

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра|
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

1950

1950

1950

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 1

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Из этих цифр можно получить 2 набора кортежей длины 8; где каждая цифра $\in [1, 9]$

I $\underbrace{1333}_3 \underbrace{5555}_4$

II $\underbrace{1193}_{211} \underbrace{5555}_4$

кол-во таких кортежей P_I и P_{II} равно: $P_I = \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!}$ $P_{II} = \frac{8!}{4! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!}$

общее кол-во таких чисел: $N = P_I + P_{II} = \frac{8!}{4!} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1120$

Ответ: 1120

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

У.о: $y > 0 \Rightarrow xy > 0 \Rightarrow x < 0$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - y(8+x) - x^2 - 4x = 0$$

$$D = 64 + 16x + x^2 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$y = \frac{8+x \pm (8+3x)}{4}$$

$$y_1 = 4+x$$

$$y_2 = -\frac{x}{2}$$

1) $\frac{4x^4}{x^2} \lg y = (-x) \lg \left(\frac{x^2}{2} \right)$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{4x^4}{x^2} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x) \lg \left(\frac{x^2}{2} \right)$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x) \lg \left(\frac{x^2}{2} \right)$$

логарифмируем по осн 10

$$\lg(-\frac{x}{2}) \cdot \lg(4x^2) = \lg(\frac{x^2}{2}) \cdot \lg(-x)$$

$$-2 \lg(-\frac{x}{2}) \cdot \lg(2x) = -\lg(-x) (2 \lg x + \lg 2)$$

$$2(\lg 2 + \lg(-x))^2 = (\lg 2 + \lg(-x)) \cdot \lg(-x) \quad \lg(-x) = a$$

$$2(\lg 2 + a)^2 = (\lg 2 + a)a$$

$$2\lg^2 2 + 4\lg 2 \cdot a + 2a^2 = a\lg 2 + a^2$$

$$2\lg^2 2 = -3a\lg 2 \quad | : \lg 2 \neq 0$$

$$a = \frac{-2\lg 2}{3}$$

$$\lg(-x) = \frac{-2\lg 2}{3}$$

$$-x = 10^{\frac{-2\lg 2}{3}}$$

$$x = -10^{\frac{-2\lg 2}{3}} \quad y = \frac{10^{\frac{-2\lg 2}{3}}}{2}$$

$$2) \quad y = x+4 \quad x > -4$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))} \quad | \text{логарифмируем по осн. 10}$$

$$\lg(x+4) \cdot (4\lg(-x) - 2\lg(x+4)) = (\lg(-x) + \lg(x+4)) \cdot \lg(-x)$$

$$4\lg(-x) \cdot \lg(x+4) - 2\lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x) \cdot \lg(x+4)$$

$$\lg^2(-x) - 3\lg(-x) \cdot \lg(x+4) + 2\lg^2(x+4) = 0 \quad | : \lg^2(x+4) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3 \text{ - не корень}$$

$$\left(\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)}\right)^2 - 3\left(\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)}\right) + 2 = 0 \quad \frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)} = \log_{x+4}(-x) = b$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$\text{по Теореме Виета: } b_1 = 1 \quad b_2 = 2$$

$$a) \quad \log_{x+4}(-x) = 1$$

$$x+4 = -x$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$b) \quad \log_{x+4}(-x) = 2$$

$$(x+4)^2 = -x$$

$$x^2 + 8x + 16 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0 \quad D = 81 - 64 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2} \quad V+4$$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} < -4 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} > -4$$

$$y = \frac{9 - \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = -10^{\frac{-2\lg 2}{3}} \\ y = \frac{10^{\frac{-2\lg 2}{3}}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

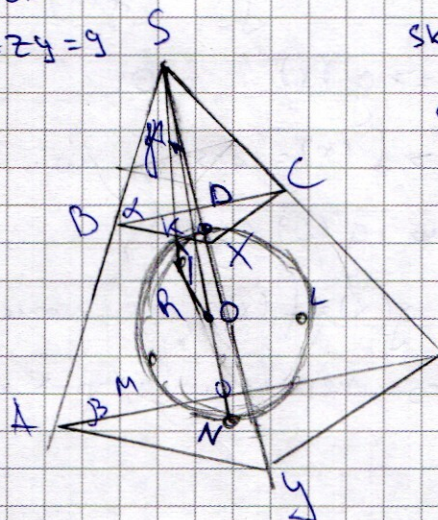
$$\begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~4

$$S_{BCX} = 4$$

$$S_{AZY} = 9$$



$SK \perp KO$ (по опр кас)

$$\left. \begin{array}{l} SD \perp \alpha \\ SN \perp \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$

$\square R$ - радиус сферы

$\square$ рассмотрим усеченную пирамиду: $ABCXYZ$

$$V = \frac{1}{3} 2R (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

плоскости касаются $\Rightarrow 2R$ - высота

$$V = \frac{1}{3} 2R (4 + 9 + 6) = \frac{38}{3} R$$

V другим способом: $V = V_{S_{BCX}} + V_{S_{AZY}} - V_{S_{BCX}}$

$$V = \frac{1}{3} (SO + R) \cdot S_{AZY} - \frac{1}{3} (SO - R) \cdot S_{BCX} = \frac{1}{3} (9SO + 9R - 4SO + 4R) =$$

$$= \frac{1}{3} (5SO + 13R)$$

$$V = V$$

$$38R = 5 \cdot SO + 13R$$

$$5R = SO \quad \triangle KSO: \quad \sin(\angle KSO) = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{SO}$$

$$\frac{R}{SO} = \frac{1}{5}$$

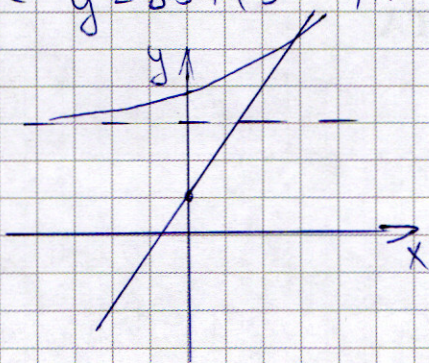
$$\sin \gamma = \sin(\angle KSO) = \frac{1}{5} \quad \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$

~7

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I \quad g(x) &= 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ f(x) &= 85 + (3^{81} - 1)x \end{aligned}$$



не имеет смысла рассматривать $x < 0$
 $g(x) > f(x)$

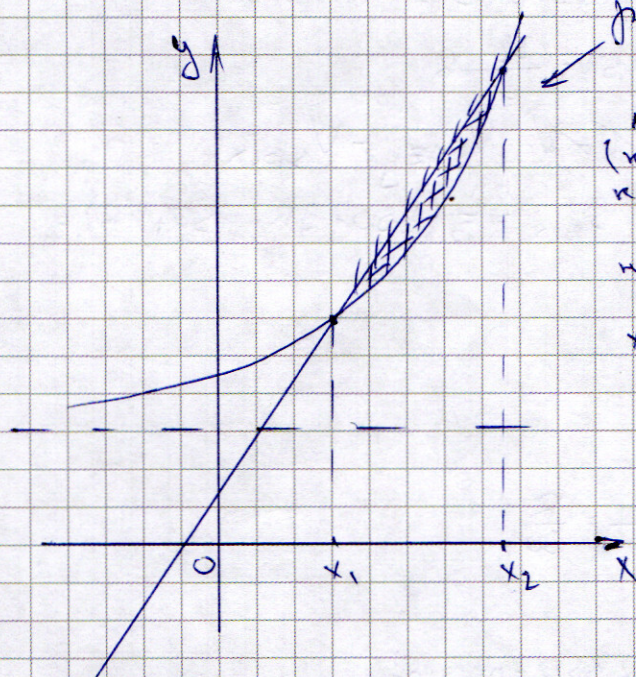
$$g'(x) = 3^x \cdot \ln 3 \Rightarrow g'(x) \uparrow, x > 0$$

$$f'(x) = 3^{81} - 1 \Rightarrow f'(x) = \text{const}, \text{ но:}$$

$$g(0) > f(0), \text{ но } g'(0) < f'(0),$$

найдем корни ур-ня: $g(x) = f(x)$, их может быть не больше 2х, из-за неравенства пр-х

$$\text{Подбором: } x_1 = 4 \quad x_2 = 85$$



Все интересующие нас пары x, y лежат в заштрихованной области: (кроме верхней прямой) крайние точки - целые, а нижнее неравенство строгое $\Rightarrow$ рассмотрим:

$$x \in [5; 84]$$

$$f(5) > g(5)$$

длина отрезка $y \in [g(x_0); f(x_0)]$ (при $x \in \mathbb{Z}$) будет на 1 больше целых

решений нер-ва: $g(x_0) < y < f(x_0)$

$$\textcircled{1} \begin{cases} y \geq g(x_0) \\ y < f(x_0) \end{cases}$$

если ~~дл~~ кол-во целых y , при $x = x_0$, удовл.

неравенств $\textcircled{1}$ на 1 меньше длины отрезка $[g(x_0); f(x_0)]$,

$$\text{то кол-во этих решений: } N_x = f(x_0) - g(x_0) + 1 - 1 = f(x_0) - g(x_0)$$

Рассмотрим эти выражения для всех целых $x, x \in [5; 84]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x=5: 3^{81} - 5 \cdot 81 + 80 = N_1$$

$$x=6: 2 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 6 + 79 = N_2$$

$$x=7: 3 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 7 + 78 = N_3$$

⋮

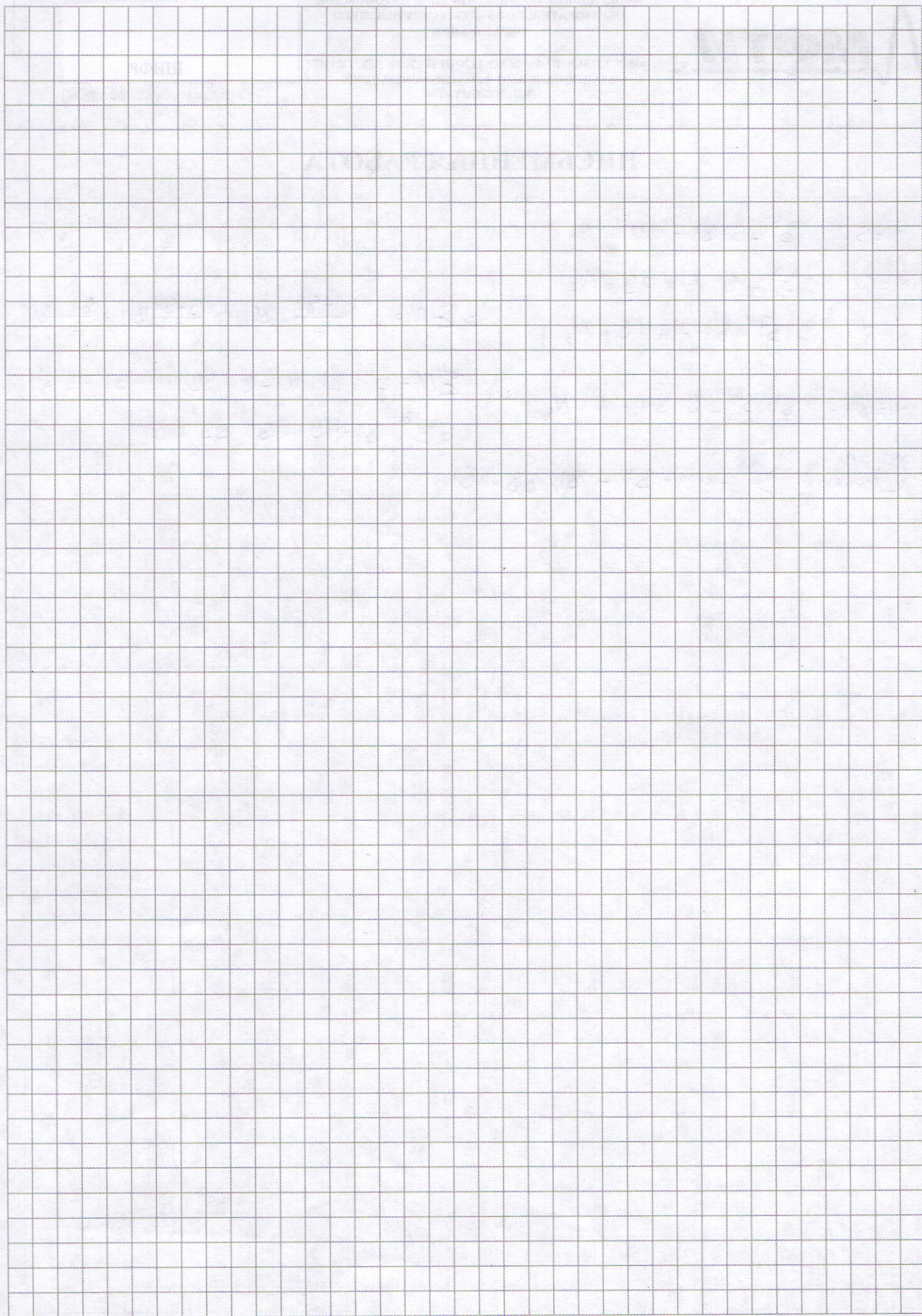
$$x=84: 80 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 84 + 1 = N_{80}$$

$$\Rightarrow \sum N = 3^{81} \frac{1+80}{2} \cdot 80 - 81 \frac{5+84}{2} 80 + \frac{81}{2} 80$$

$$\sum N = 3^{81} \cdot 81 \cdot 40 - 81 \cdot 89 \cdot 40 + 81 \cdot 40 =$$

$$= 3^{81} \cdot 81 \cdot 40 - 81 \cdot 88 \cdot 40$$

$$\text{Ответ: } 3^{81} \cdot 40 \cdot 81 - 81 \cdot 88 \cdot 40$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 8} \\ 15 \overline{) 37} \\ 35 \overline{) 25} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 30 \overline{) 37} \\ 37 \overline{) 25} \end{array} \quad \begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 17} \\ 17 \overline{) 16} \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 10} \\ 10 \overline{) 35} \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 9} \end{array}$$

$$5^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 112 \end{array}$$

1) 55553331 2) 55553911

$$N_1 = \frac{8!}{4! \cdot 3!}$$

$$N_2 = \frac{8!}{4! \cdot 2!}$$

$$N_0 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8!}{4!} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 20 \cdot 56 = 1120$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos A + \cos B =$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = -2 \sin 5x \cdot (-1) \sin 2x$$

$$2 \sin 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot (2 \cos^2 5x - 1) = 2 \sin 5x \cdot \sin 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x+6+y| = 12 \\ (|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a \end{cases}$$

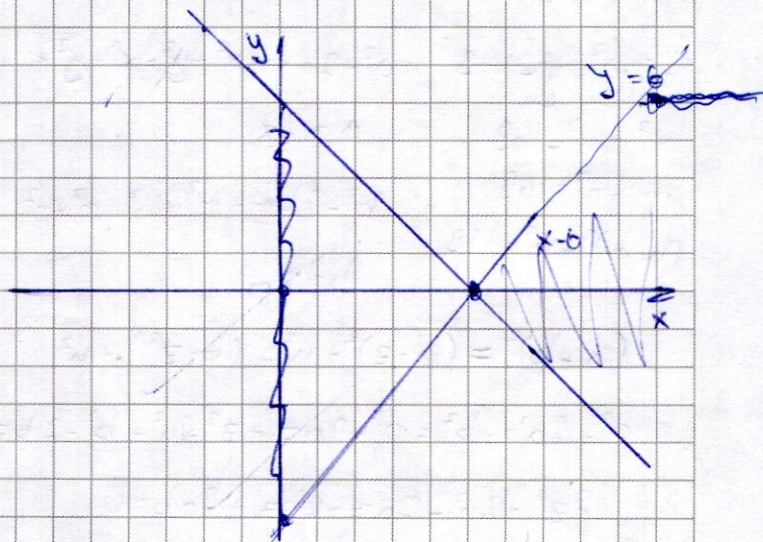
$$y = 6 - x \quad 1) \downarrow \text{I}; \uparrow \text{II}$$

$$y_2 = x - 6 \quad y + 6 - x + 6 - x - y = 12$$

$$2) \uparrow \text{I} \downarrow \text{II}$$

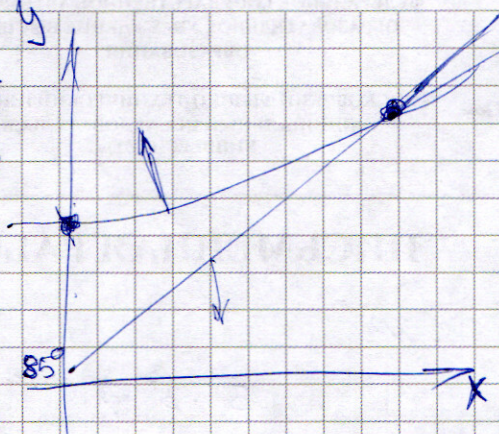
$$x - 6 + y - x + 6 + y = 12$$

$$y = 6$$



$$\begin{cases} y = 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \\ 4y = 346 + 3^{81} \cdot 4x - 4x \\ 3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y \\ 3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \cdot 85 \\ 4 \\ \hline 320 \\ 320 \\ \hline 340 \end{array}$$



$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$(85 + (3^{81} - 1)x)' = 3^{81} - 1$$

$$(3^x + 4 \cdot 3^{81})' = 3^x \cdot \ln 3$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 0 & x < 0 \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y \\ 10 \lg y = y \end{cases}$$

$$2y^2 - y(8+x) - x^2 - 4x = 0$$

$$D = 64 + 16x + x^2 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x + 8)^2$$

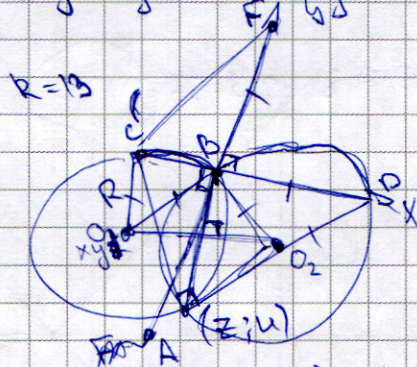
$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x + 8)^2$$

$$D_1 = 24^2 - 9 \cdot 64 = 24^2 - 24^2 = 0$$

$$y = \frac{8+x \pm (3x+8)}{4}$$

$$y_1 = \frac{8+x+3x+8}{4} = x+4$$

$$y_2 = \frac{8+x-3x-8}{4} = -\frac{x}{2}$$



$$\begin{aligned} C(a; 0) \\ B(0; b) \\ D(b; 0) \\ F(0; b) \\ O_1(x; y) \\ O_2(m; n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right) \lg(x+u) \\ \left(\frac{x^2}{x+4}\right) 2 \lg(x+u) \\ a^2 + b^2 = 4(x^2 + m^2) \end{aligned}$$

$$= (-x) \lg(-x(x+u))$$

$$= (-x) \lg(-x^2 - 4x)$$

$$\begin{cases} B(0; 0) \\ A(z; u) \end{cases} \begin{cases} y_1 = \frac{u}{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_1(x; y) \\ O_2(m; n) \end{cases} \begin{cases} y_0 = kx + b \\ y_2 = kn = km + b \end{cases}$$

$$(a-x)^2 + y^2 = 169$$

$$a^2 - 2ax + x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$x^2 + y^2 = 169$$

$$a = 2x$$

$$m^2 + n^2 = 169$$

$$b^2 - 2bm + m^2 + n^2 = m^2 + n^2$$

$$(b-m)^2 + n^2 = 169$$

$$b = 2m$$

$$(a-b)^2 = (a-z)^2 + u^2 + (b-z)^2 + u^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = a^2 - 2az + z^2 + u^2 + b^2 - 2bz + z^2$$

$$2z^2 + 2u^2 - 2az - 2bz + 2ab = 0$$

$$z^2 + u^2 - az - bz + ab = 0$$

$$y - n = k(x - m)$$

$$k = \frac{y - n}{x - m}$$

$$y = x \frac{y - n}{x - m} + b$$

$$b = y - x \frac{y - n}{x - m} = \frac{yx - ym - xy + xn}{x - m}$$

$$b = \frac{xn - ym}{x - m}$$

$$y_1 = \frac{y - n}{x - m} x + \frac{xn - ym}{x - m}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y-n}{x-m}\right) \frac{4}{z} = -1$$

$$4y - 4n = -xz + mz$$

$$z^2 + u^2 - az - bz + ab = 0$$

$$z^2 + u^2 - 2xz - 2mz + 4xm = 0$$

$$\begin{array}{r} 2^3 \\ \times 169 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^2 \\ 169 \\ \hline 507 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1^9 \\ 169 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$x = 5$$

$$y =$$

$$5 + 4 \cdot 3^8$$

$$85 + (3^8 - 1)5$$

$$3 \cdot 81 + 4 \cdot 3^8$$

$$x^2 + y^2 - \frac{1}{4}((x-m)^2 + (y-n)^2) = \frac{1}{4}(z^2 + u^2)$$

$$169 = \frac{1}{4}(z^2 + u^2 + x^2 - 2mx + m^2 + y^2 - 2yn + n^2)$$

$$676 = z^2 + u^2 + x^2 - 2mx + m^2 + y^2 - 2yn + n^2$$

$$507 = z^2 + u^2 - 2mx - 2yn + n^2 + m^2$$

$$338 = z^2 + u^2 - 2mx - 2yn$$

$$z^2 + u^2 - 2xz - 2mz + 4xm = 0$$

$$338 - 2(xz + mz) + 4xm = 8 - 2mx - 2yn$$

$$338 - 2(xz + mz) + 6xm + 2yn = 0$$

$$169 - xz - mz + 3mx + yn = 0$$

$$\begin{array}{r} 06238 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$V = \frac{1}{3} 2R(9+4+6) = \frac{38}{3} R$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot (50+R)$$

$$V_2 = \frac{1}{3} 4(50-R)$$

$$\frac{38}{13} \cdot \frac{13}{25}$$

$$\frac{38}{3} R = 350 + 3R - \frac{4}{3} 50 + \frac{4}{3} R$$

$$38R = 950 + 9R - 450 + 4R$$

$$25R = 550 \quad \frac{5R}{50} = 1$$

$$\sin \angle(KSO) = \frac{R}{50} = \frac{1}{5}$$

$$85 - 4$$

$$3^8 \times \sqrt{3^8 + 4^8}$$

$$3^8 + 4 \cdot 3^8 = 85 \cdot 3^8$$

$$85 + 3^8 \cdot 85 - 85 = 3^8 \cdot 85$$

$$80 + 3^{81} \cdot 5 > 81 \cdot 5 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81} - 81 \cdot 5 + 80 = N, \quad x=5$$

$$2 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 6 + 79 = N, \quad x=6$$

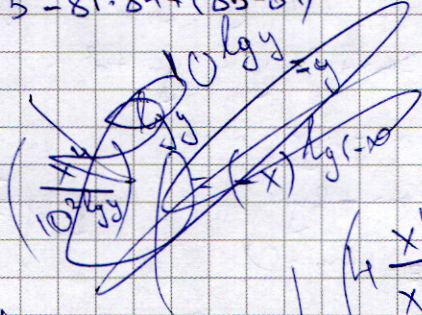
$$3 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 7 + 78 = N, \quad x=7$$

$$N_0 = 3^{81} \frac{1+80}{2} - 81 \frac{5+84}{2} + 80 + \frac{81}{2} - 80$$

$$3^{81} \cdot 40 \cdot 81 - 81 \cdot 89 \cdot 40 + 81 \cdot 40$$

$$3^{81} \cdot 40 \cdot 81 - 81 \cdot 88 \cdot 40$$

$$80 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 84 + (85-84) \quad x=84$$



$$y > 0$$

$$x < 0$$

$$y = x + 4$$

$$\lg\left(\frac{y}{x}\right) = -\frac{x}{2}$$

$$\left(1 + \frac{x^4}{x^2}\right) \lg\left(-\frac{x}{2}\right) = (-x) \lg \frac{x^2}{2}$$

$$4x^2 \lg\left(-\frac{x}{2}\right) = (-x) \lg \frac{x^2}{2}$$

$$2 \lg\left(\frac{x}{2}\right) \lg(-2x) = \lg \frac{x^2}{2} (-x)$$

$$-2 \lg(-2x) \lg(-2x) = \lg \frac{x^2}{2} \cdot \lg(-x)$$

$$2 \lg^2(-2x) = \lg 2x^2 \cdot \lg(-x)$$

$$2(\lg 2 + \lg(-x))^2 = (\lg 2 + 2 \lg(-x)) \cdot \lg(-x)$$

$$2(\lg 2 + a)^2 = (\lg 2 + 2 \lg a) \cdot a$$

$$2 \lg^2 2 + 4 \lg 2 a + 2a^2 = a \lg 2 + 2a^2$$

$$2 \lg 2 + 4a = a$$

$$a = \frac{-2 \lg 2}{3}$$

$$\lg(-x) = \frac{-2 \lg 2}{3}$$

$$-x = 10^{-\frac{2 \lg 2}{3}}$$

$$x = -10^{-\frac{2 \lg 2}{3}}$$

$$y = \frac{10^{-\frac{2 \lg 2}{3}}}{2}$$

$$\lg(x+4)(4 \lg(-x) - \lg(x^2+8x+16)) = \lg(-x(x+4)) + (\lg(-x))$$

$$\lg(x+4)(4 \lg(-x) - 2 \lg(x+4)) = (\lg(x+4) + \lg(-x)) \lg(-x)$$

$$\lg(x+4) \cdot 4 \lg(-x) - 2 \lg^2(x+4) = \lg(x+4) \cdot \lg(-x) + \lg^2(-x)$$

$$-3 \lg(x+4) \cdot \lg(-x) + 2 \lg^2(x+4) + \lg^2(-x) \quad | : \lg^2(x+4) \neq 0$$

$$\left(\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)}\right)^2 - 3\left(\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)}\right) + 2 = 0$$

$$\frac{\lg(-x)}{\lg(x+4)} = \lg_{x+4}(-x) = b$$

$x = -3$ - не явл. корнем

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$