

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

INTERNATIONAL TREATY

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

11-2000

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

воспользуемся формулами разности косинусов и суммы синусов

$$-2 \sin 4x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 4x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 4x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

(восп-ля формулой двойного угла)

$$2 (\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 4x - \sqrt{2} \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 4x - (\sqrt{2})^2 \sin (2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\left[\cos 2x - \sin 2x = 0 \right.$$

$$\left. 2 \sin 4x - 2 \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) = 0$$

$$\left[\sin (x - \frac{\sqrt{2}}{4}) = 0 \right.$$

$$\left. 4 \cdot \sin (\frac{5x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{8}) \cos (\frac{3x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{8}) = 0 \right.$$

$$\left[x = \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[\sin (\frac{5x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{8}) = 0 \right.$$

$$\left. \cos (\frac{3x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{8}) = 0 \right.$$

$$\left[x = \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[\frac{5x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left. \frac{3x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x = \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[5x = \frac{\sqrt{2}}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left. 9x = \frac{\sqrt{2}}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x = \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x = \frac{\sqrt{2}}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left. x = \frac{\sqrt{2}}{12} + \frac{2\pi m}{9}, m \in \mathbb{Z} \right.$$

Ответ: $x = \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\sqrt{2}}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$;
 $x = \frac{\sqrt{2}}{12} + \frac{2\pi m}{9}, m \in \mathbb{Z}$.

№1

Вспомогательная осп. теоремой арифметики: $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

ка есть там могут состоять из наборов чисел и цифр: $[3; 3; 3; 7; 7; 7; 1; 1]$ либо: $[9; 3; 7; 7; 7; 1; 1; 1]$

1: имеет набор цифр: $[3; 3; 3; 7; 7; 7; 1; 1]$

в первом случае тройки расставляются:

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3}$, цифры $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3}$ единицы займут оставшиеся места, тогда в первом случае $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3}$ вариантов.

2: имеет набор цифр $[9; 3; 7; 7; 7; 1; 1; 1]$ тогда цифры можем поставить:

$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3}$ местами, а девятку ставим

в тысячах, тройку семью $\Rightarrow$ всего во 2-м вар. $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7}{3}$

всего вариантов:

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7}{3} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7}{3} = 16 \cdot 40 \cdot 7 = 4480$$

Ответ: 4480.

$$\begin{cases} y=x \\ x^2-2x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x \\ x=0 \text{ (не подходит по ОЗ)} \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases}$$

2: при $x^2=y$

$$\begin{cases} x^2=y \\ x^4-x^3-2x^2+8x-4x^2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^4-x^3-6x^2+8x=0 \\ x^2=y \end{cases}$$

решим второе:

$$x^4-x^3-6x^2+8x=0; x(x^3-x^2-6x+8)=0; x \neq 0 \text{ (по ОЗ)}$$

при $x=2$: ~~$16-8-24+16=0$~~ $16-8-24+16=0; 0=0 \Rightarrow x=2$ ~~корень~~

$$\begin{array}{r} x^4-x^3-6x^2+8x \\ - (x^4+2x^3) \\ \hline -3x^3-6x^2+8x \\ - (-3x^3-6x^2) \\ \hline 14x \end{array} \quad \begin{array}{r} x^3-x^2-6x+8 \\ - (x^3-2x^2) \\ \hline x^2-6x+8 \\ - (x^2+x-4) \\ \hline -7x+12 \end{array}$$

$$(x^3-x^2-6x+8) = (x-2)(x^2+x-4) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2+x-4=0; \text{ решим второе} \end{cases}$$

$$x^2+x-4=0; D=1+16=17$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}; x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2}, x_2 < 0 \Rightarrow \text{по ОЗ не подходит}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x_1 = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases}; \text{вернемся к системе}$$

$$\begin{cases} x^2=y \\ \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = \frac{17-2\sqrt{17}+1}{4} = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(2; 2); (2; 4); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (x^2 y^4) \cdot \ln x = y \ln(y/x^2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ:} \\ x \neq 0; x > 0; \frac{y}{x^2} > 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x > 0; y > 0 \end{cases}$$

упростим выражение:

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}} = \frac{y \ln y}{y^{2 \ln x}}$$

(по св-вам степеней и логарифмов)

$$\frac{y^{4 \ln x}}{y^{4 \ln x} \cdot x^{2 \ln x}} = y^{\ln y}; \quad \frac{y^{3 \ln x}}{x^{2 \ln x}} = y^{\ln y}$$

$$\frac{y^{2 \ln x}}{x^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x}}; \quad \left(\frac{y}{x}\right)^{2 \ln x} = y^{\ln y - \ln x}$$

т. к. $\frac{y}{x} > 0$ и $y > 0$, прологарифмируем обе части по $\ln$

$$\ln\left(\left(\frac{y}{x}\right)^{2 \ln x}\right) = \ln y^{\ln y - \ln x}; \quad \ln\left(\frac{y}{x}\right) \cdot 2 \ln x = \ln y \cdot \ln \frac{y}{x}$$

$$\ln\left(\frac{y}{x}\right) (2 \ln x - \ln y) = 0; \quad \begin{cases} \ln \frac{y}{x} = 0 \\ 2 \ln x - \ln y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln \frac{y}{x} = \ln 1 \\ \ln \frac{x^2}{y} = \ln 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x (x \neq 0) \\ x^2 = y (y \neq 0) \end{cases}$$

; вернемся к системе:

$$\begin{cases} y = x \\ x^2 = y \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

1. при $y = x$

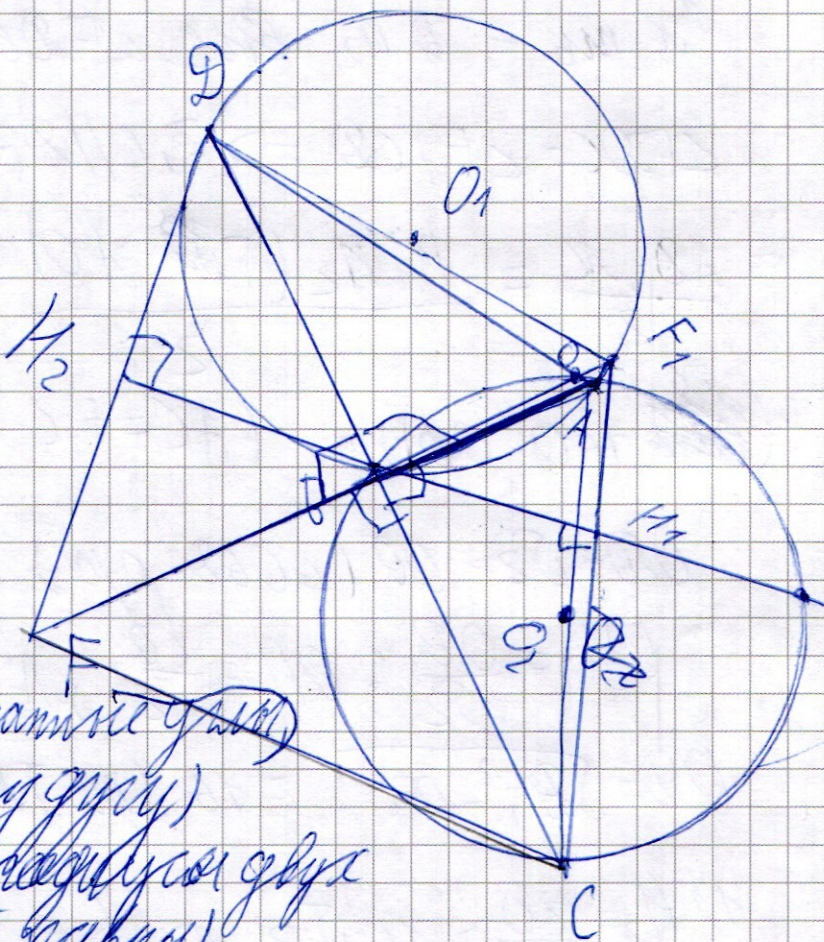
$$\begin{cases} y = x \\ x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ -x^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ -x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ x = 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $B \in CD$
 $BF = BD$
 $BF \perp CD$
 $R = 10$
 $CF = ?$



$F_1 - BF \cap O_1$

$\angle BFA = \angle BCA$ (вписанные углы)

откр-ся на одну дугу)

$\angle AOB = \angle AOB$ (т.к. радиусы двух
пер-ых ок-тей равны)

$\angle AOB = \angle AOB \Rightarrow \angle AOB \text{ пр/д} \Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$

(т.к. они оба равны $\frac{\angle AOB}{2}$)

$\angle ODB = 45^\circ, \angle OBD = 90^\circ \Rightarrow \angle BOD = \angle AOF_1 = 45^\circ$

~~аналогично~~ $\angle OAF_1 = \angle OF_1A = \angle F_1OA = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OAF_1 = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \angle F_1AC =$

$= \angle F_1AO + \angle CAD = 180^\circ \Rightarrow F_1 \in AC; \angle CF_1B = \angle BCF_1 = \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow \triangle BCF_1 - \text{равнобедренный} \Rightarrow BF_1 = CB$

~~З~~ $\triangle OF_1D = \triangle FCB$ ($OF_1 = CB$, $OD = OF$; $\angle F'OD = \angle FOC$ (верт.)) $\Rightarrow FC = F_1D$

$\triangle F_1BD$ - равнос. $\angle DOF_1 = 90^\circ \Rightarrow DF_1$ медиана
тогда $FC = F_1D = 2R = 20$

π -мб - $\angle H_2$ - вкл. $\triangle FDB$, OH_1 - вкл. F_1BC

$$\angle FDC = \angle F_1C \Rightarrow F_1C \parallel DF, \text{ тогда } S_{\triangle ACF} =$$

$$= \frac{AD \cdot AC}{2} = \frac{H_1 H_2 (F_1C - AO)}{2} = \frac{(OH_1 + OH_2) \cdot FC}{2}$$

$$(\cancel{FC} - (AO - OD)) \cdot (AC = F_1C - AO)$$

$$OD = \sqrt{2} \cdot OB \text{ (} \triangle OBD \text{ - р/б, и прям)} = 16\sqrt{2}$$

$$OH_2 = \frac{OB}{\sqrt{2}}; OH_1 = \frac{CB}{\sqrt{2}}; AD = H_1 H_2$$

$$OD = \sqrt{OF_1^2 - OF_1^2} = 16 \text{ (по ТР Пиф.), тогда}$$

$$H_1 H_2 = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \Rightarrow S = \frac{10\sqrt{2} (12\sqrt{2} - (10\sqrt{2} - 16\sqrt{2}))}{2} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 18\sqrt{2}}{2} = 180.$$

Ответ: а) $FC = 20$; б) $S_{\triangle ACF} = 180$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{5} \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Второе уравнение задаёт чок-ми с радиусом $\sqrt{a} \Rightarrow a \geq 0$, т.к. при $a < 0$ решений нет. центры этих ч-х ок-тей:

1. $(12; 5); (-12; 5); (-12; -5); (12; -5)$, они симм.

и касаются только в своей части (четверти) плоск-ти Oxy (точки лежат в разн. четвертях).

раскроем модуль у каждого уравнения:

$$1: x+y+5 > 0, y-x+5 > 0$$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10 \Rightarrow y=0$$

$$2: x+y+5 < 0; y-x+5 < 0$$

$$-x-y-5 - y+x-5 = 10; -2y=20; y=-10$$

$$3: x+y+5 < 0; y-x+5 > 0$$

$$-x-y-5 + y-x+5 = 10; -2x=10; x=-5$$

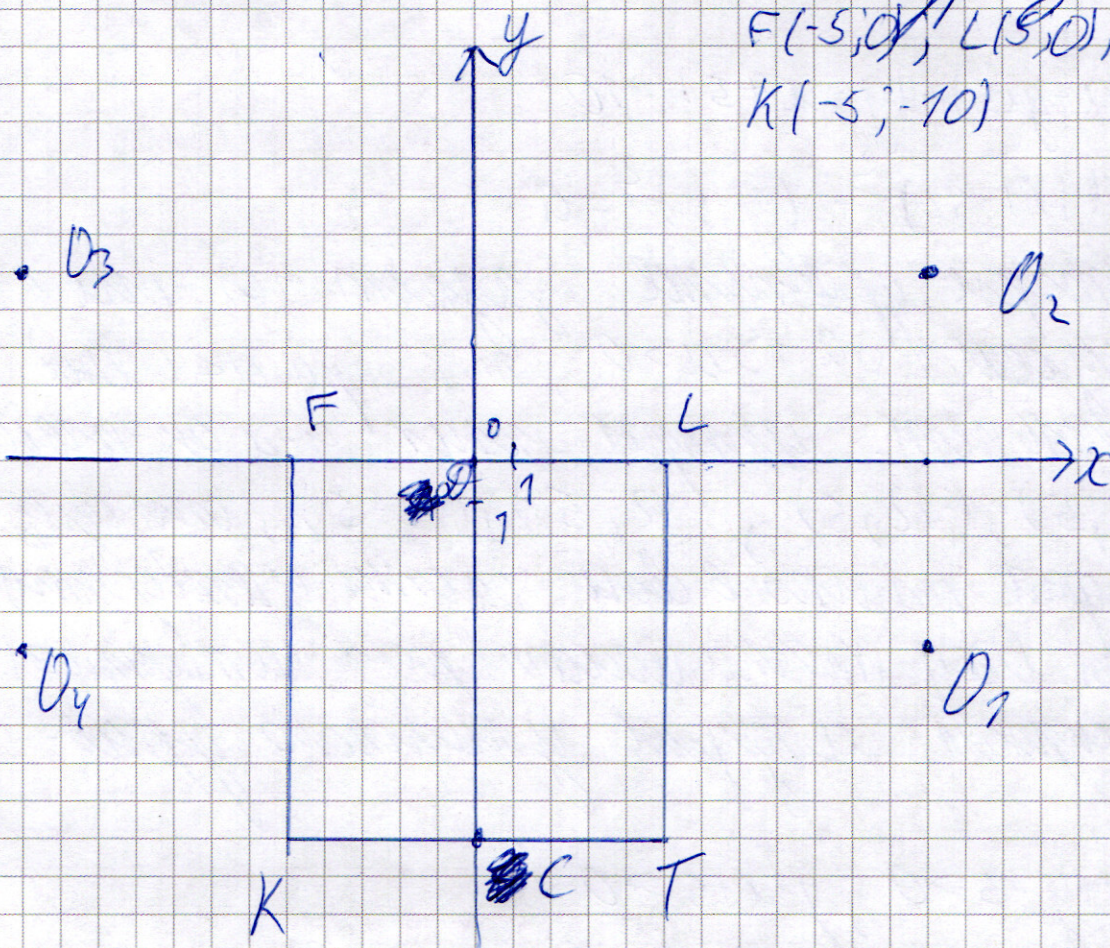
$$4: x+y+5 > 0; y-x+5 < 0$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10; 2x=10; x=5$$

написать в плоскости Oxy уравнение и ~~свойства~~ центры ~~этих~~ ок-тей
параболы.

FLKT - квадрат.

$F(-5; 0)$, $L(5; 0)$, $T(5; -10)$,
 $K(-5; -10)$



илим двариметя, когда квадрат будет
кас-ся двух парабол ок-тей (O_1, O_4)

а). тогда $ba = 12 - 5 = 7 \Rightarrow a = 7^2 = 49$ ($a > 0$)
т.к. расст. от O_1 до $O_4 = 10$,
то a расст. от O_1 до O_4 (т.к. кв. = 5).

б). $R(O_1; O) = R(O_1; C) = R(O_4; O) = R(O_4; C)$.
тогда $ba = R(O_1; O) = R(O_1; C) = \sqrt{12^2 - 5^2} = 13 \Rightarrow a = 169$
(т.к. у этих ок-тей расст. от центров до
сер. сторон кв-параболы).
Ответ: 169; 49.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos 2\theta x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 2x + \sin 5x = 0$$

$$0 = \sqrt{2} \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$0 = \sqrt{2} \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$$

$x = y - 5$

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = x \\ \alpha - \beta = y \end{cases} \quad ; \quad \alpha = \frac{x+y}{2} \quad ; \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$-2 \sin 7x \sin \left(4x - \frac{\pi}{2} \right) = \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \cos 2x = \cos 4x$$

$$\cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \cos^2 2x - 1 + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \cos 2x + 1 + \sin 7x = 1$$

$$(x^2 y^4) \cdot \ln x = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-4 \ln x}$$

$$- \frac{\ln(x^2 y^4) \cdot \ln x}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}} = \ln y \cdot (\ln y - \ln x^4)$$

$$\frac{x}{x^{\ln x}} \cdot y^{3 \ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} = y^{\ln y}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = x \\ \alpha - \beta = y \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}; \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$-(4y-2x) =$$

$$= -4(y-2x)$$

$$Q = y^2 x^2 + 0x^2 = 0x^2$$

$$y_1 = \frac{x+3x}{2} = 2x, y_2 = -x$$

$$y-2x \text{ и } y+x =$$

$$= y^2 - 2xy + xy - 2 \sin x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin x \cos 2x = 0$$

$$= y^2 - 2xy + xy - 2 \sin x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-2x^2 \quad 2\sqrt{2} \sin^2 x \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 4x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

$$0 = \sqrt{2} \sin x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & \sin 2x - \cos 2x = 0 \\ \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} \pm 2x - \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(3x + \frac{\pi}{8}) \sin(4x + \frac{\pi}{8}) = 0$$

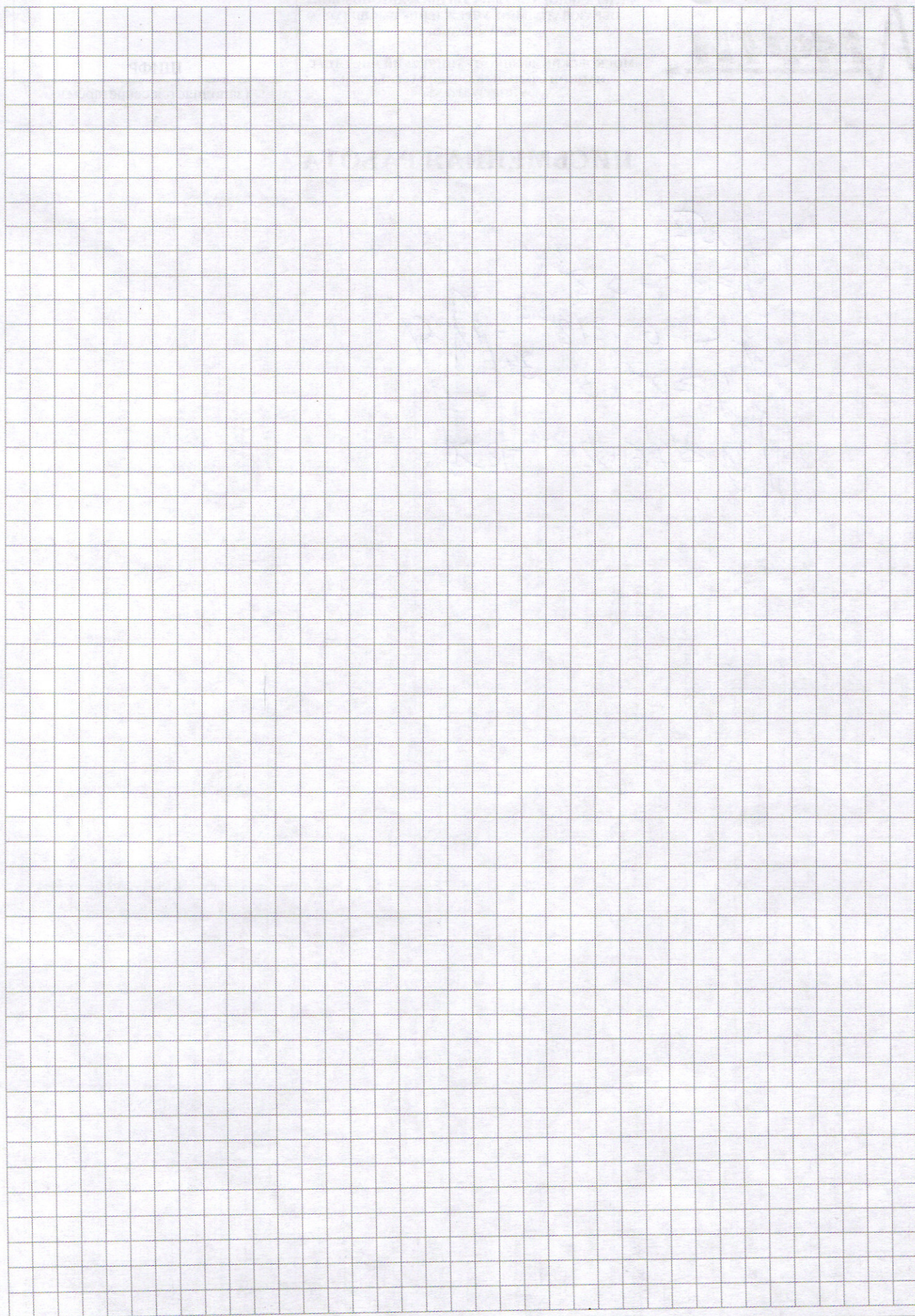
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = -\frac{\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

БЧ.

$$\begin{cases} y \geq 2x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 46 + 2 \cdot 2^{32} - 11x \\ y \geq 2x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 46 + 2 \cdot 2^{33} - 2x \end{cases}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

53.

$$\begin{cases} (x^2 y^4) - \ln x = y^{\frac{\ln y}{x^2}} \\ y^2 - 2xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

разделим на $(x \cdot y^4) - \ln x$
множим на $y - yx - 2x^2 = (y - 2x)(y + x)$

$$\begin{cases} (x^2 y^4) - \ln x = y^{\frac{\ln y}{x^2}} \\ (y - 2x)(y + x) - 4(y - 2x) = 0 \end{cases}$$

$$(y - 2x)(y + x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4) - \ln x = y^{\frac{\ln y}{x^2}} \\ (y - 2x)(y + x - 4) = 0 \end{cases}$$

$$(y - 2x)(y + x - 4) = 0$$

решим при $y = 2x$

$$\begin{cases} y = 2x \\ \frac{y^2 \ln x}{y^4 \ln x} = x^2 \ln x \cdot y^{\ln y} \end{cases}; \begin{cases} y = 2x \\ y^{\ln x} = x^2 \ln x \cdot y^{\ln y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ (2x)^{\ln x} = (2x)^{\ln x} \cdot (2x)^{\ln x} \end{cases}; \begin{cases} y = 2x \\ x^{\ln x} = (2x)^{\ln x} \cdot x^{\ln x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ \frac{x^{\ln x^2}}{x^{\ln x^2}} = 2^{\ln \frac{x^2}{2}} \end{cases}; \begin{cases} y = 2x \\ 2^{\ln \frac{x^2}{2}} = x^{\ln 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 2^{\ln x^2} = x^{\ln 2} \cdot 2^{\ln 2} \end{cases}; \begin{cases} y = 2x \\ 2^{\ln x} = 2x^{\ln 2} \end{cases}$$

053. $\begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \\ y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$
 $(x^2 y^4) - \ln x = y^{\frac{\ln y}{x^2}}$
 $\neq 0, m, k \neq 0$

$$\ln 2^{2\ln x} = \ln(2^x)^{\ln 2}$$

$$2 \ln x \cdot \ln 2 = \ln(2^x) \cdot \ln 2$$

$$2 \ln x = \ln 2 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 2 \quad ; \quad x = 2$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2x \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

решим при $y = 4 - x$ $x = 4 - y$

$$(4-y)^2 \cdot y^4 \cdot \ln(4-y) = y^4 \ln \frac{4}{(4-y)^2}$$

решим иначе

$$\frac{1}{(4-y)^2 \ln(4-y) \cdot y^4 \ln(4-y)} = \frac{y^4 \ln y}{y^4 \ln(4-y)}$$

$$\frac{y^3 \ln(4-y)}{y^3 \ln(4-y) \cdot \ln y} = y^{\ln y} \cdot (4-y)^2 \ln(4-y)$$

$$y^{3 \cdot \ln(4-y) - \ln y} = (4-y)^2 \ln(4-y)$$

$$\ln y \cdot (3 \ln(4-y) - \ln y) = \ln(4-y) \cdot 2 \ln(4-y)$$

$$\ln y \cdot \ln 3 \cdot \ln 4$$

$$\ln y \cdot (3 \ln(4-y) - \ln y) = \ln(4-y) \cdot 2 \ln(4-y)$$

$$\ln \left(\frac{(4-y)^3}{y} \right) = 2 \ln^2(4-y) + \ln^2 y$$

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{(4-y)^3}{y} \right)^2 = (\ln(4-y) + \ln y)^2 - 2 \ln(4-y) \cdot \ln y$$

$$\frac{1}{2} \ln^2 \frac{(4-y)^3}{y} - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{4-y}{y^2} = \ln^2 y (4-y) - 2 \ln(4-y) \ln y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 4 \ln x}$$

$$\frac{(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x}}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}} = \frac{y^{\ln y - 4 \ln x}}{y^{4 \ln x}}$$

$$\frac{y^{3 \ln x}}{x^{2 \ln x}} = y^{\ln y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{2 \ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x}} = y^{\ln\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\ln \frac{y}{x} \cdot 2 \ln x = \ln y \cdot \ln \frac{y}{x}$$

$$\ln \frac{y}{x} (2 \ln x - \ln y) = 0$$

$$\ln \frac{y}{x} (\ln \frac{x^2}{y}) = 0$$

$$\left[\ln \frac{x^2}{y} = \ln 1 \right]$$

$$\left[\ln \frac{x^2}{y} = \ln 1 \right]$$

$$\left[\frac{y}{x} = 1 \right]$$

$$\left[x^2 = y \right]$$

$$\begin{array}{r} 2640 \\ + 7 \\ \hline 2647 \end{array}$$

