

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Заметим, что $16875 = 5^4 \cdot 3^3$, т.е. раскладывается (единичным образом на 7 простых множителей), когда 8 множителей (цифр) можно получить 1-м способом:

$$\textcircled{1} 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \quad \text{или} \quad \textcircled{2} 9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

(т.к. из 5 и 3 только $3^2 \leq 9$, $3 \cdot 5 \geq 9$ и $5 \cdot 5 > 9$)

Заметим, что числа у цифр 1-го способа не совпадают с числами у цифр 2-го способа, т.е. цифры разные.

посчитаем кол-во чисел, у цифр 1-го набора:

$$n_1 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 280 \quad (\text{т.к. 8 цифр переставляются 8! способами, но все перестановки 5-рок (4!) и 3-ек (3!) не надо учитывать, т.к. все цифры 5 равнозначны и все цифры "3" тоже})$$

способами, но все перестановки

5-рок (4!) и 3-ек (3!) не надо учитывать, т.к. все цифры 5 равнозначны и все цифры "3" тоже)

$$n_2 = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 30 \cdot 4 \cdot 7 = 120 \cdot 7 = 840$$

(аналогично с п., не учитываем перестановки 2-х единиц и 4-х пятёрок)

$$n = n_1 + n_2 = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел

Задача №2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin \frac{7x+3x}{2} \sin \frac{7x-3x}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \sin 2x$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(2\cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad \text{или} \quad 2\cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 5x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 5x = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} - \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} - \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$4\cos^2 2x = 2 (\cos^2 5x + \sin^2 5x + 2\cos 5x \sin 5x)$$

$$4\cos^2 2x = 2 (1 + \sin 10x)$$

$$2\cos^2 2x - 1 = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos^2 4x = \sin^2 10x$$

$$\cos^2 4x = 1 - \cos^2 10x$$

$$2\cos^2 4x + 2\cos^2 10x - 2 = 0$$

$$\cos 8x + \cos 20x = 0$$

$$\cos 8x = -\cos 20x$$

$$\frac{20}{8}x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$8x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

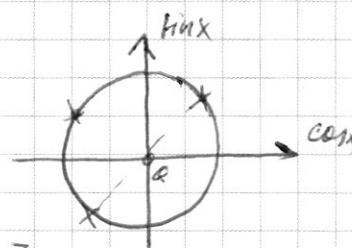
$$20x = \pi - 8x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$12x = \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$24x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi n}{12} + \frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{24} + \frac{2\pi n}{24}, n \in \mathbb{Z}$$



Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} - \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi n}{6} + \frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi n}{14} + \frac{\pi}{28}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

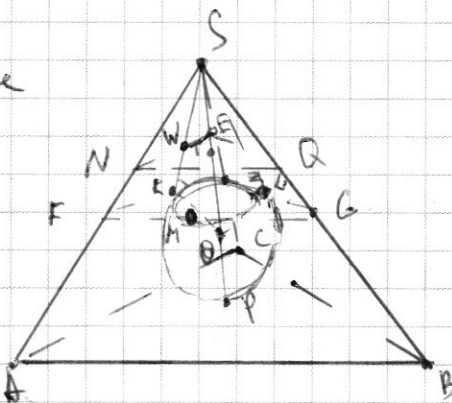
Задача №4

Заметим, что если K, M, L — разные касания, то $OK \perp SK$, $OM \perp SM$

$$nOL \perp SL \text{ (м.к. ОК, ОМ и ОЛ)}$$

переносимые (переносимые)

$SNQE = 4, S_{ABE} = 9, SP \perp ABC, m. \angle$



ОР — радиус сферы и АВС — касательная сферы в точке Р, т.е. касательная, что $NQ \perp SO$ и $AB \perp SO$, т.е. ОР — высота пирамиды SAB .

Тогда $NG \parallel AB$ и $\frac{SN}{SA} = \frac{NG}{AB} = \frac{2}{3}$ / т.к. аналогично все стороны NGE пропорциональны сторонам ABE и $\frac{S_{NGE}}{S_{ABE}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Kotlega $n = \frac{ST}{SP} = \frac{2}{3}$, zge $T \in NQE$.

$W \in NE$, $X \in KML$, тогда $WT \perp ST$, м.ч. $NQ \perp ST$
и, аналогично $KX \perp SO$ ($SH = RL = SK$, м.ч. $KML \perp SO$)

$$\frac{ST}{ST+2R} = \frac{2}{3}, \quad 3ST = 2ST + 4R$$

$$SK = \sqrt{25R^2 - R^2} = 6\sqrt{4} = 2\sqrt{16}, \quad \Delta SKX \sim \Delta SKR \text{ по 2 углам!}$$

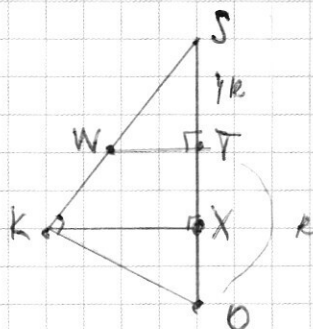
$$\frac{SK}{SO} = \frac{SX}{SK}, \quad SK^2 = SO \cdot SX, \quad SX = \frac{24R^2}{SR} = \frac{24}{5}R, \text{ no mora}$$

$$\frac{ST}{SX} = \frac{SN}{SF} = \sqrt{\frac{SNQE}{SFGZ}} = \frac{4R \cdot 5}{24R} = \frac{5}{6}, \text{ m.e. } \frac{SNQE}{SFGZ} = \frac{25}{36}, \text{ m.e. } \frac{25}{36}$$

$$S_r GZ = \frac{4 \cdot 36}{25} = \frac{144}{25} \quad \sin(\angle KSO) = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{SR} = \frac{1}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

Orbitem: $SGZ = \frac{144}{25}$, $\angle KGO = \arcsin(\frac{1}{5})$



Задача № 6

а) Прямая BF — т.в. до пересечения с окружностью 1 в точке K .

$BF = BD$, очевидно, $\angle AB_2 = \angle AB_1$,

т.е. $\angle ACB = \angle ADB = \alpha$,

(как впис, опира на равные дуги)

тогда $AC = AD$. Заметим, что $\angle KBC = 90^\circ$,

т.е. CK — диаметр, тогда $\angle KAC = 90^\circ$, как

впис, опира на диаметр, т.е. $\angle KAC + \angle CAD = 180^\circ$, т.е. K, A, D лежат на одной прямой. Пусть $\angle CAB = \beta$, тогда $\angle CKB$ тоже β ,

т.к. опираются на одну дугу, $\angle AKB = \frac{1}{2} \angle AB = \angle ACB$, т.е. $\angle AKB = \alpha$,

тогда $BK = BD$, т.к. $\triangle KBD$ — равнобедренный, тогда $BK = BF$ и

$BF \perp CB$, т.е. в $\triangle KCF$ медиана совпадает с высотой —

т.е. и $CK = CF$ (т.к. $\triangle KCF$ равнобедренный), т.е. $CF = CK = d = 13$

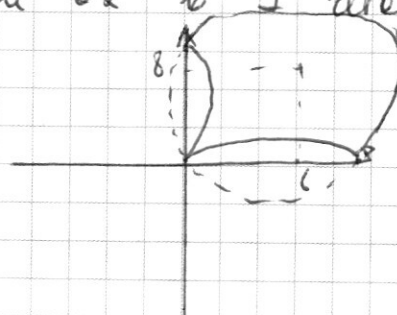
ответ: а) $CF = 13$

Задача № 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

Заметим, что (1) — уравнение окружности с центром в точке $O(6; 8)$, где $K = 16$, причем если $R > 6$, то

часть окружности, попадающая в 2, 3 или 4 четверти отбрасывается отн. осей Oy или Ox в 1 четверть:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

Условия:

$$-xy > 0$$

$$-x > 0, \text{ т.е. } \boxed{\begin{matrix} x < 0 \\ y > 0 \end{matrix}} (*)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (*) \end{cases}$$

решим (*): $(2y+x)(y-x-4) = 0$

1) $2y = -x$ или $y = x+4$ (2)

подставим 1): $\left(\frac{16y^4}{y^2}\right) \lg y = (2y) \lg 2y^2$

$$(16y^2) \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$(4y) 2 \lg y = (2y) \lg 2y^2$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$(-x)^3 \lg y = (-x) \lg(-x) \cdot y^2 \lg y$$

$$(-x)^3 \lg y - \lg(-x) = y^2 \lg y$$

подставим $-x = 2y$:

$$(2y)^3 \lg y - \lg 2y = y^2 \lg y$$

$$(2y) \lg \frac{y^2}{2} = y^2 \lg y \quad - \text{берем от обеих частей } \lg y \ (y > 0)$$

$$\log_y(2y) \cdot \lg \frac{y^2}{2} = 2 \lg y$$

$$(1 + \log_y 2)(2 \lg y - \lg 2) = 2 \lg y$$

$$2 \lg y + 2 \log_y 2 \cdot \log_y y - \log_y 2 \cdot \log_y 2 - \lg 2 = 2 \lg y$$

$$2 \log_y 2 - \log_y 2 = \log_y 2 \cdot \log_y 2$$

$$\log_y 2 (1 - \log_y 2) = 0$$

$$\log_y 2 = 1$$

$$\boxed{\begin{matrix} y = 2 \\ x = -4 \end{matrix}}$$

$$\boxed{\begin{matrix} y > 0 \\ x < 0 \end{matrix}} \quad - \text{удв. условия (*)}$$

логарифмы $y = x + 4$

$$(-x)^{3 \lg(x+4) - \lg(-x)} = (x+4)^{2 \lg(x+4)}$$

$$(-x)^{\lg \frac{(x+4)^3}{(-x)}} = (x+4)^{\lg(x+4)^2}$$

$$\lg(x+4)^2 = \log_{x+4}(-x) \cdot (\lg(x+4)^3 - \lg(-x))$$

$(x+4 = y > 0)$
формулы аргумента
т.е. $\log_{x+4}(-x) = \frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)}$

$$\lg(x+4)^2 = 3 \log_{x+4}(-x) \cdot \log_{10}(x+4) - \log_{x+4}(-x) \cdot \log_{10}(-x)$$

$$2 \log_{10}(x+4) - 3 \log_{10}(-x) = - \log_{10}(-x) \cdot \log_{x+4}(-x)$$

$$\log_{10}(-x) (1 - \log_{x+4}(-x) - 3) = 2 \log_{10}(x+4)$$

$$\log_{10} \frac{(-x)^3}{(x+4)^2} = \log_{(x+4)}(-x) \log_{10}(-x) \quad | : \log_{10}(-x)$$

$$\log_{(-x)} \frac{(-x)^3}{(x+4)^2} = \log_{(x+4)}(-x)$$

$$3 - 2 \log_{(-x)}(x+4) = \frac{1}{\log_{(-x)}(x+4)}$$

$$3 - 2t = \frac{1}{t}$$

$$\text{пусть } \log_{(-x)}(x+4) = t$$

$$3t - 2t^2 = 1$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1, \quad t = \frac{3 \pm 1}{4}$$

$$t = 1$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$\log_{(-x)}(x+4) = 1$$

$$\log_{(-x)}(x+4) = \frac{1}{2}$$

$$x+4 = -x$$

$$\sqrt{-x} = x+4$$

$$2x = -4$$

$$-x = x^2 + 8x + 16$$

$$x = -2$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$y = 2$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ но } x < 0, \text{ тогда } x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{тогда } y_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} + 4 \quad \text{или } y_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} + 4$$

$$\text{но } y_1 < 0, \text{ это противоречит условию 1*)}$$

$$\text{Ответ: } y = 2 \text{ или } x = -2 \text{ или } x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}, y = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} + 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3^3 = 5^4 \cdot 3^3$

$$\begin{array}{r} 16875 \div 5 = 3375 \\ 3375 \div 5 = 675 \\ 675 \div 5 = 135 \\ 135 \div 5 = 27 \\ 27 \div 3 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

1) 9 5 5 5 5 3 3 1 1

2) 3 3 5 5 5 5 3 1

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 7 \\ \hline 840 \end{array}$$

1) — — — — —

$$n_1 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$$

$$2) n_2 = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 280$$

$$n = n_1 + n_2 = 1120$$

Ответ: $n = 1120$

2) $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$2 \cos \frac{7+3}{2}x \cos \frac{7-3}{2}x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) = \sin 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$4 \cos^2 2x = 2 (\cos^2 5x + \sin^2 5x + 2 \cos 5x \sin 5x)$$

$$4 \cos^2 2x = 2 (1 + \sin 10x)$$

$$2 \cos^2 2x = 1 + \sin 10x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos(x+x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) =$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2 \cos^2 x - 1$$

Усл !!!
 $\cos 5x = \sin 5x$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos 4x - \sin 10x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 10x = 0$$

$$\cos^2 4x = \sin^2 10x$$

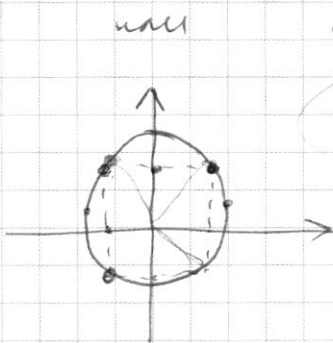
$$\cos^2 4x = 1 - \cos^2 10x$$

$$\cos^2 4x + \cos^2 10x = 1 \quad 1.2$$

$$2\cos^2 4x + 2\cos^2 10x = 2$$

$$\cos 8x + \cos 20x = 0$$

$$\cos 8x = -\cos 20x$$



$$\sin 5x = \cos 5x$$

$$5x = \pi n + \frac{\pi}{4}$$

$$\cos a = \sin b$$

$$\cos^2 a = \sin^2 b$$

$$\cos^2 a = 1 - \cos^2 b$$

$$\cos^2 a + \cos^2 b = 1$$

$$\cos^2 4x + \cos^2 10x = 1$$

$$\cos 10x = \sqrt{1 - \cos^2 4x}$$

$$2\cos^2 4x + 2\cos^2 10x = 2$$

$$\cos 8x + \cos 20x = 0$$

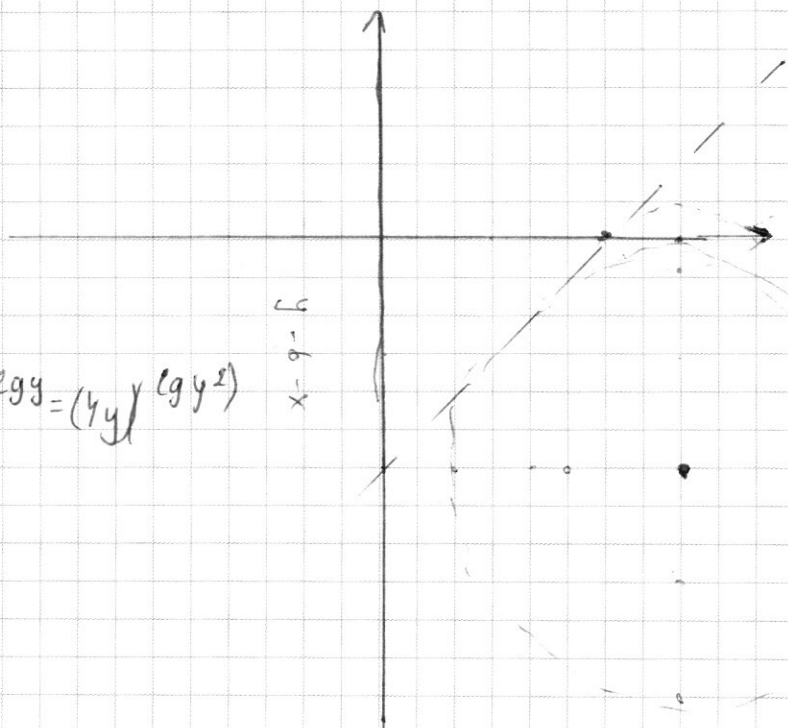
$$\cos 8x = -\cos 20x$$

$$\begin{cases} 8x = 20x + \pi + \pi n \\ 8x = \pi - 20x + \pi n \end{cases}$$

5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

2 решения



$$(16y^2)^{\lg y} + (4y)^{2\lg y} = (4y)^{\lg y^2}$$

$$4y = x$$

$$y > 6+x$$

$$|x+y| = 2$$

$$\begin{cases} |y-x+6| \\ |y+6-x| \end{cases}$$

$$|x-6-y|$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$2y = -x \quad y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2 + \lg y^2}$$

$$2^2 \lg y^2 \cdot y^{\lg y^2} = 2^{\lg 2y^2} \cdot y^{\lg 2y^2}$$

$$2^{\lg y^4 - \lg 2y^2} = y^{\lg 2y^2 - \lg y^2}$$

$$2^{\lg y^2 - \lg 2} = y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y^2} \cdot 2^{\lg 2} = y^{\lg 2}$$

$$\left(\frac{y}{2}\right)^{\lg 2} = 2^{\lg y^2}$$

$$2^{\lg \frac{y}{2}} = y^{\lg 2}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\left(-\frac{x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x)^{3\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{2\lg y}$$

$$(-x)^{3\lg y - \lg(-x)} = y^{2\lg y^2}$$

$$(-x)^{\lg \frac{y^3}{x}} = y^{\lg y^2}$$

$$(2y)^{\lg \frac{y^3}{2}} = y^{\lg y^2}$$

$$\lg y^2 = \log_y(2y) \cdot \lg \frac{y^3}{2}$$

$$2\lg y = (1 + \log_y 2)(2\lg y - \lg 2)$$

$$16^{\lg 1} = 2^{\lg 2}$$

$$16^{\lg 1} = 2^{\lg 2}$$

$$2^{\lg 1} = 2^{\lg 2}$$

$$\frac{2\lg y^2 - \lg 2y^2}{(2y)^2}$$

$$2(1\lg y^2 - \lg 2y) =$$

$$= 2 \cdot \lg \frac{y}{\sqrt{2}}$$

$$\lg 2y^2 - \lg y^2 =$$

$$= \lg 2 + \lg y^2 - \lg y^2$$

$$\lg y^4 - \lg 2y^2 =$$

$$= \lg \frac{y^4}{2y^2} = \lg \frac{1}{2} \cdot y^2 =$$

$$= \lg \frac{y^2}{2} =$$

$$= \lg y^2 - \lg 2$$

$$\frac{y^3}{2y} = \frac{y^2}{2}$$

$$2\lg y = 2\lg y - \lg 2 + \log_y 2 \cdot \log_n y -$$

$$- \log_y 2 \cdot \log_n 2$$

$$\log_y 2 \cdot \log_n 2 = 0$$

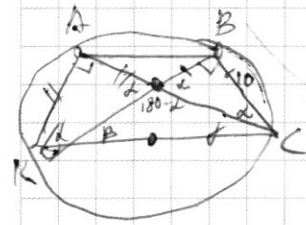
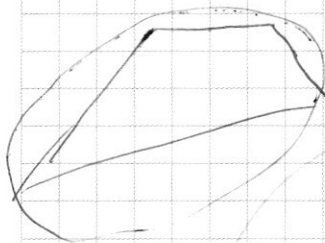
$$\log_y 2 = 0$$

$$\lg 2 = \frac{1}{\lg 2 \cdot \lg 2}$$

$$\frac{y=1}{x=-2}$$

$$y' = 2$$

26



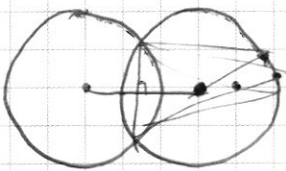
$$BK = BD = BF$$

$$BK = BF$$

$$CB \perp KF$$

$$KC \in CF$$

$$CF = 13$$



$$2d +$$

$$BC = 10$$

$$CF = 13$$

Сдел

$$AC = AD$$

$$BF = BD = BK$$

$$BF = \sqrt{169 - 100} = \sqrt{69} = BD$$

$$CD = 10 + \sqrt{69} = \sqrt{2} \cdot AC$$

$$AC = \frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$AC^2 + AK^2 = d^2$$

AD

$$DB^2 + BH^2 = d^2$$

$$AD^2 + AM^2 = d^2 \text{ or } ?$$

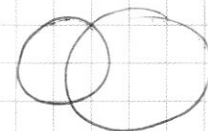
$$AC = AD$$

$$CD = \sqrt{AC^2}$$

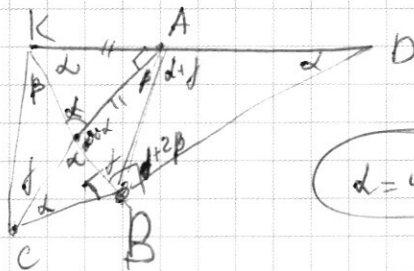
$$CD = \sqrt{2} \cdot AC$$

$$d + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$90 + 2\gamma = 180$$



$$2\beta + 2d + \gamma$$



$$d = 45^\circ$$

$$2\beta + 2\gamma = 90$$

$$\beta + \gamma = 45$$

$$AK = \sqrt{169 - AC^2} = \sqrt{169 - 100 + 69 - 20\sqrt{69}} = \sqrt{169 - 20\sqrt{69}} = \frac{\sqrt{169 - 20\sqrt{69}}}{2}$$

AB BF?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(-x)^{3\lg y - \lg(-x)} = y^{2\lg y}$$

$$(-x)^{3\lg(x+4) - \lg(-x)} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$$

$$(-x)^{\lg \frac{(x+4)^3}{-x}} = (x+4)^{\lg(x+4)^2}$$

$$\lg(x+4)^2 = \log_{x+4}(-x) \cdot (\lg \frac{(x+4)^3}{-x} - \lg(-x))$$

$$\lg(x+4)^2 = 3 \cdot \log_{x+4}(-x) \cdot \lg(x+4) - \log_{x+4}(-x) \cdot \log_{x+4}(-x)$$

$$2\log_{x+4}(x+4) = 3\log_{x+4}(-x) = -\frac{1}{\log(-x)(x+4)(10)}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{2\sqrt{6}R} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\log_{10} \frac{(x+4)^2}{(-x)^3} = -\frac{1}{\log(-x)(10x+40)} - \log(12+40) \lg(-x)$$

$$\frac{4}{x} = \frac{25}{36}, x = \frac{36 \cdot 4}{25}$$

4

$$\frac{SH}{SM} = \frac{ST}{SW}$$

$$\frac{10R}{16 \cdot 2\sqrt{6}R} = \frac{4R}{5W}$$

$$\frac{R}{12} = \frac{4R}{5W} \Rightarrow SW = \frac{4R \cdot 12}{5 \cdot 10} = \frac{24}{5}R$$

$$SM = \sqrt{25R^2 - R^2} = 2\sqrt{6}R$$

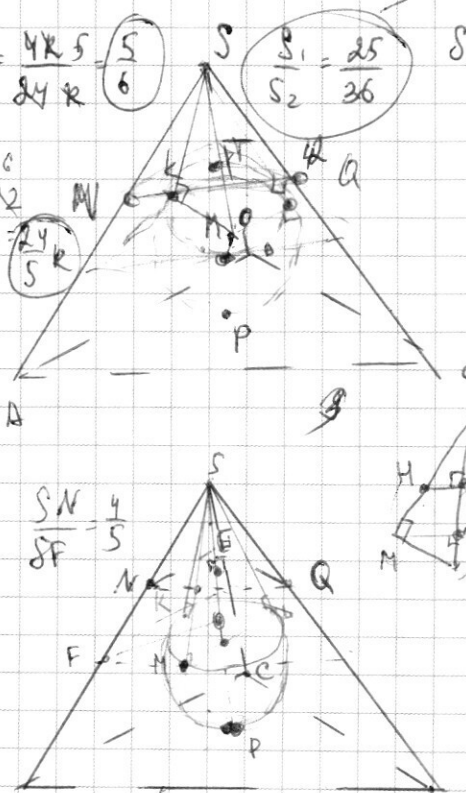
$$\frac{ST}{ST+2R} = \frac{2}{3}$$

$$V_{same} = \frac{1}{3}h \cdot S_{base} =$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3d = 9d$$

$$3ST = 2ST + 4R$$

$$ST = 4R \quad \frac{ST}{R} = \frac{4R}{R} = 4$$



$$\frac{ST}{SO} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{SNQE}{SKNE} = \frac{10}{25} = \frac{4}{10} = \frac{4}{10} = \frac{4}{10}$$

$$SKNE = \frac{25}{4}$$

$$SK = SM = SL$$

$$\frac{SH}{SK} = \frac{4R}{2\sqrt{6}R}$$

$$\frac{NQ}{AE} = \frac{2}{3}$$

$$10R = 16SH$$

$$SH = \frac{10}{16}R$$

$$\frac{ST}{SP} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{SH}{SO} = \frac{ST}{SH}$$

$$\frac{NQ}{AB} = \frac{2}{3} = \frac{SQ}{SB} = \frac{ST}{SP}$$

$$\frac{ST}{ST+d} = \frac{2}{3}$$

$$d = \frac{SP}{3}$$

$$d = \frac{h}{3}$$

S_{PLABC}

$$\frac{25}{4} \cdot \frac{2}{36} = \frac{4}{144}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

27)
$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{2} \cos 5x - \frac{1}{2} \sin 5x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pi$$

$$\frac{\log_{10} \frac{(-x)^3}{(x+4)^2}}{\log_{10} (-x)} = \log_{x+4} (-x)$$

$$3 - 2 \log_{10} (-x) (x+4) = \log_{10} (-x) (x+4)$$

$$\log_{10} \frac{-x^3}{(x+4)^2} = \log_{x+4} (-x) \log_{10} (-x)$$

$$\frac{\log_2 10}{\log_2 5} = \log_5 10$$

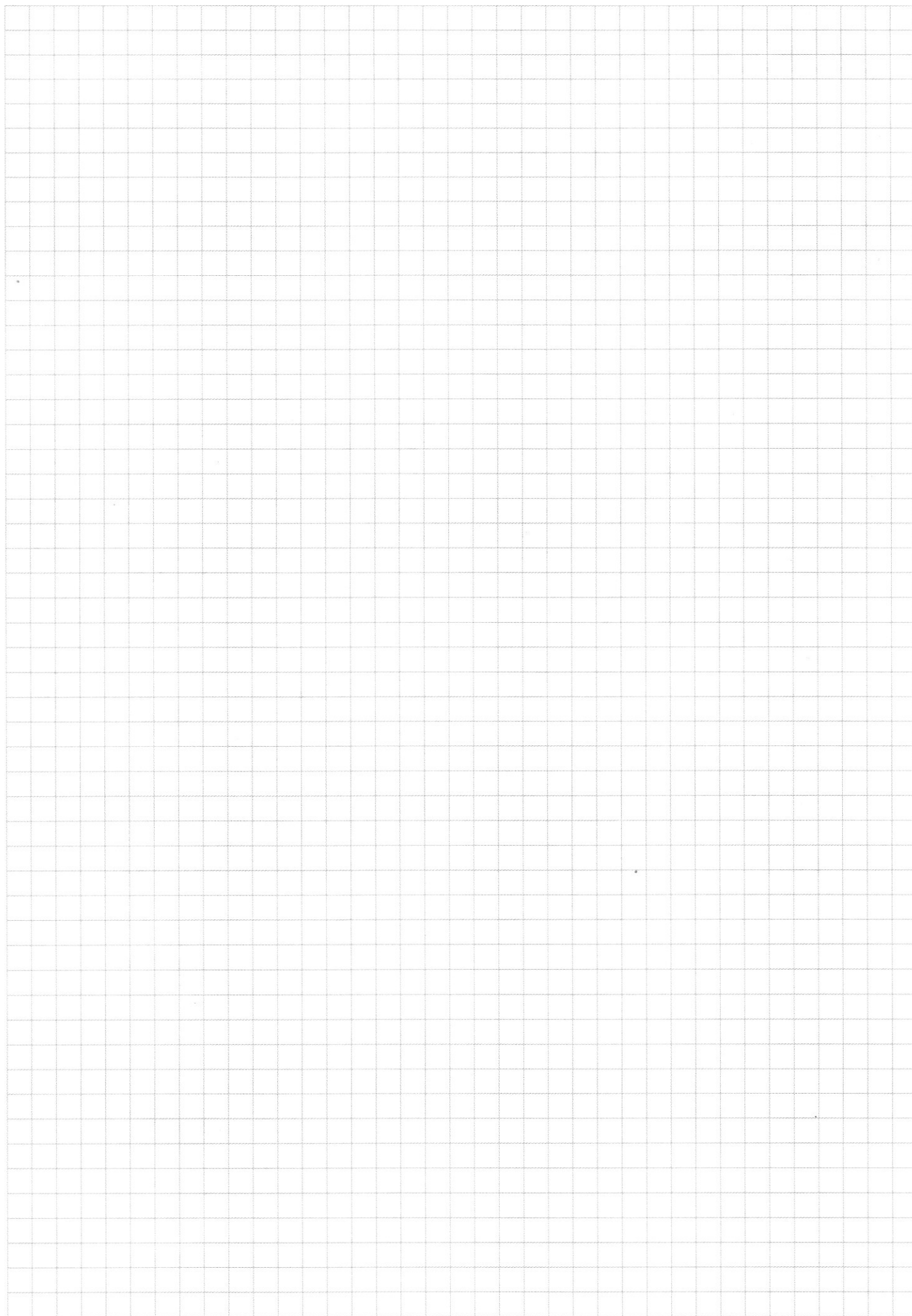
$$\begin{aligned} \log_{x+4} (-x) / (3 \log_{10} (x+4) - \log_{10} (-x)) &= 2 \log_{10} (x+4) \\ 3 \log_{10} (-x) - \log_{x+4} (-x) \log_{10} (-x) &= 2 \log_{10} (x+4) \end{aligned}$$

~~2 \log_{10} x~~

$$\frac{\log_2 8}{\log_2 64} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(-x) \log_{10} \frac{(x+4)^3}{(-x)} = (x+4) \log_{10} (x+4)^2$$

$$\begin{aligned} \log_{10} (x+4)^3 - \log_{10} (-x) &= \log_{10} (-x) (x+4) \cdot 2 \log_{10} (x+4) \\ 3 \log_{10} (x+4) - \log_{10} (-x) &= 2 \log_{10} (-x) (x+4) \log_{10} (x+4) \end{aligned}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)