 5x$$

$$2 \sin 5x (\sin 5x + \cos 2x) = 1$$

с

$$\cos x = \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) \cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

~~$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) \cos 2x = \cos\frac{\pi}{2} \cos 2x - \sin\frac{\pi}{2} \sin 2x$$~~

$$\left(\frac{x}{y^2}\right)^{(y)} = f(x)^{(y(-xy))} \quad 2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\sin 5x + \cos 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\sin 5x + \cos 5x) = 1 - 2 \sin 5x$$

$$2 \sin 5x (\sin 5x + \cos 2x) = 1$$

$$2 \sin 5x \left(\sin 5x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \right) = 1$$

2

$$\cos 10x = \cos(7x + 3x) = \cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x$$

$$\frac{\cos 7x + \cos 3x}{2} - \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x = \frac{\sin 7x + \sin 3x}{2} - \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x$$

$$\cos 7x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x\right) + \cos 3x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x\right) =$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos^2 5x = \sin 7x + \sin 3x - \sqrt{2} \sin^2 5x$$

или

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 5x$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) = \sin 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x)$$

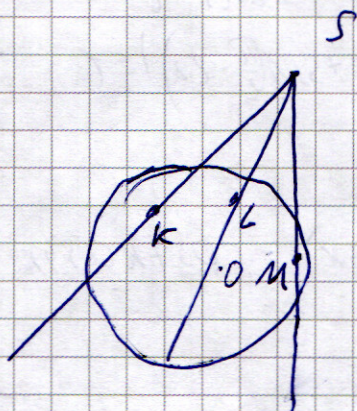
$$(\cos 7x - \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos(3x + 7x)$$

$$2 \cos 5x \cos = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

или

$$2 \sin^2 5x + 2 \sin 5x \cos 2x = 1$$

$$\cos 7x + \cos 3x$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)