

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа. /680

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$\frac{2}{2}$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

Handwritten note: $x=2, y=4$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] (а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ① $9261 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow$ чтобы произведение цифр равнялось $9261 = 3^3 \cdot 7^3$, в числе ~~должно~~ участвовать только цифра 1, 3, 7, 9, в ином случае другие цифры дадут множители, не входящие в разложение числа 9261, т.е. произведение не будет равняться 9261. Заметим, что в числе обязательно присутствуют равно три семерки, и две в разложении, на первом будет больше или меньше трёх, которое есть в 9261. Заметим, что есть два случая:
- 1) в числе есть девятка; 2) в числе нет девяток.

Рассм. первый случай: в числе есть девятка $\Rightarrow$ в нём также присутствует равно одна тройка, а три семерки и, следовательно, ~~единица~~. Кол-во таких чисел равняется $C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$ (сначала выбрали три места для трёх семерок, далее место для "9", далее "3", а остальные места заняты единицами).

- 2) в числе нет девяток $\Rightarrow$ в числе три "3", три "7" и две "1". Кол-во таких чисел равняется:
- $$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560.$$
- (сначала выбрали место для трёх "7", далее для трёх "3", остальные места заняты единицами).

Складываем полученные резулт., т.к. рассматривали разные случаи: $1120 + 560 = 1680$.

Ответ: 1680

$$(2) \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0.$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0.$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0.$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) \cdot (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0.$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\cos 2x - \sin 2x = 0$. Заметим, что если $\sin 2x = 0$, то $\cos 2x = \pm 1 \Rightarrow \cos 2x - \sin 2x \neq 0 \Rightarrow$ разделим на $\sin 2x \neq 0$.

$$\cot 2x - 1 = 0$$

$$\cot 2x = 1.$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cancel{2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0.}$$

$$\cancel{2 \sin 7x - 2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0.}$$

$$\cancel{\sin 7x - \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0. \Leftrightarrow 2 \sin(3x - \frac{\pi}{8}) \cos(4x + \frac{\pi}{8}) = 0. \Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(3x - \frac{\pi}{8}) = 0 & 3x - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos(4x + \frac{\pi}{8}) = 0 & 4x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{32} + \frac{\pi l}{4}, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{32} + \frac{\pi l}{4}, l \in \mathbb{Z}.$$

$$(2) 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0.$$

$$2 \sin 7x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0.$$

$$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \Leftrightarrow 2 \sin(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0.$$

$$\begin{cases} \sin(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 & \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 & \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi l}{9}, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi l}{9}, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi l}{9}, l \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ $f(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$ (1) ODS: $x > 0, y > 0$

$$2) y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$

$$(2) : y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-(4x^2 - y^2) + 2x^2 - xy + 8x - 4y = 0.$$

$$-(2x-y)/(2x+y) + x(2x-y) + 4(2x-y) = 0.$$

$$(2x-y)/(x-2x-y+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=0 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x \\ x+y=4 \end{cases}$$

$$(1) (x^2)^y)^{-\ln x} = y^{\ln(x/x^2)}$$

$$(1)^* \quad x^{\frac{1}{2}} - \ln(x^2 y^4) = y^{\ln(8/x^2)}$$

1) Подставим $y = 2x$ в (1)*

$$x^{-\ln(16x^6)} = (2x)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$x^{-\ln(16 \times 6)} = 2^{\ln(\frac{2}{x^6})} \cdot x^{\ln(\frac{2}{x^6})} \quad | : x^{\ln(\frac{2}{x^6})} > 0$$

$$\frac{-\ln(16x^6) - \ln(\frac{2}{x^6})}{x} = \ln(\frac{2}{x^6})$$

$$x^{-\ln 32} = 2^{\ln(\frac{2}{x^2})} \Leftrightarrow x^{-5\ln 2} = 2^{\ln(\frac{2}{x^2})}$$

Рассм. 9-числ $f(x) = x^{-3 \ln x}$. $x > 0$.

$$f'(x) = -5 \ln 2 \cdot x$$

Заметим, что $-5 \ln 2 < 0$, а

$$2^{-5\ln 2 - 1} > 0 \text{ upon } x > 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \forall x > 0 \Rightarrow f(x) \downarrow$$

Рассм. q -мис $g^{\#}(x) = 2^{\ln(\frac{2}{x^2})}$. $g'(x) = 2^{\ln(\frac{2}{x^2})} \cdot \ln 2$.

Заметим, что $2^{\ln(x^2)} > 0$, а $\ln 2 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow g(x) \uparrow \Rightarrow$ уравнение $f(x) = g(x)$ имеет ~~одно решение~~ ^{одно решение}. продолжение $\rightarrow$

Таким образом $x - 5 \ln^2 = 2 \ln(\frac{2}{x})$ имеет не больше одного решения. Заметим, что $x=2$ является корнем этого уравнения. $\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ - решение системы.

2) если $x+y=4$, то корней нет.

Ответ: $(2; 4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

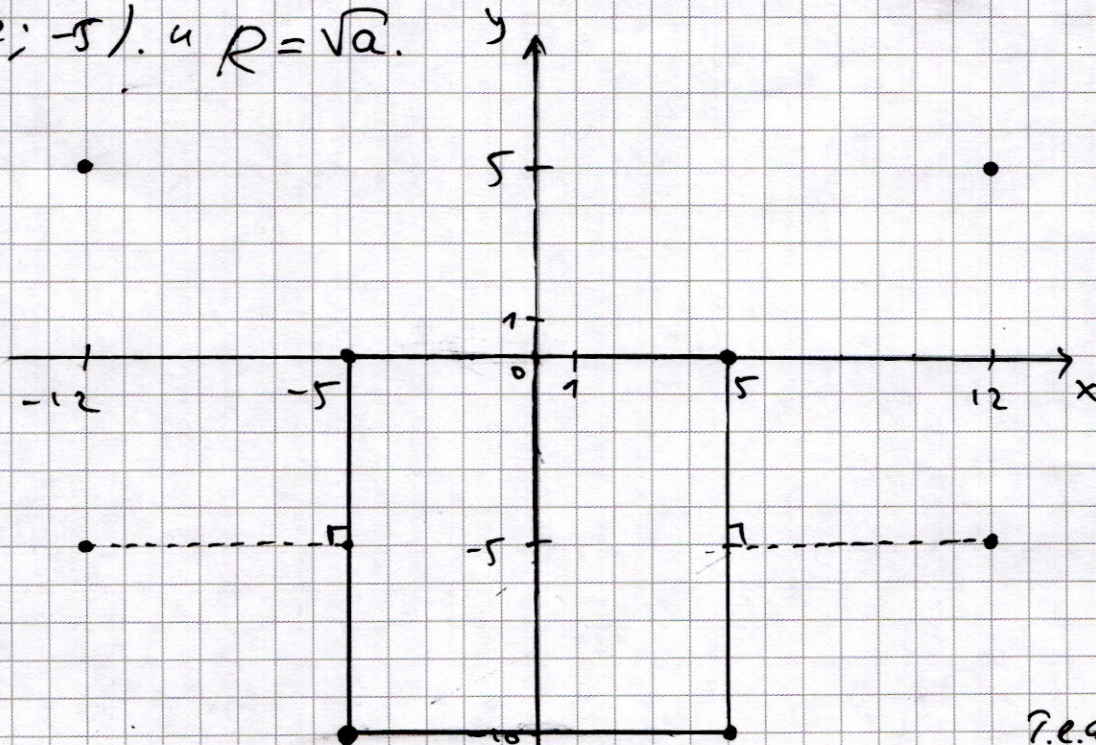
5. a -?: ровно 2 решения.

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1)$$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a \quad (2) \text{ очевидно, что } a \geq 0.$$

График (1) представляет собой квадрат с вершинами $(-5; 0)$, $(5; 0)$, $(5; -10)$, $(-5; -10)$.

График (2) представляет собой окружность с центром в точках $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; -5)$. и $R = \sqrt{a}$.



Очевидно, что до $a = 49$ график не имеет ^{т.е. $a < 49$ не подходит.} общих точек, ^{общих точек,} заметим, что два решения, когда две нижние стороны касаются квадрата, а две верхние не касаются и не пересекаются. Такая конфигурация достигается при $a = 49 \Rightarrow$ радиус окружностей по 7, т.е. две нижние касаются квадрата в точках $(-5; -5)$, $(5; -5)$, а две верхние не имеют с квадратом общих точек, т.к. Расстояние от центров до ближайшей вершины 7. Заметим, что если увеличивать a , то будет как минимум 3

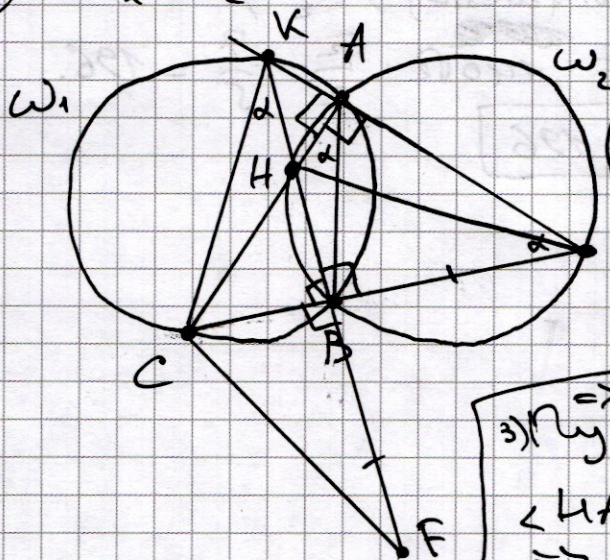
бытие точки до момента, когда a станет равным $17^2 + 15^2 = 514$, тогда две верхние окружности будут пересекать квадрат в его вершинах $(-5; -10)$, $(5; -10)$, а две нижние окружности не будут пересекать квадрат, т.к. самое большое расстояние от центра окружности до квадрата $= \sqrt{17^2 + 5^2} < \sqrt{17^2 + 15^2} = \sqrt{514}$. Далее увеличивая a , вообще не будет таких точек $\Rightarrow a > 514$ не подходит.

(или $a \in (49; 514)$), то будет как минимум 3 решения ~~в силу симметрии~~ в силу симметрии, ведь если $a \in (49; 514)$, то верхние окружности пересекают квадрат в двух точках и одна из них может совпасть $\Rightarrow$ как минимум 3 решения.

Ответ: 49; 514

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $R_1 = R_2 = 10$. а) CF-?



Решение:

а) 1) ω_1 и ω_2 — первая и вторая о-ты соответственно.

2) Проведем AD до пересечения с $\omega_1 = K$.

$\angle KAC = \angle KBC = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ перпендикуляр к AD и $\omega_1 = K$.

3) Пусть $AC \cap KB = H$.

$\angle HAD + \angle HBD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ $HADB$ — вписанный $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Т. H лежит на ω_2 .

4) Пусть $\angle CKB = \alpha \Rightarrow \angle CKB = \angle CAB = \alpha$, как впис. $\angle$.
 $\angle HAB = \angle HDB = \alpha$, как впис. $\angle$. $\Rightarrow \angle CKB = \angle HDB = \alpha$.

5) Рассмотрим $\triangle CKB$ и $\triangle HDB$ — прямоугольные.

$\angle CKB = 90^\circ$ — впис. $\Rightarrow CK$ — диаметр $\omega_1 \Rightarrow CK = 20$.

$\angle HDB = 90^\circ$ — впис. $\Rightarrow HD$ — диаметр $\omega_2 \Rightarrow HD = 20$, т.е.

$CK = HD = 20$ — гипотенузы, $\angle CKB = \angle HDB = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CKB = \triangle HDB$ по гипотенузе и углу $\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow KB = BD \Rightarrow KB = BF = BD$.

6) $\triangle CKF$: CB — медиана, высота $\Rightarrow \triangle CKB$ — равнобедренный $\Rightarrow CK = CF = 20$.

8) 1) $\triangle CKB = \triangle HDB$, $BC = 12 \Rightarrow AC = HB = 12 \Rightarrow$ т.к. $\triangle CBH$ — прямоугольный, то $HC = 12\sqrt{2}$.

2) Из $\triangle HBD$: $BD = 16$ ($BH = 12$, $HD = 20$).

3) По св-ву секущих $CH \cdot CA = CB \cdot CD$.

Обозначим $HA = x \Rightarrow 12\sqrt{2}(12\sqrt{2} + x) = 12 \cdot 28$
 $12\sqrt{2}x + 288 = 336$, $x = 2\sqrt{2} = HA \Rightarrow CA = 14\sqrt{2}$.

продолжение на обороте.

4) $\triangle CHB$ - прямоугольный, $CB = BH \Rightarrow \angle BCH = \angle BHC = \frac{\pi}{4}$.

5) $\triangle CBF$ - прямоугольный. $\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow$
 $\angle BCF = \arcsin \frac{4}{5}$.

$$\begin{aligned} 6) S_{\triangle ACF} &= \frac{1}{2} CA \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{4}{5}\right) = \\ &= 140\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos(\arcsin \frac{4}{5}) + \sin(\arcsin \frac{4}{5}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \\ &= 140\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 140\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = 196. \end{aligned}$$

Ответ: ~~20~~ а) 20. б) 196

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① - - - - -

Питер = 9261.

$$9261 = 3^2 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

~~обязательно~~ 3 симметри.

~~Множество~~

Кроме степеней троек и симметрик
дога не может $\Rightarrow$ в числе углы.

Только 1, 3, 7, 9.

1) нет девятки $\Rightarrow 3(1), 7(1), 1(2)$.

2) одна девятка $\Rightarrow 9(1), 3(2), 7(1), 1(2)$.

$$7^3 \cdot 9 \cdot 3 = 7^3 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 7 \cdot 6 \\ 3! \times 56 \\ \hline 1120 \end{array}$$

1) $8^3 \cdot 5 \cdot 4 = 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 = 560 \cdot 2 = 1120$

2) $8^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$

② $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x + \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 1x + \sin 1x) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\begin{aligned} 3x &= \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} \\ x &= \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{8} \end{aligned}$$

$\sin$

$$\frac{5x}{2} - \frac{y}{8} = \sqrt{14}, \quad \frac{5x}{2} = \frac{y}{8} + \sqrt{14}, \quad 5x = \frac{y}{4} + 2\sqrt{14}.$$

$$\frac{9x}{2} + \frac{y}{8} = \frac{y}{8} + \sqrt{14}.$$

$$\frac{9x}{2} = \frac{y}{8} + \sqrt{14} \quad \text{or} \quad x = \frac{y}{36} + \frac{2\sqrt{14}}{9}.$$

$$③. f(x^2 y^4) - \ln x = y \quad \ln(y/x^2) \quad (?)$$

$$y^2 = xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-(4x^2 - y^2) + 4(2x - y) = 0.$$

$$-(2x - y)(2x + y) + 4(2x - y) = 0.$$

$$(2x - y)(x - 2x - y + 4) = 0.$$

$$(2x - y)(-x - y + 4) = 0.$$

$$(2x - y)(x + y - 4) = 0.$$

$$(x^2 \cdot 16x^4) - \ln x = (2x) \ln(2x/x^2) \quad \boxed{x > 0}$$

$$(16x^6) - \ln x = (2x) \ln(2/x)$$

$$\frac{16x^6}{2x} = (2x) \ln(2/x^6)$$

$$(x^2 y^4) - \ln x = y \ln(y/x^2)$$

$$(2^4 x^6) \ln(1/x) = (2x) \ln(2/x^6)$$

$$(x^2 y^4) - \ln x = y \ln(y/x^2)$$

$$\boxed{x, y > 0} \quad \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)(x+y)} = \frac{x}{x+y}$$

$$(xy^2) - 2 \ln x = y \ln(y/x^2)$$

$$\frac{-2 \ln x}{x} \cdot y = y \ln(y/x^2)$$

$$\boxed{2x - y = 0} \quad \boxed{x + y = 4}$$

$$\boxed{2x - y = 0} \quad \boxed{x + y = 4}$$

$$12^2 = 289$$

$$15^2 = 225$$

$$514$$

$$289$$

$$225$$

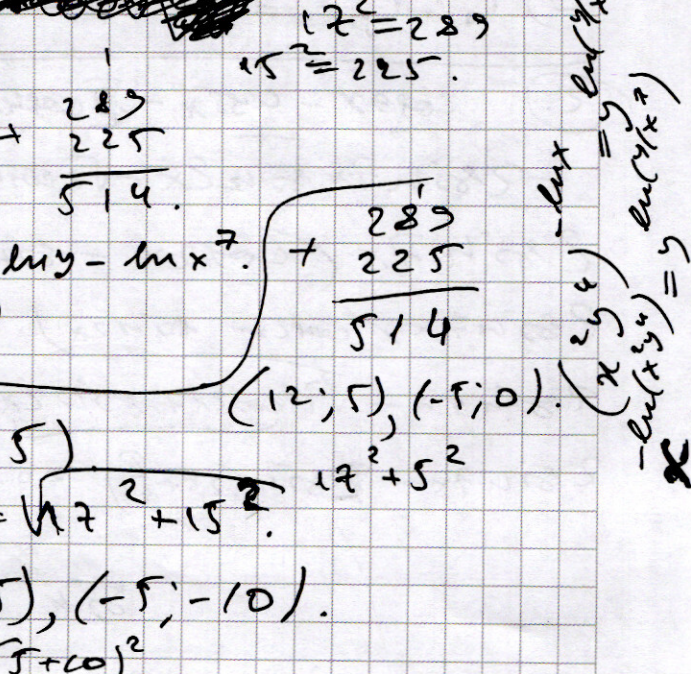
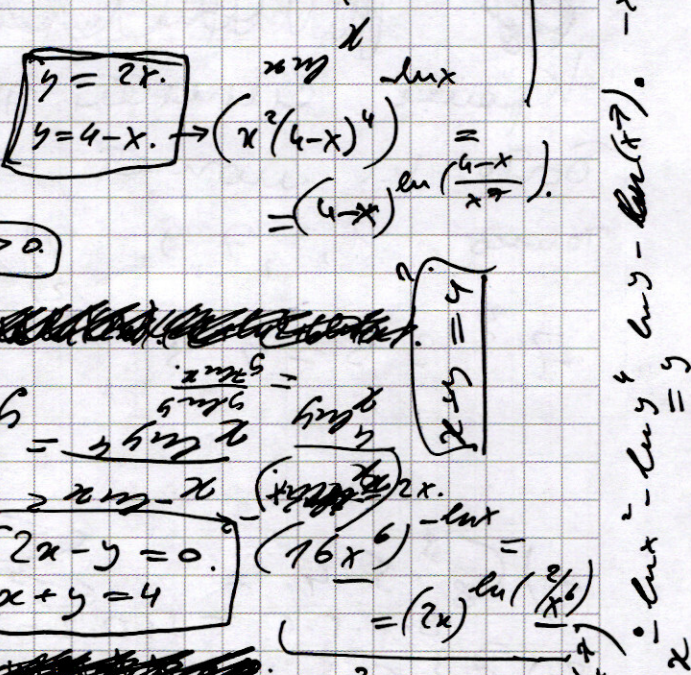
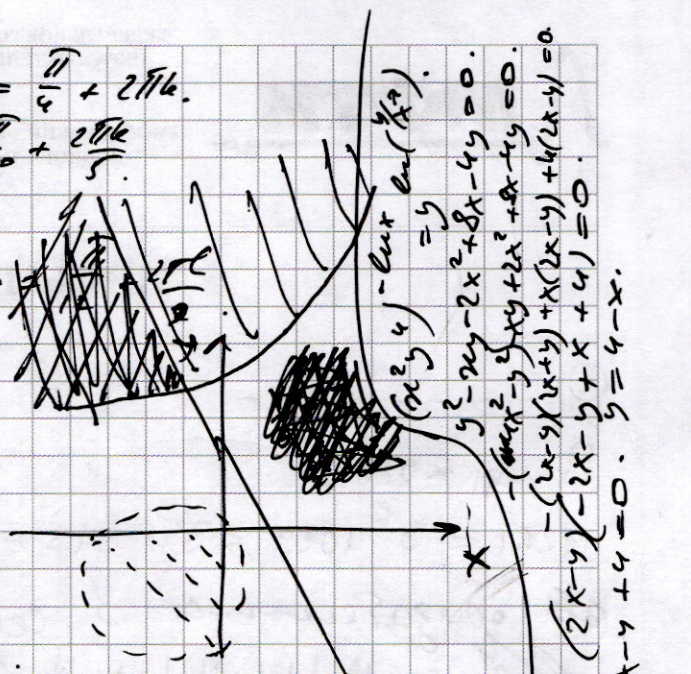
$$514$$

$$(-5; -10), (12; 5)$$

$$(-5+12)^2 + (-10-5)^2 = 7^2 + 15^2$$

$$(12; 5), (-5; -10)$$

$$(12+5)^2 + (5+10)^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f(x^2y^4) - \ln x = 4 \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

$$2) \quad y^2 = xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \rightarrow -(4x^2 - y^2) + 2x^2 + 8x - 4y = 0.$$

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &-(2x-9)(2x+4) + 2(2x-9) + 4(2x-4) = 0. \\ (2x-9)(x-2x+4) &= 0. \\ (2x-9)(x+4) &= 0. \end{aligned}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})}$$

$$2) x + y = 4.$$

1) $y = 2x$.

$$(x^2 y^4)^{\ln(\frac{1}{x})} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}.$$

$$x^{-\ln(x^4 y^4)} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}.$$

$$x^2 y + \ln\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right) \ln(x^3 y) =$$

$$\ln \left(x^{\frac{9}{7}} \right)$$

$$\frac{-\ln(x^2 y^4)}{x^2} = y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

$$\frac{-\ln(x^2(2x)^4)}{x} - (2x) \ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)$$

$$\frac{x}{y} - \ln(16x^6) = (\ln x) \ln\left(\frac{2}{x^6}\right)$$

$$-\ln(16 \times 6) = -\ln\left(\frac{2}{6}\right) \cdot x$$

$$-\ln(16x^6) - \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) = \ln\left(\frac{2}{x^6}\right)$$

$$X \sim \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$x = 2$$

$$2^{\frac{\ln(32)}{\ln(2)}} = 2^{\ln(32)}$$

$$-5 \ln 2 \quad \ln \left(\frac{2}{1} \right)$$

$$x = 2^{\ln(x^e)} = 2^{-5 \ln 2}$$

↓ $\ln(x^{\frac{2}{3}}) \uparrow$

$$2^{1/2} \cdot (x^2 y^4)^{-1/2}$$

[illegible]

$$a^x = a^{x \ln a} = \left(2^{\ln\left(\frac{x}{x_0}\right)}\right)^{x_0} = 2^{\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) \times x_0}$$

$$2^{-5} \log_2 2 = 2^{-5} \log_2 2^5 = 2^{-5} \cdot 5 = -\frac{5}{32} \approx -0.15625$$

$$(x^{-5\ln 2})' = -5\ln 2 \cdot x^{-5\ln 2 - 1}$$

$$-5 \ln^2 x^{-5 \ln^2 - 1}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = x^{-\ln(x^2 y^4)}$$

$$x^{-\ln(x^2 y^4)} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$y = 4 - x. \quad y > 0. \quad 4 - x > 0. \quad x < 4.$$

$$x^{-\ln(x^2 (4-x)^4)} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$\boxed{x < 4, y < 4}$$

$$e^{\ln x \cdot (-\ln(x^2 (4-x)^4))} = e^{\ln(4-x) \ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$x = e^{\ln x \cdot (-\ln(x^2 (4-x)^4))}$$

$$x = 4 - y.$$

$$(4-y)^2 y^4 = y^{\ln(\frac{y}{(4-y)^2})} = x^{2 \ln x}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$(x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{-4 \ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$x^{\ln x} = e^{\ln^2 x}$$

$$x^{-2 \ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2}) + 4 \ln x^4}$$

$$x^{-2 \ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})} = (4-x)^{\ln(4-x) - \ln x^2}$$

$$x^{-2 \ln x} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{2 \ln x}}$$

$$= \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{2 \ln x}}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x, y \in (0; 4)$$

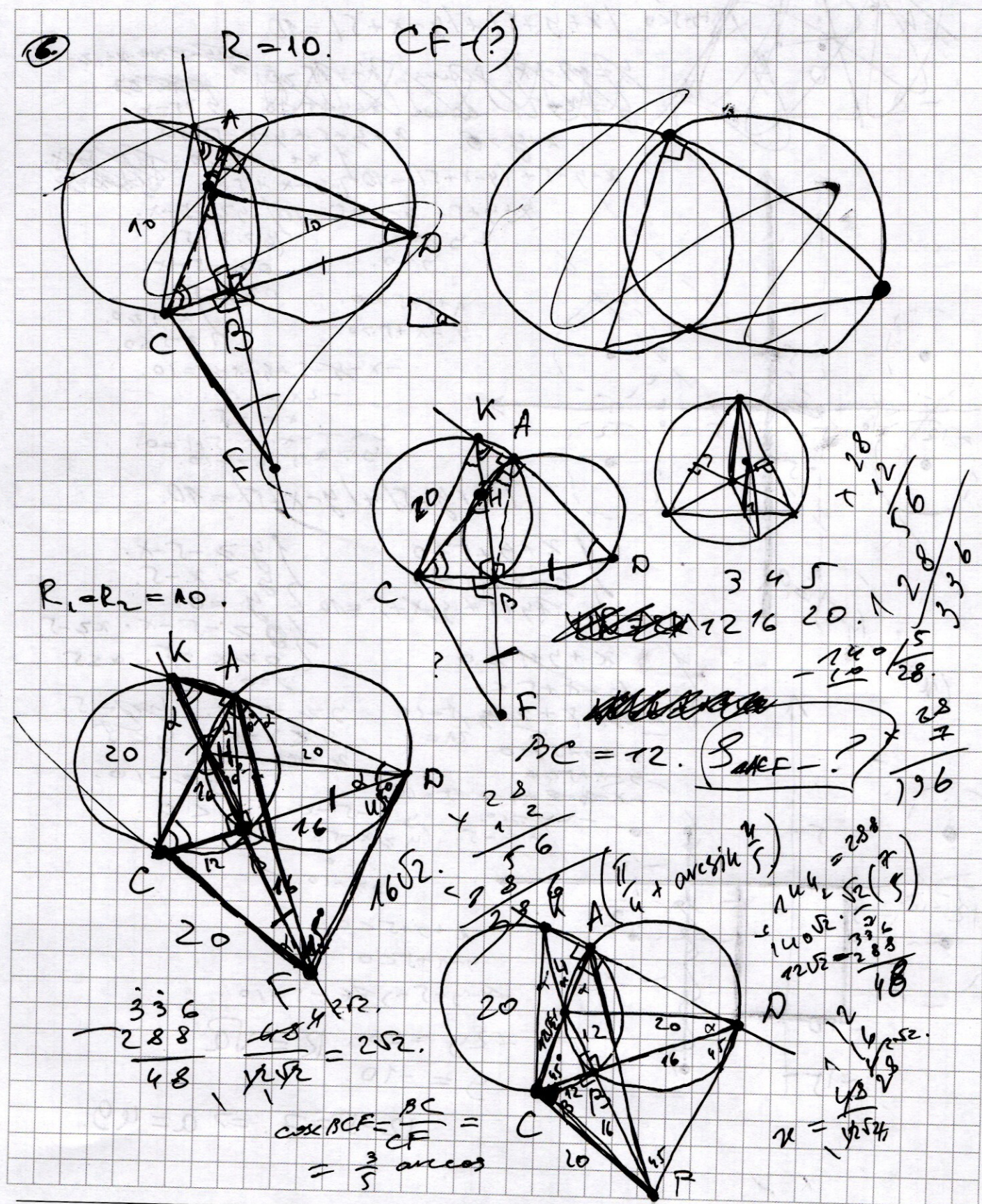
$$(x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$(x)^{\ln(x^2 (4-x)^4)} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$x^{-\ln(x^2 (4-x)^4)} = (4-x)^{\ln(4-x) - \ln(x^2)}$$

$$x^{\ln(x^2 (4-x)^4)} = \left(\frac{4-x}{x^2}\right)^{\ln(4-x)} (4-x)^{\ln(4-x)} = x^{-\ln(x^2 (4-x)^4) + 2 \ln(4-x)} = x^{\ln(\frac{4-x^2}{x^2 (4-x)^4})} = x^{\ln(\frac{4-x}{x^2})^3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



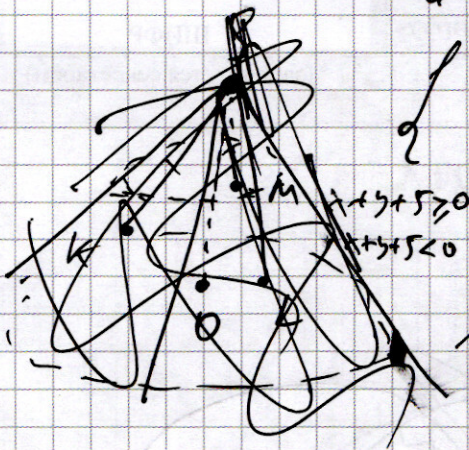
$a = ?$ (12 пер.)

$a > 0$
 $|x+y| + |y-x| = 10.$

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a.$

~~$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$~~
 ~~$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$~~



$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

~~$x+y+5 \geq 0$~~
 ~~$x+y+5 < 0$~~
 ~~$y-x+5 \geq 0$~~
 ~~$y-x+5 < 0$~~

$x+y+5 \geq 0$
 $x+y+5 + y-x+5 = 10.$

$x+y+5 + |y-x+5| = 10.$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$
 $2y = 0.$

$y = 0.$

$y \geq x-5.$

$0 \geq x-5.$

$x+y+5 < 0.$

$y-x+5 > 0.$

$x+5 \geq 0.$

$2-5 \leq 0.$

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

$-2x = 10.$

$x = -5.$

$y < -5-x = -5+5 = 0.$

$y > x-5 = -5-5 = -10.$

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

$x+y+5 \geq 0.$

$y-x+5 \geq 0$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$

$x+y+5 \geq 0.$

$y-x+5 < 0$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$

$x+y+5 < 0.$

$y-x+5 \geq 0$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$

$x+y+5 < 0.$

$y-x+5 < 0$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$

$x+y+5 < 0.$

$y-x+5 < 0$

$x+y+5 + y-x+5 = 10$

$y \geq -5-x.$

$y \geq x-5.$

$y = 0.$

$0 \geq -5-x.$

$0 \geq x-5.$

$x \leq 5.$

$y \geq 5-x.$

$y \geq x-5.$

$y \leq 5.$

$y \geq -10.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

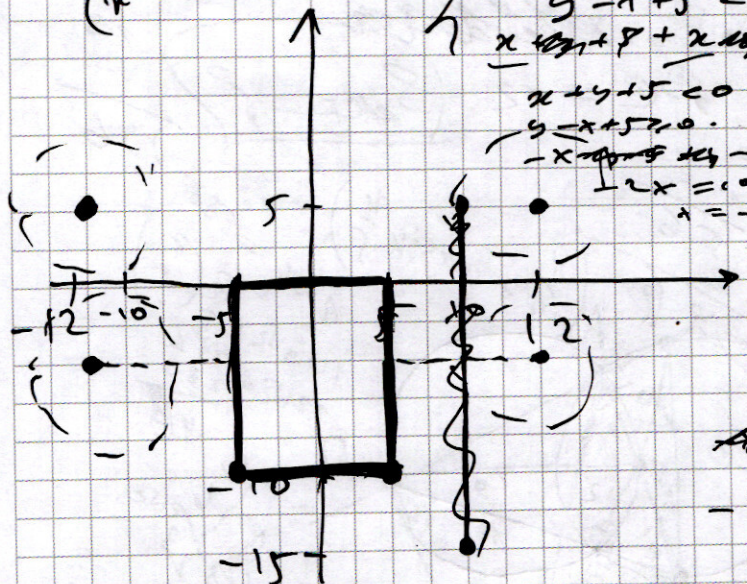
$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$y < 0.$

$(x+12)^2 + (y-5)^2 = a$



$x+y+5 < 0$

$y-x+5 < 0$

$x+y-5 + y-x-5 = 10.$

$-2y = 20.$

$y = -10.$

$12-5=7. \Rightarrow a=49.$