

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.







## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Т.к. каждая цифра числа - число от 0 до 9, то искомого восьмизначного числа может содержать:

а) три 3, четыре 7, один 1

$$N_a = C_8^3 \cdot C_5^4 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{4!1!} = 280$$

б) один 9, один 3, четыре 7, две 1.

$$N_b = C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{3!}{2!1!} = 840$$

$$N_{\Sigma} = N_a + N_b = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120

2.  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$$\sqrt{2} \left( \sin 7x \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 7x \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \sqrt{2} \left( \sin 3x \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 3x \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

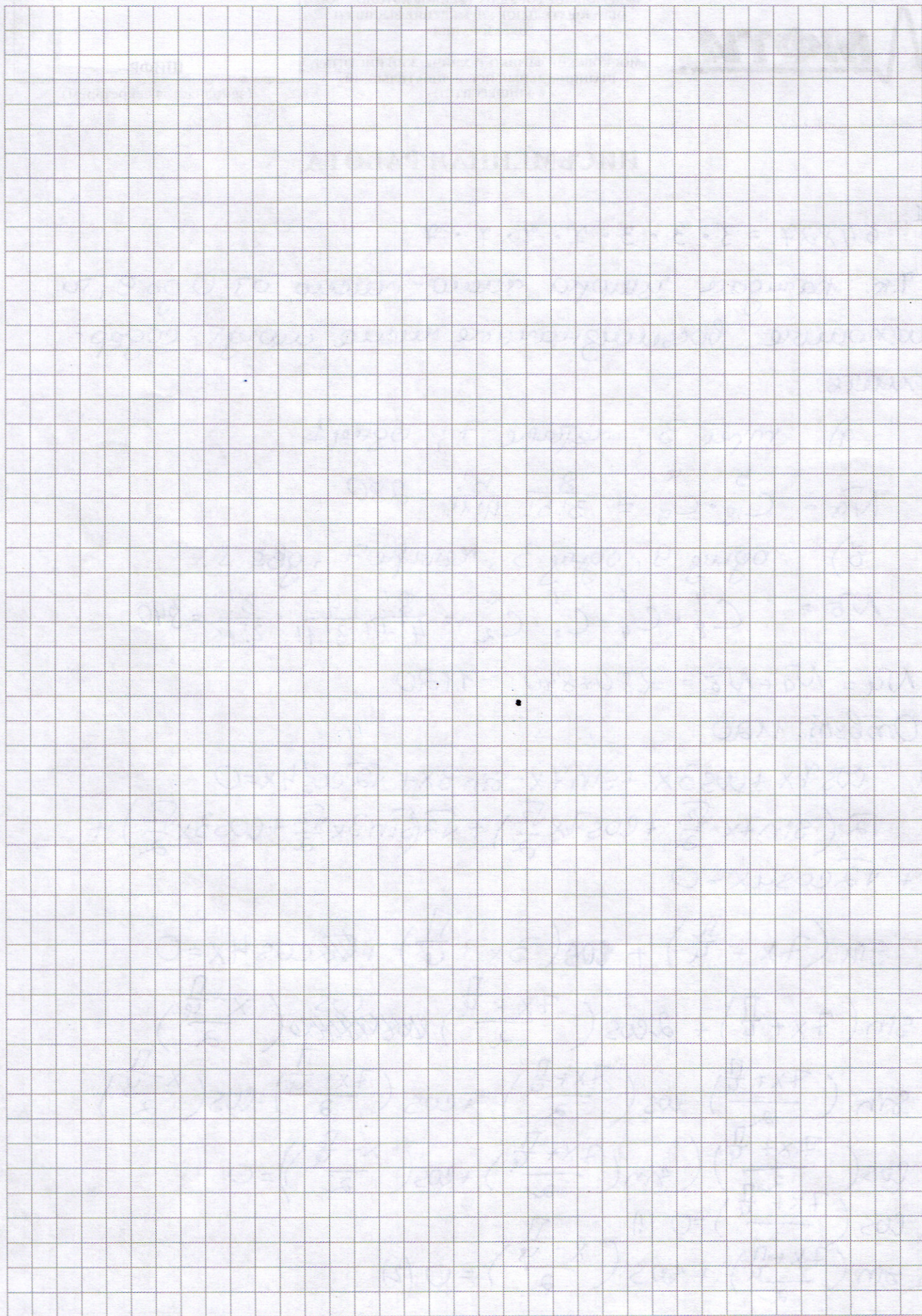
$$\sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left( \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\sin \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \left( \sin \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left( \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 & (1) \\ \sin \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left( \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 & (2) \end{cases}$$





☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



$$(1) \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) + \cos\left(\frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} - \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\left[ \frac{7x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4} - \pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[ \frac{7x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4} - \pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[ 6x - \frac{\pi}{2} = 2\pi + 4\pi n, n, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[ 8x - \pi = 2\pi + 4\pi k \right.$$

$$\left[ 6x = \frac{5\pi}{2} + 4\pi n, n, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[ 8x = 3\pi + 4\pi k \right.$$

$$\left[ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[ x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \right.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}; \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$5. \textcircled{1} |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$1) x+y+8 \geq 0 \text{ и } x-y+8 \geq 0$$

$$2x = 0$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ x = 0 \end{cases}$$

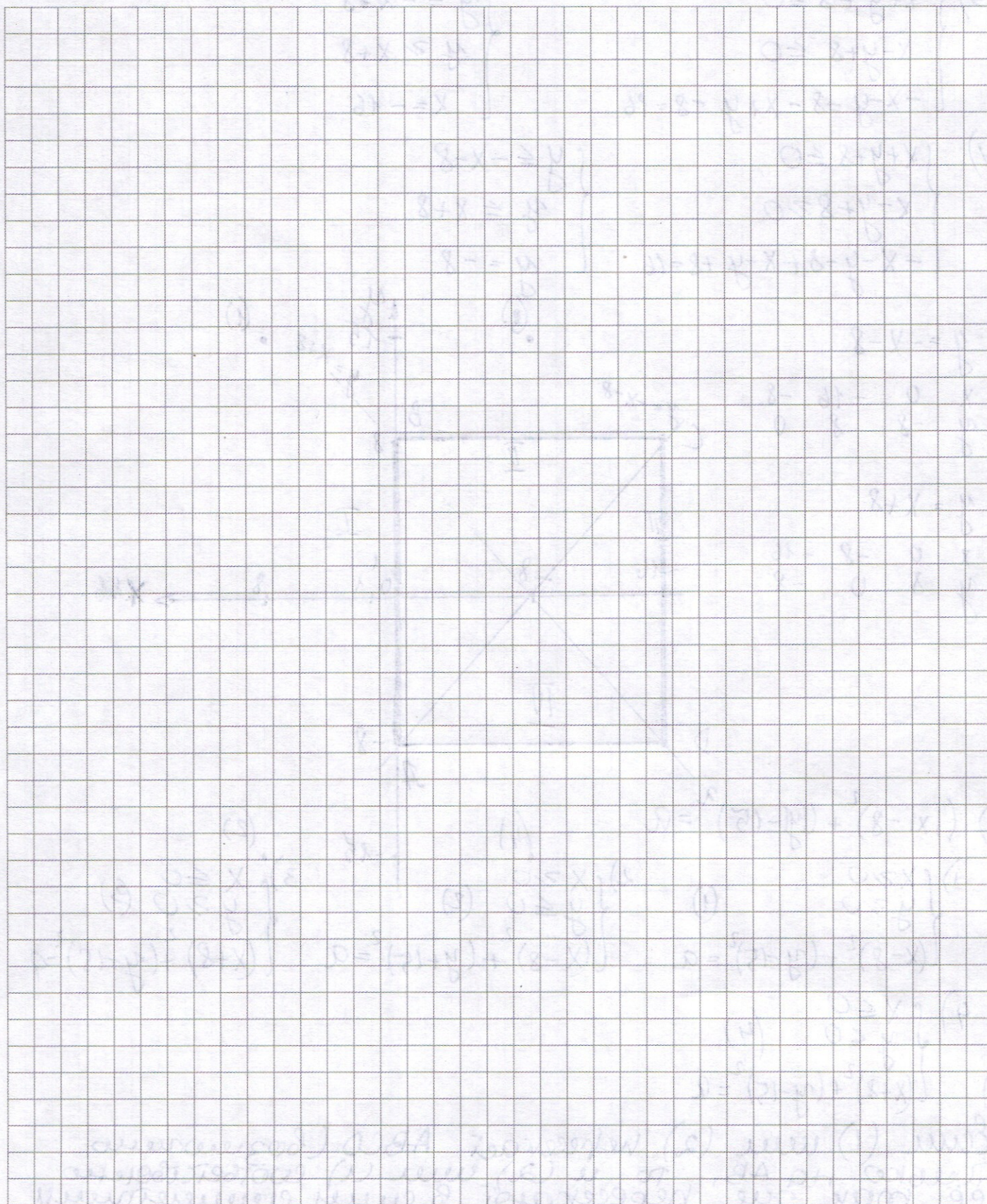




ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



$$2) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ y=8 \end{cases}$$

$$x+y+8 - x+y-8 = 16$$

$$3) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ -x-y-8 - x+y-8 = 16 \end{cases} \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ x = -16 \end{cases}$$

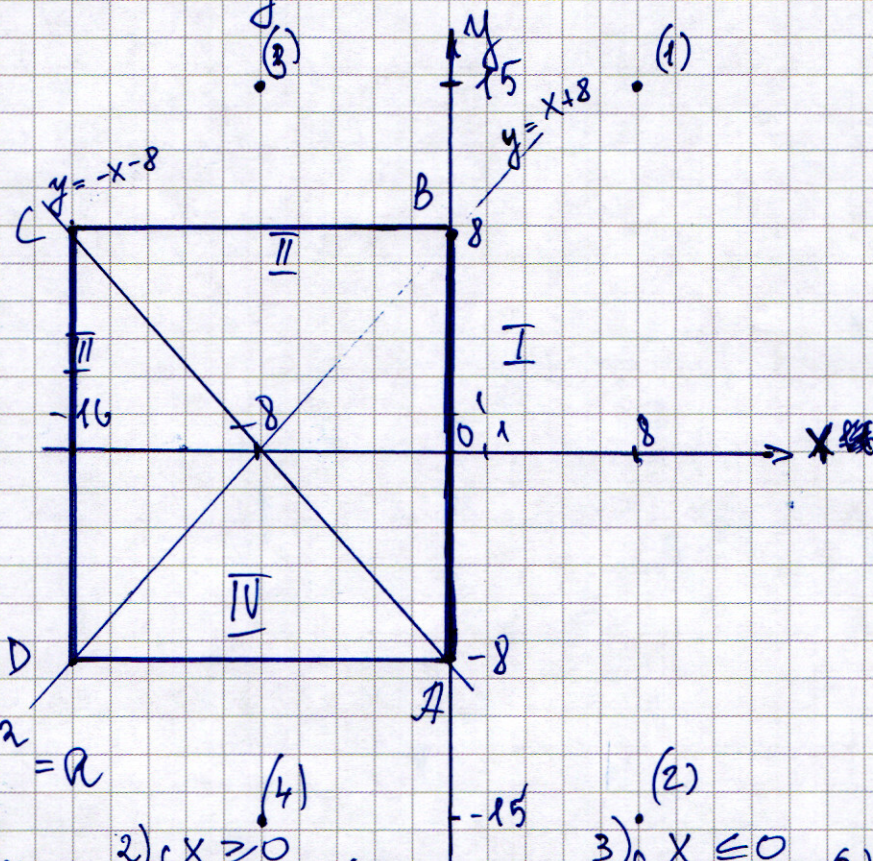
$$4) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y-8 + x-y+8 = 16 \end{cases} \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ y = -8 \end{cases}$$

$$y = -x-8$$

|   |    |     |    |
|---|----|-----|----|
| x | 0  | -16 | -8 |
| y | -8 | 8   | 0  |

$$y = x+8$$

|   |   |    |     |
|---|---|----|-----|
| x | 0 | -8 | -16 |
| y | 8 | 0  | -8  |



$$2) (x-8)^2 + (y-15)^2 = R$$

$$1) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (1) \quad (x-8)^2 + (y-15)^2 = R$$

$$2) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad (2) \quad (x-8)^2 + (y+15)^2 = R$$

$$3) \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (3) \quad (x+8)^2 + (y-15)^2 = R$$

$$4) \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad (4) \quad (x+8)^2 + (y+15)^2 = R$$

$$1) (x+8)^2 + (y-15)^2 = R$$

Если (1) или (2) пересекает ABCD (возможно только на AB, то и (2) или (1) соответственно ее так же пересекают в симметричных



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда (3) и (4) так же пересекают фигуру на АВ. При этом в силу симметрии расположения (3) и (4) и ABCD отн. прямой  $x = -8$

Если (3) или (4) пересекает АВ, то соотв (3) или (4) пересекает CD  $\Rightarrow$

Если (1) или (2) пересекает ABCD, будет более 2-х решений, если точки пересечения (1) и (2)

и (3) и (4) на АВ - не одна точка и (3) и (4) на CD - не одна точка.

Если это так: точка пересек  $K_1(0;0)$   $K_2(-16;0)$

$$R_1^2 = a = 15^2 + 8^2 = 289$$

Окр (1): пересекает ABCD в  $K_1$  б) в  $K_1$  и  $K_2$

(2): в  $K_1$

(4) в  $K_1$  и  $K_2$

$\Rightarrow a = 289$  - ур. ~~реш~~ условию

2) Если (1) и (2) не пересекают (т.е.  $K_1$  и  $K_2$ )

не являются решениями:

В силу симметрии расположения (3) и (4) отн ОХ и  $x = -8$ , если

(3) пересекает ABCD, то она пересекает в 2-х точках, если (4) пересекает, ~~то~~ пересекает в 2-х точках.

Т.к.  $K_1$  и  $K_2$  не являются решениями, то если (3) и (4) пересекают в 2-х точках, система дает 4 решения

Если (3) имеет с ABCD 1 общую точку, то и (4) имеет 1 общую точку. Т.О. будет



[illegible]

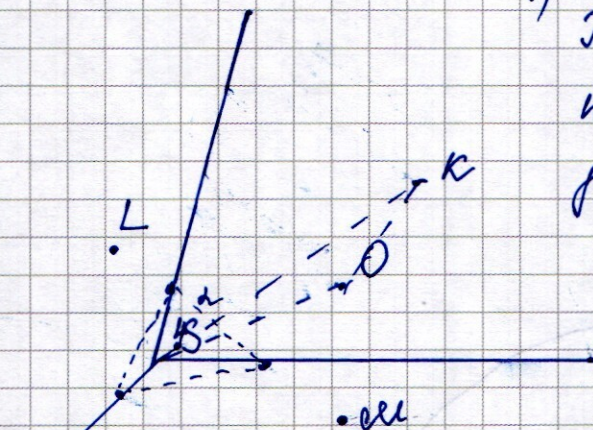


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Имеем 2 радиуса сферы  $\sqrt{a} = 15 - 8 = 7$ ;  $a = R^2 = 49$

Ответ: 49; 289.

4.



1) Пусть  $S_1$  и  $S_2$  - площади сечений  
перехватного угла т.к. кас сф.  
ра и пер. плоскостями SO

$S_1$  - сечение  $\alpha$   
 $S_2$  - сечение  $\beta$

2)  $\alpha \perp SO$   
 $\beta \perp SO \quad | \Rightarrow \alpha \parallel \beta$

3)  $\alpha \parallel \beta \Rightarrow$  фигуры в сечениях т.к.  $\alpha$  и  $\beta$  подобны

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2 \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

4) Пусть  $S_2$  - пер. с осн  $S_1$  (сеч  $\alpha$ ), а  $S_\beta$  - пер. в осн  
сеч  $\beta$   $\frac{V_{S_2}}{V_{S_\beta}} = k^3 = \left(\frac{SH}{SH_1}\right)^3$ , где H и  $H_1$  соотв точки

пересечения  $\alpha$  и  $\beta$  с O ;  $SH$  и  $SH_1$  - высоты пер. т.к.  
 $SO \perp \alpha$  и  $SO \perp \beta$

5)  $SH = SO - R$  ;  $SH_1 = SO + R$

$$\frac{SO - R}{SO + R} = \frac{3}{4} \quad 4SO - 4R = 3SO + 3R \quad SO = 7R ; \frac{R}{OS} = \frac{1}{7}$$

6)  $\triangle SOK$  ( $\angle K = 90^\circ$ )  $\sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{OS} = \frac{1}{7}$

$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$

Ответ:  $\arcsin \frac{1}{7}$



$$3. \int \left( \frac{-x^2}{y} \right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (1) \end{cases}$$

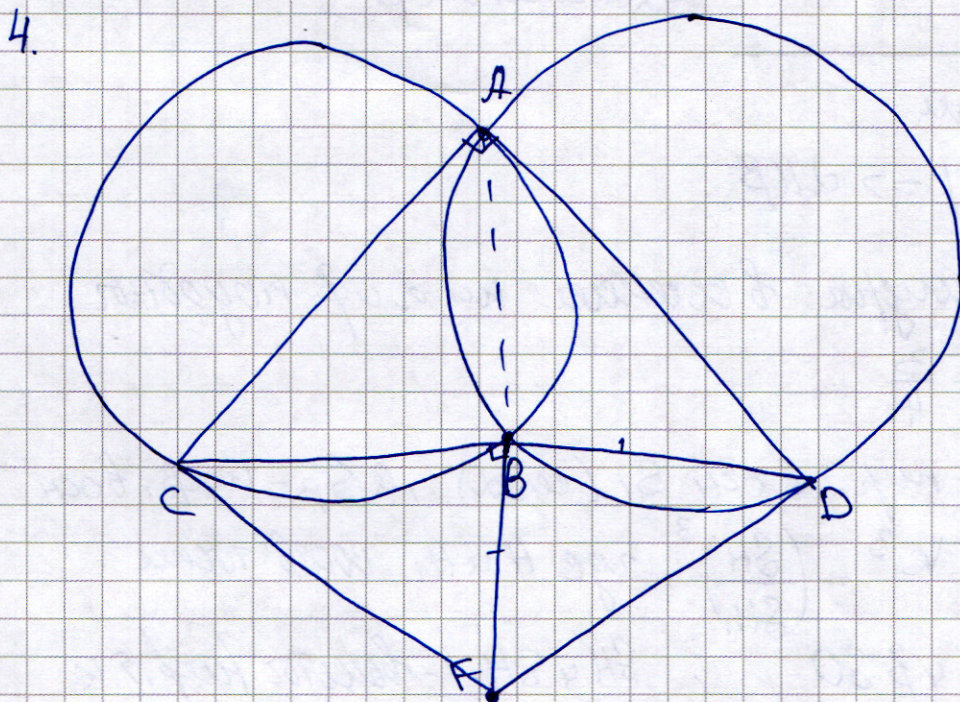
$$(1) \quad y^2 + 2xy - 3x^2 = -4(y + 3x)$$

$$(y - x)(y + 3x) = -4(y + 3x)$$

$$(y + 3x)(y - x + 4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$y = x - 4$$





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $64827 \div 3 = 21609$   $3 \cdot 21609 = 64827$   $64827 \div 9 = 7203$   $7203 \div 3 = 2401$

$24 \div 3 = 8$   $21 \div 3 = 7$   $9003 \div 3 = 3001$   $2401 \div 7 = 343$   $343 \div 7 = 49$   $49 \div 7 = 7$

$06 \div 6 = 1$   $6 \div 6 = 1$   $6 \div 6 = 1$   $12 \div 12 = 1$   $21 \div 7 = 3$   $343 \div 7 = 49$   $49 \div 7 = 7$

$02 \div 2 = 1$   $27 \div 3 = 9$   $6x - \frac{\pi}{2}$   $8 \times \frac{3\pi}{2}$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$   $C_3 \cdot C_5 = \frac{8!}{5!3!4!1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$

2.  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x - 2 \cos 5x$

$\sqrt{2} \left( \sin 7x \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 7x \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \sqrt{2} \left( \sin 3x \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 3x \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos \left( \frac{7x + \pi}{2} \right) \cos \left( \frac{x - \pi}{2} \right) = 0$

$\sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$

$\sin \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left( \frac{7x + \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos 4x = 0$

$\sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \cos 5x + \cos 4x = 0$

$\cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right)$

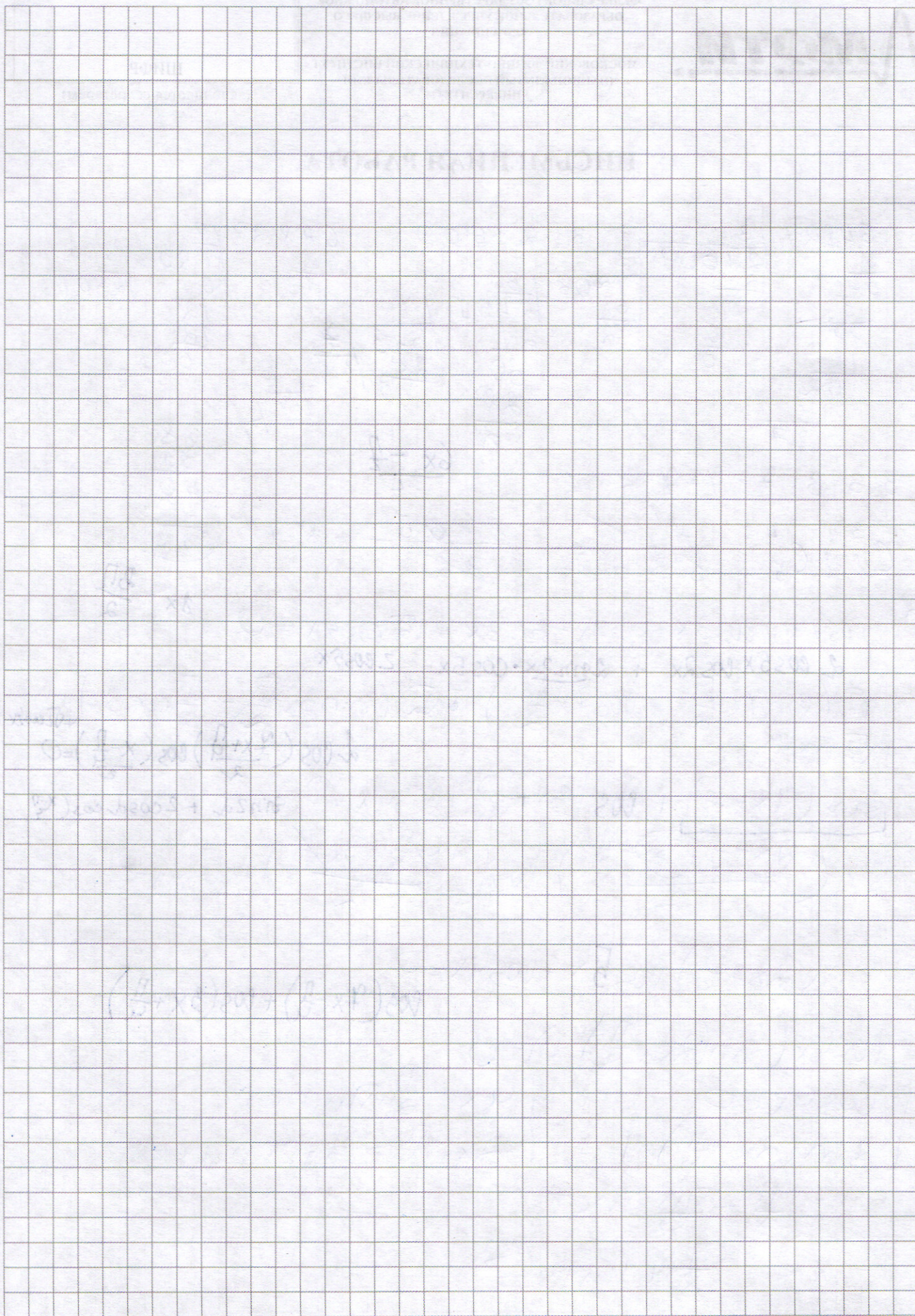
$\cos 4x \left( \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0$

$\begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 \end{cases} \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$







## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3  $\int \left( -\frac{x}{y} \right)^7 \ln(-y) = 2 \ln(xy^2)$   $y \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow 0$   $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2}$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$   $\frac{x^7 \ln(-y)}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{\frac{2 \ln(xy^2)}{3 \cdot 5}}$

$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$   $\frac{8!}{4! \cdot 4!} \frac{4!}{3!} \frac{3!}{2!}$

$y^2 + 4y + 4 - 3(x^2 + 4x + 4) + 2xy - 4 + 12 = 0$   $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1}$

$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$   $(y+2)^2 - 3(x+2)^2 = 2xy + 8$

$(y+x)^2 - (x^2 + 12x + 4y) = 0$   $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1}$

$(y+x)^2 \frac{x^7 \ln(-y)}{(-y)^{\ln(-y)}} = \frac{x^{\frac{2 \ln x}{2}} \cdot x^{\frac{2 \ln y^2}{2}}}{(x+y)^2 \frac{2y}{\ln(-y)} (x^2 - 3x) + 4y = 0} + \frac{225}{64}$

$y^2 + 4y + 4 - ($   $\frac{280}{3}$

$y^2 + 2xy - 3 \ln(-y^3) = (12 \ln(-y)) \ln x a = 10^k$   $\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2}$

$(y-x)(y+3x) = -4(3x+y)$   $\lg a = k$   $\frac{280}{4}$

$(y+3x)(y-x+4) = 0$   $\frac{1}{3} x^6$   $\frac{1}{3} x^6 = x^{\frac{1}{3}}$   $\lg a = k$

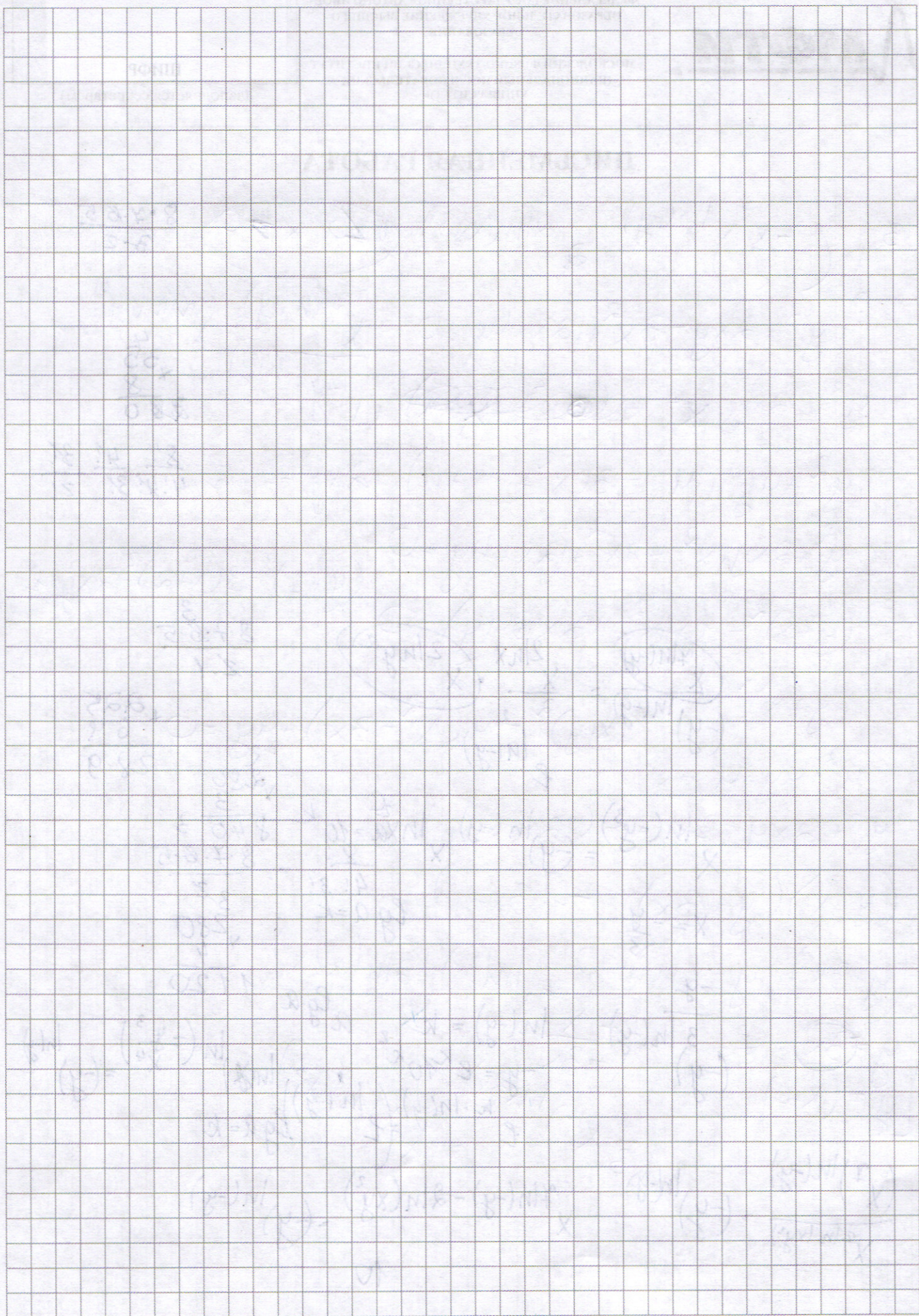
$y = 3x$   $\frac{x^7 \ln(-y)}{x^2 \ln(xy^2)} = (-y)^{\ln(-y)}$   $\frac{1}{3} x^6 = x^{\frac{1}{3}}$   $\lg a = k$

$y = (x-4)$   $\frac{x^7 \ln(-y)}{x^2 \ln(xy^2)} = (-y)^{\ln(-y)}$   $\frac{1}{3} x^6 = x^{\frac{1}{3}}$   $\lg a = k$

$\frac{x^7 \ln(-y)}{x^2 \ln(xy^2)} = (-y)^{\ln(-y)}$   $\frac{1}{3} x^6 = x^{\frac{1}{3}}$   $\lg a = k$

10





☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(xy)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

$$1) C_8^3 + C_5^2$$

2)

$$\frac{x^{2\ln(xy^2)}}{(x^2)^{\ln(-y)}} \cdot \frac{1}{y} \ln(-y) = 1$$

$$x^{2\ln(xy^2) - \ln(-y)} = \frac{1}{y} \ln(-y)$$

$$\ln(-y^2) - 2\ln(xy^2) = (-y) \ln(-y)$$

$$x \ln\left(\frac{-y^2}{x^2 y^4}\right) = (-y) \ln(-y)$$

$$x \ln\left(-\frac{y^3}{x^2}\right) = (-y) \ln(-y)$$

$$x \ln(27x) = (3x) \ln(3x)$$

$$\frac{x \ln(27x)}{x \ln 3x} = \dots$$

$$5) \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9 \end{cases}$$

$$1) x+y+8=0$$

$$y = -x-8$$

$$x-y+8=0$$

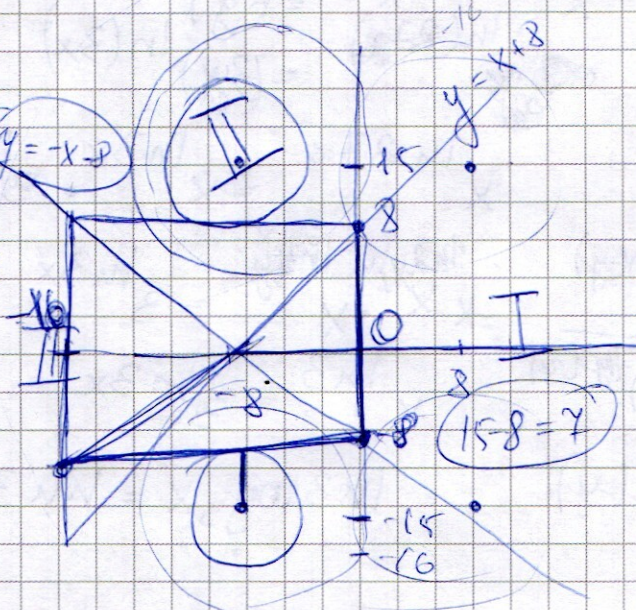
$$y = x+8$$

$$1) x+y+8 \geq 0 \quad x-y+8 \geq 0$$

$$2) x+y+8 \geq 0 \quad x-y+8 \leq 0$$

$$3) x+y+8 \leq 0 \quad x-y+8 \leq 0$$

$$4) x+y+8 \leq 0 \quad x-y+8 \geq 0$$





$$(x^7)^{\ln(-y)} = (-y)^{\ln(-y)} \cdot x^{2\ln x + 2\ln y^2}$$

$$x^{7\ln(-y)} = -y^{\ln(-y)} \cdot x^{\ln x^2} \cdot x^{\ln y^4}$$

$$x^{\ln(-y^3)} = (-y)^{\ln(-y)} \cdot x^{\ln x^2}$$

$$\ln(-y^3) - \ln x^2 = \log_x e^{\ln^2(-y)} \text{ „a“}$$

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = \frac{x^{2\ln x}}{x^{2\ln y^4}}$$

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = \frac{x^{7\ln(-y)}}{x}$$

$$\frac{(x)^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = \frac{x^{2\ln x^2}}{x^{\ln y^4}}$$

$$\frac{x^{7\ln a}}{a^{\ln a}} = x^{\ln x^2} \cdot x^{\ln a^4}$$

$$x^{7\ln a - \ln a^4 - \ln x^2} = a^{\ln a}$$

$$x^{\ln a^3 - \ln x^2} = a^{\ln a}$$

$$x^{3\ln a - 2\ln x} = a^{\ln a}$$

$$x^{\ln(-y^3) - \ln y^4} = x$$

$$x^{\ln(-\frac{y^3}{x^2})} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$x^{\ln(-\frac{y^3}{x^2})} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$\ln(27x) = (3x)^{\ln(3x)}$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\ln a} \cdot x^{2\ln a - 2\ln x} = 1$$

$$x^{\ln 27x} = x^{\ln 3x} \cdot 3^{\ln 3x} \left(\frac{x}{a}\right)^{\ln a} \cdot x^{2\frac{a}{x}} = 1$$

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{\ln 3x} \cdot x^{\ln 3x} = 3^{\ln 3x}$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln 3x}$$

$$3^{\ln 3x} \cdot x^{2 \cdot (-3)} = 1$$

$$3^{\ln 3x} \cdot x^6 = 1$$

$$x^{\ln(-y)}$$

$$\ln 3 \log_3 x = \ln 3x$$



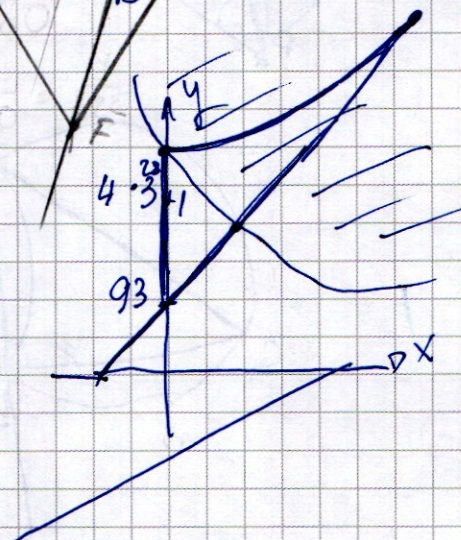
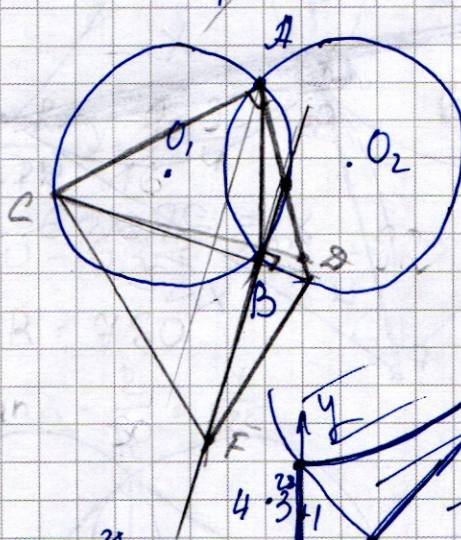
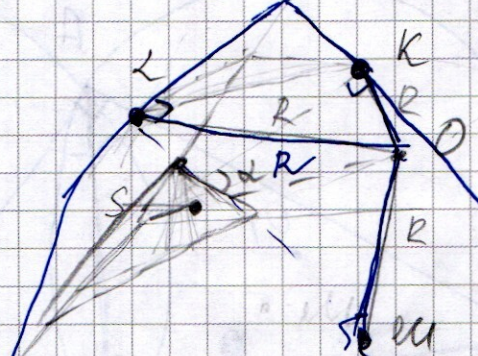
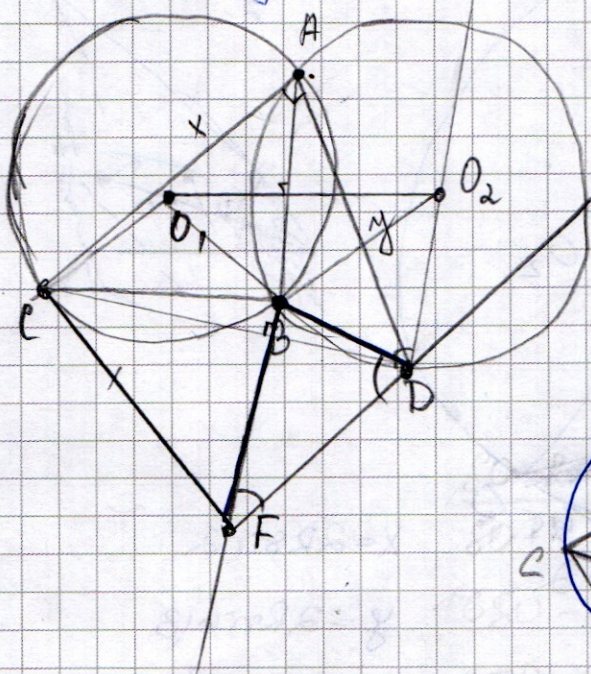
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $2x = 0$

2)  $x+y+8-x+y-8=16 \quad 2y=16 \quad y=8$

3)  $-x-y-8-x+y-8=16 \quad -2x=-32 \quad x=-16$

4)  $-x-y/8+x-y+8=16 \quad -2y=16 \quad y=-8$



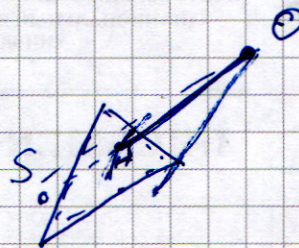
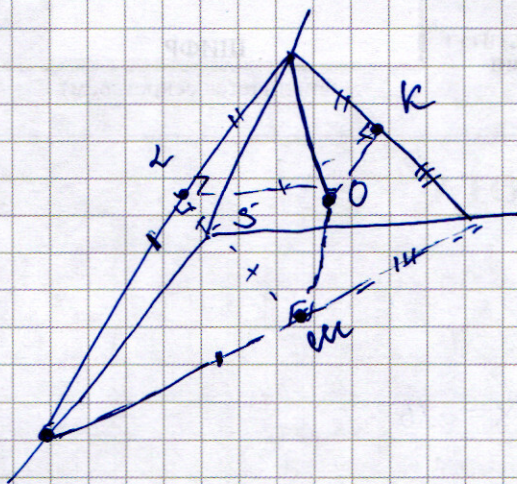
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$93 + 3^x - 93 + 3^{28} - 3 = 90 + 3^{28}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^x - 3x$$

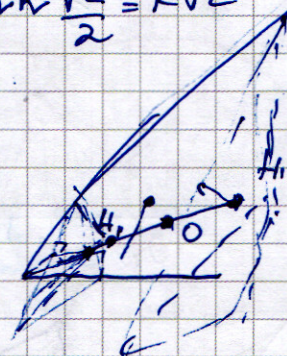
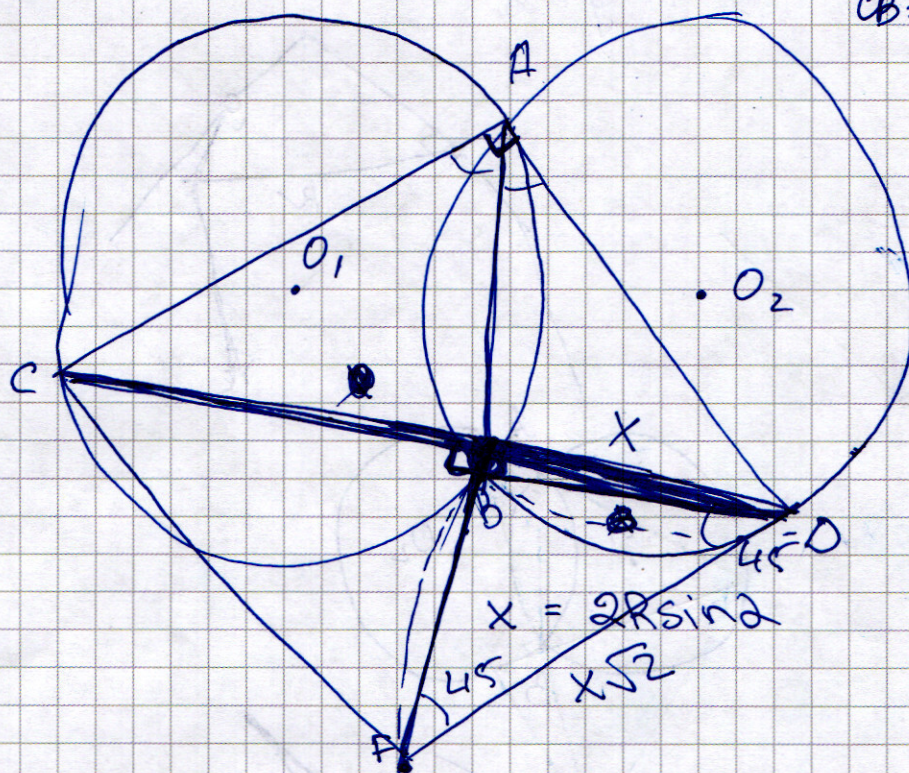
$$3^{28}(x+4) = 3^x + 3x - 93$$





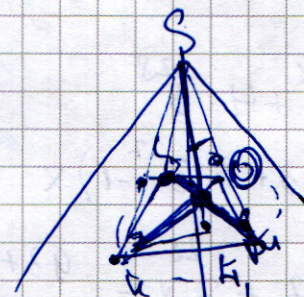
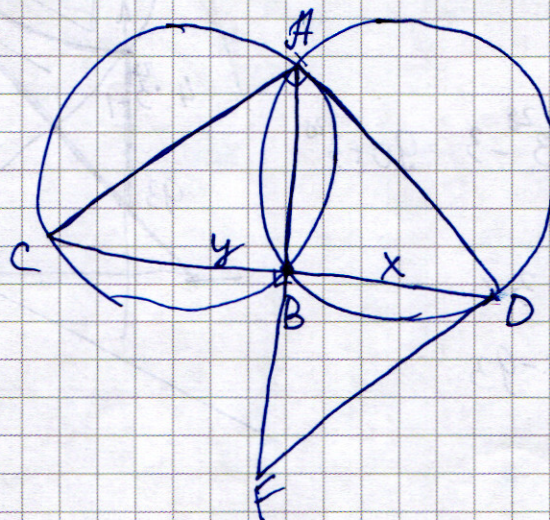
$$SH_0 \cdot SH_1 = 8R^2$$

$$CB = \frac{2R\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$



$$x = 2R \sin \alpha$$

$$y = 2R \sin \beta$$



$$SO \perp (LKM)$$

$$R \neq R \quad R$$

$$6R \quad R \quad R$$