

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $16875 = 3^3 \cdot 5^4$

Т.к. число 8-значное, то оно может содержать цифр 1, 3, 5, 9. Возможны 2 различных набора цифр в числе:

1) $\{3; 3; 3; 5; 5; 5; 5; 1\}$

Тогда всего кол-во чисел с таким набором:

$$\frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 280$$

2) $\{9; 3; 3; 5; 5; 5; 5; 1; 1\}$

Тогда всего кол-во чисел с таким набором:

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 840$$

Итого : $840 + 280 = 1120$

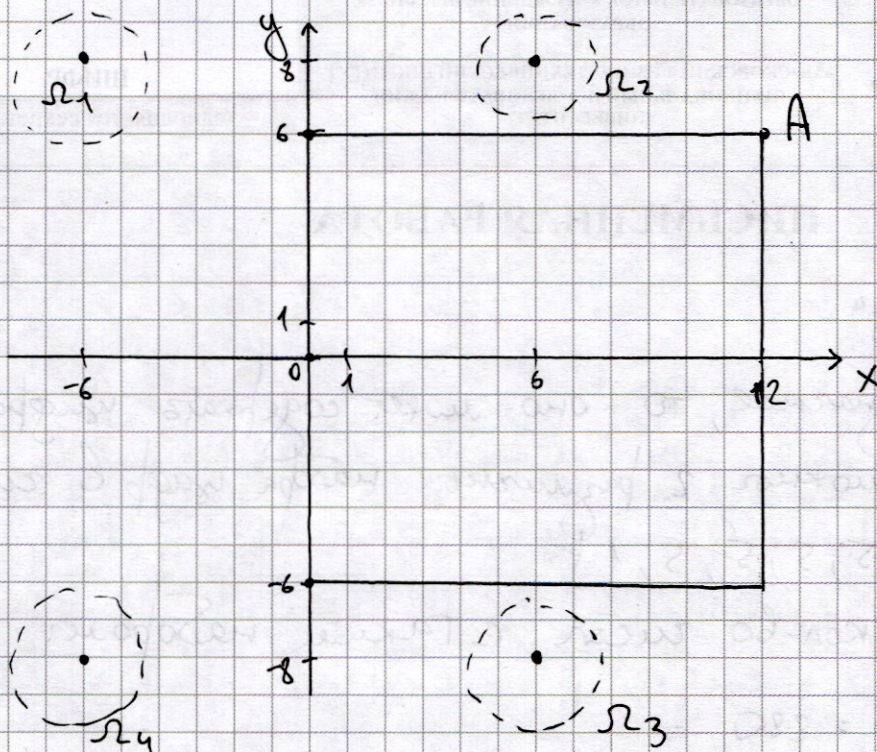
Ответ: 1120

⑤ $|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (1)$

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \quad (2)$

Множество точек, удовлетворяющих (1) есть квадрат с вершинами $(0; 6)$, $(12; 6)$, $(12; -6)$, $(0; -6)$.

Множеством точек, удовлетворяющих (2), являются 4 окружности с центрами в $(6; 8)$, $(6; -8)$, $(-6; -8)$, $(-6; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$ каждая. Если система должна иметь ровно 2 решения, то надо найти при каких значениях a 4 окр-ти будут иметь 2 общие точки с квадратом.



- 1) Заметим, что Ω_2 и Ω_3 симметричны относительно Ox .
 Значит, решений будет 2, когда окр-ти "касаются" квадрата. Тогда: $\sqrt{a} = 8 - 6 = 2 \Rightarrow a = 4$
- 2) Далее, Ω_1 и Ω_4 начнут иметь общие точки с квадратом при $\sqrt{a} \geq \sqrt{6^2 + 8^2}$; $\sqrt{a} \geq \sqrt{40}$. Ω_1 и Ω_4 так же симметричны отн. Ox . Значит, кол-во решений системы будет четно.

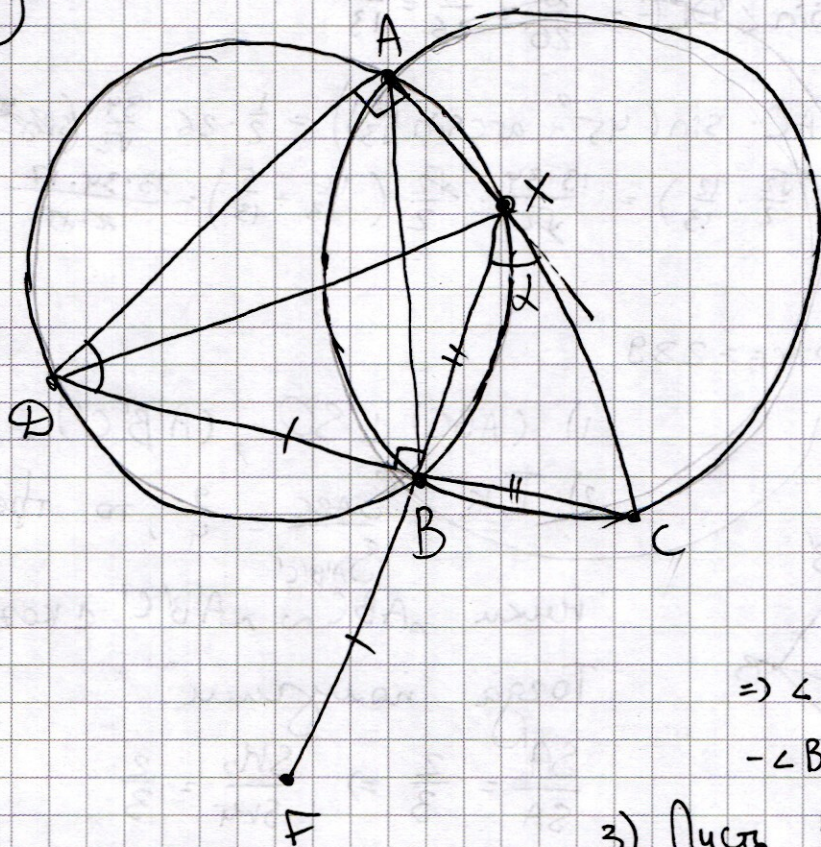
Из того, что Ω_2 и Ω_3 симметричны, то получим, что при $\sqrt{a} > 2$ и $\sqrt{a} < \sqrt{6^2 + 8^2}$, $\sqrt{a} < 10$ получим, что хотя бы 4 решения. При $\sqrt{a} = 10$ получим точки $(0; 0)$ и $(12; 0)$. Но т.к. $10 > \sqrt{40}$, то Ω_1 и Ω_4 образуют ещё 2 точки пересечения.

- 3) Значит, остался случай, когда Ω_2 и Ω_3 не касаются квадрата, а Ω_1 и Ω_4 образуют 2 точки пересечения. Это верно при $\sqrt{a} = \sqrt{18^2 + 14^2}$ (расстояние от центра Ω_4 до т.А), т.е. $a = 18^2 + 14^2 = 520$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $a = 4$, $a = 520$

6



1) Т.к. $BF \perp AC$,
то $\angle BXC = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BXC + \angle BXA =$
 $= 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow BXA$ - вписан,
где $X = AC \cap BF$.
Значит, BX - диа-
метр окр.-ти.

2) Пусть $\angle ADB = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BXC = \alpha \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ -$
 $- \angle BXC = 90^\circ - \alpha$.

3) Пусть R - радиусы обеих окр-
тей. Тогда запишем $\sin$ где

$\triangle ADB$ и $\triangle ABC$:

$$2R = \frac{AB}{\sin \alpha}$$

$$2R = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin(90^\circ - \alpha) \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Тогда получим, что в $\triangle BCX$: $\angle BCX = \angle BXC = 45^\circ \Rightarrow BX = BC$

4) Т.к. $BD = BF$, $BX = BC$, $\angle DBX = \angle CBF = 90^\circ$, то $\triangle DBX = \triangle CBF \Rightarrow$
 $\Rightarrow CF = DX = 26$.

5) Пусть $AD = AC = a$, $BX = BC = c$, $DB = DF = b$. Тогда:

$$b^2 + c^2 = 26^2 \quad (\text{из } \triangle BFC)$$

$$b^2 = 26^2 - 10^2 = 36 \cdot 16 \Rightarrow b = 24$$

$$6) a = \frac{b+c}{\sqrt{2}} \quad (\text{из } \triangle ADC)$$

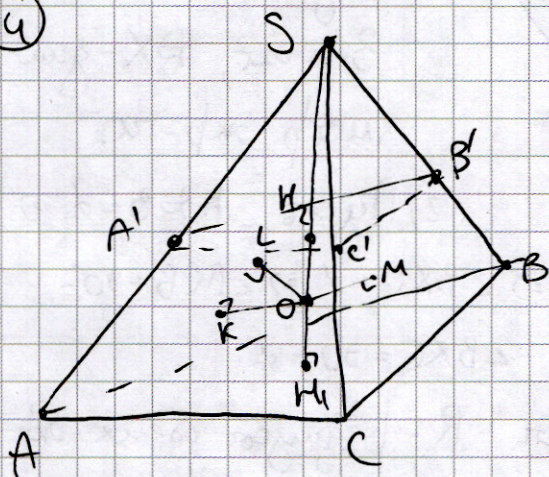
$$a = \frac{24+10}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$7) \text{ из } \triangle FBC: \sin \angle BCF = \frac{b}{26} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$8) S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot AC \cdot \sin(45^\circ + \arcsin(\frac{12}{13})) = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot \frac{34}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos(\arcsin \frac{12}{13}) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{12}{13} \right) = \frac{13 \cdot 34}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{12}{13} + \frac{5}{13} \right) = \frac{13 \cdot 34 \cdot 17}{2 \cdot 13} = 17^2 = 289$$

Ответ: $CF = 26$, $S_{ACF} = 289$

④



1) $(ABC) \perp SO$, $(A'B'C') \perp SO$

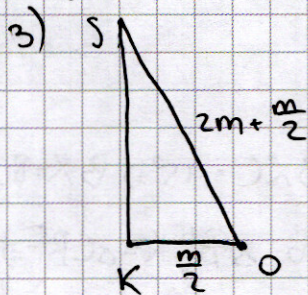
2) Т.к. $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{9}{4}$, то треугольники $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ с коэф. $\frac{3}{2}$.

Тогда получим:

$$\frac{SA}{SA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SH_2}{SH_4} = \frac{2}{3}$$

Если m -одна часть, то пусть

$SH_2 = 2m$, тогда $OH_2 = \frac{H_2H_4}{2} = \frac{m}{2}$ (т.к. OH_2 - радиус сферы, вписанной в $ABCS$)



Получим из $\triangle SKO$:

$$\sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{\frac{m}{2}}{2.5m} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin(\frac{1}{5})$$

Ответ: $\arcsin(\frac{1}{5})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg x} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases} \quad y > 0, x < 0$$

$$\begin{aligned} (2): \quad & 2y^2 - 2xy - 8y + xy - x^2 - 4x = 0 \\ & y(2y - 2x - 8) + x(y - x - 4) = 0 \\ & (2y + x)(y - x - 4) = 0 \end{aligned}$$

Значит, $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$

1) $y = -\frac{x}{2} \Rightarrow x = -2y$ Подставим в (1)

$$\begin{aligned} \left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} &= (2y)^{\lg(2y^2)} \\ (4y)^{2\lg y} &= (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{2\lg y} \\ 2^{2\lg y} &= 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2} \\ 2^{\lg\left(\frac{y^2}{2}\right)} &= y^{\lg 2} = 2^{\frac{1}{\lg 5} \lg y} \end{aligned}$$

$$\lg\left(\frac{y^2}{2}\right) = \lg y \Rightarrow \frac{y^2}{2} = y \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

2) Решая 2-ой случай, см. чистовик №6.
Получим результат $x = -2, y = 2$.
Ответ: $(-2; 2), (-4; 2)$

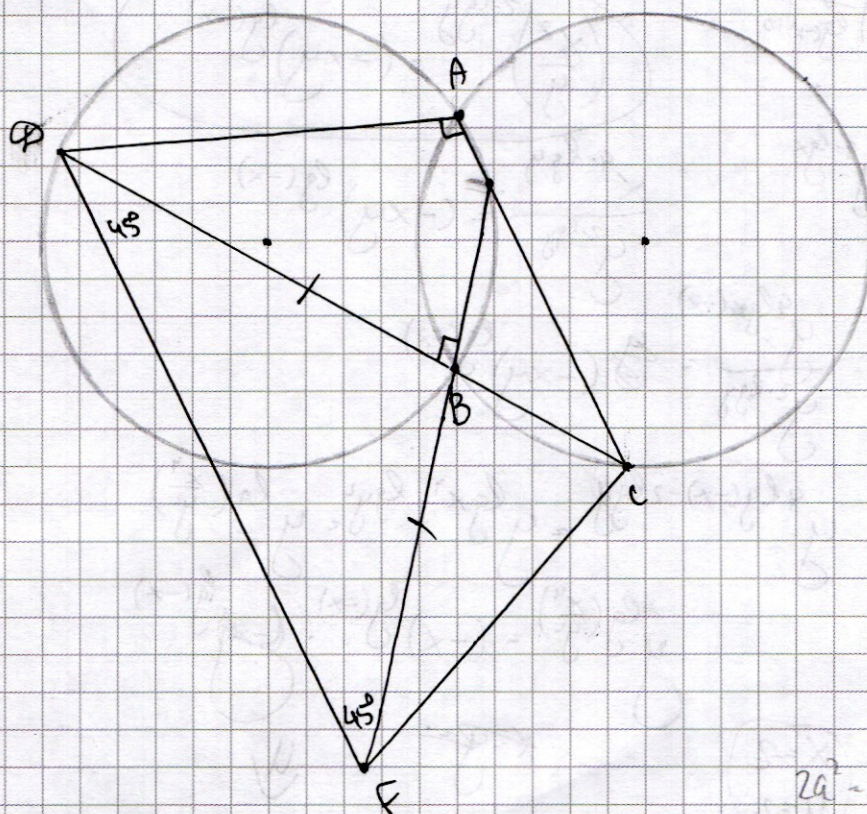
$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 3x = \cos 10x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 10x$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cdot \cos(2x) = \cos 10x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

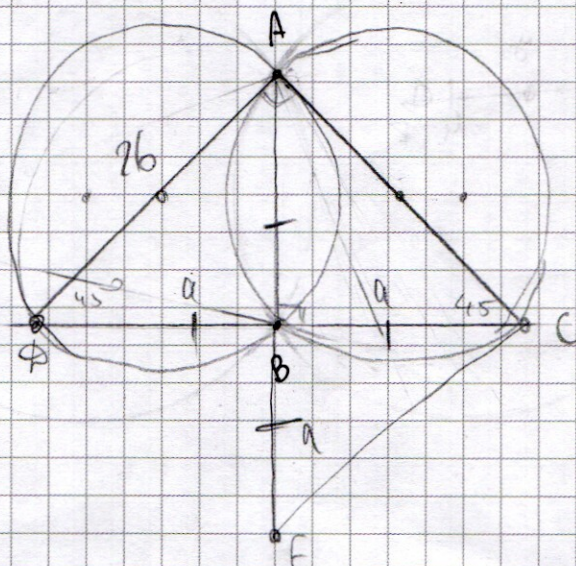


$$2a^2 = 26^2$$

$$\sqrt{2}a = 26$$

$$a = \frac{26}{\sqrt{2}}$$

$$CF = 26$$



$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 7x \cdot \sin 3x$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 7x$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = 14x$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = 3x$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = 6x$$

$$\alpha = 10x$$

$$\beta = 4x$$

$$a + b - \sqrt{2}ab = c + d + \sqrt{2}cd$$

$$a^2 + c^2 = 1$$

$$b^2 + d^2 = 1$$

$$(-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{\lg(-x)} = (-xy)^{\lg(-x)}$$

$$(x)^{\frac{\lg y}{\lg(-x) \cdot 10}}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \cdot \lg y} = (-xy)^{\lg(-x)}$$

$$x^4 \cdot \frac{\lg y}{\lg x \cdot 10} = y^{4 \cdot \lg x}$$

$$\frac{x^{4 \cdot \lg y}}{y^{2 \cdot \lg y}} = (-xy)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{y^{4 \cdot \lg(-x)}}{y^{2 \cdot \lg y}} = (-xy)^{\lg(-x)}$$

$$y^{4 \lg(-x) - 2 \lg y} = y^{\lg x^4 - \lg y^2} = y^{\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)}$$

$$y^{\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-y)^{\lg(-x)}$$

$$\lg 2 = 2 \lg 4$$

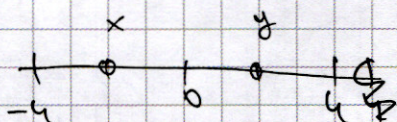
$$\begin{matrix} X = -2 \\ Y = 2 \end{matrix}$$

$$X = -2$$

$$Y = 2$$

$$X = -2$$

$$Y = 2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$$\begin{array}{r} 16875 \mid 3 \\ 5625 \mid 3 \\ 1875 \mid 3 \\ 625 \mid 5 \\ 125 \mid 5 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \end{array}$$

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1$

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 40 \cdot 7 = 280$$

$$\begin{array}{r} 16875 \mid 3 \\ -15 \\ \hline 18 \\ -13 \\ \hline 5 \\ -6 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5625 \mid 3 \\ -3 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5625 \mid 3 \\ -3 \\ \hline 26 \\ -24 \\ \hline 22 \\ -21 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1875 \mid 3 \\ -3 \\ \hline 5625 \end{array}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 40 \cdot 7 = 280$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 625 \\ \hline 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

2) $9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 20 \cdot 42 = 840$$

Ответ: $840 + 280 = 1120$

1, 3, 5, ~~7~~, 9

$$\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

② $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \sin 7x \cdot \sin 3x$$

$$\cos 7x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 3x\right) + \cos 3x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\cos 120^\circ + \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cdot \sin 75^\circ \cdot \sin$$

$$\cos 120^\circ + \cos 60^\circ = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{11}{2} \cdot \sin 30$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x &= \sin 7x + \sin 3x \quad \left| \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right. \\ 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x &= 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x \\ 2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cdot \cos 10x &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 1 - \cos d &= 2 \cdot \sin^2 \frac{d}{2} \\ 1 + \cos d &= 2 \cdot \cos^2 \frac{d}{2} \\ \cos d &= 2 \cdot \cos^2 \frac{d}{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 3x = \cos 10x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 10x$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 7x - \frac{\pi}{4} + 3x}{2}\right) = \cos 10x$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cdot \cos(-2x) = \cos 10x$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cdot \cos 2x = \cos 10x$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - 2xy - 8y + xy - x^2 - 4x = 0$$

$$y(2y - 2x - 8) + x(y - x - 4) = 0$$

$$2y(y - x - 4) + x(y - x - 4) = 0$$

$$(y - x - 4)(2y + x) = 0$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$1) y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^2}{x+4}\right)^{2 \cdot \lg(x+4)} = (-x) \lg(-x(x+4))$$

$$y > 0 \Rightarrow x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4$$

$$x \in (-4; 0)$$

$$y \in (0; 4)$$

$$y > 0, x < 0$$

$$x^k = ab$$

$$\begin{cases} \frac{x^4}{y^2} > 0 \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} > 0 \end{cases}$$

$$(-x) \lg -x \cdot y = (-x) \lg(-x) + \lg y =$$

$$= (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} =$$

$$= 10^{\lg^2(-x)}$$

$$(40(-x))^{\lg(-x)} \cdot \lg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $y = x + 4 \Rightarrow x = y - 4$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(4y)^{2 \cdot \lg y} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{2 \lg y}$$

$$2^{2 \cdot \lg y} = (2y)^{\lg 2} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$\frac{2^{2 \cdot \lg y}}{2^{\lg 2}} = y^{\lg 2}$$

$$2^{(\lg(y^2) - \lg 2)} = y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg\left(\frac{y^2}{2}\right)} = y^{\lg 2} = y^{\frac{\lg 2}{\lg_{10} 10}} = 2^{\frac{1}{\lg_{10} 10}}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{\lg(-x)} = y^{\lg\left(\frac{x^2}{y}\right)}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} = y^{\lg\left(-\frac{x}{y}\right)} = \frac{y^{\lg(-x)}}{y^{\lg y}}$$

$$\frac{(-x)^{\lg 2}}{y^{\lg 2}} = 4^{\lg 2}$$

$$\lg\left(\frac{y^2}{2}\right) = \frac{1}{\lg_{10} 10} = \lg y$$

$$\frac{y^2}{2} = y \Rightarrow y^2 = 2y \Rightarrow y \neq 0$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\lg\left(\frac{x^2}{y}\right) - \lg(-x)$$

$$\lg\left(-\frac{x}{y}\right)$$

2) $y = x + 4 \Rightarrow -x = y - 4$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$\frac{x^{4 \cdot \lg y}}{y^{2 \cdot \lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg_{10} 10}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{\lg(-x)}$$

$$\frac{x^{4 \cdot \frac{\lg x}{\lg_{10} 10}}}{y^{2 \cdot \lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{\lg(-x)} = \frac{y^{4 \cdot \lg x}}{y^{2 \cdot \lg y}} = \frac{y^{2 \cdot \lg x}}{y^{\lg y}} = y^{(2 \cdot \lg x - \lg y)}$$

Страница №

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a \log_b a = b \log_a^2 a \quad b \log_b a \cdot \log_b a$$

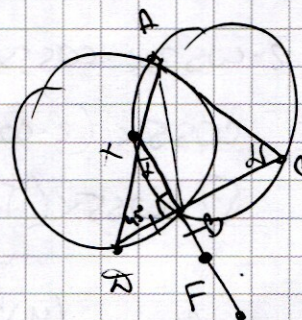
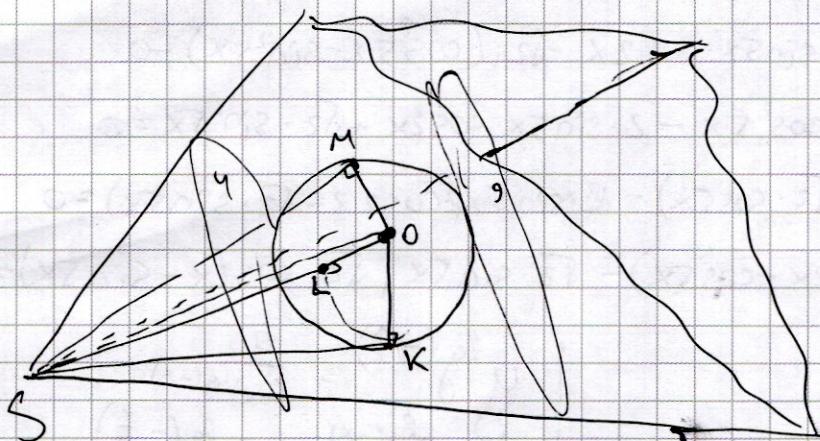
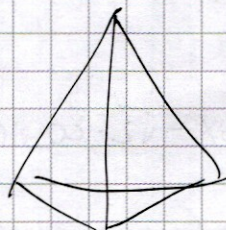
$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\frac{x^{4 \cdot \lg y}}{y^{2 \cdot \lg y}} = (-x)^{\lg(-xy)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

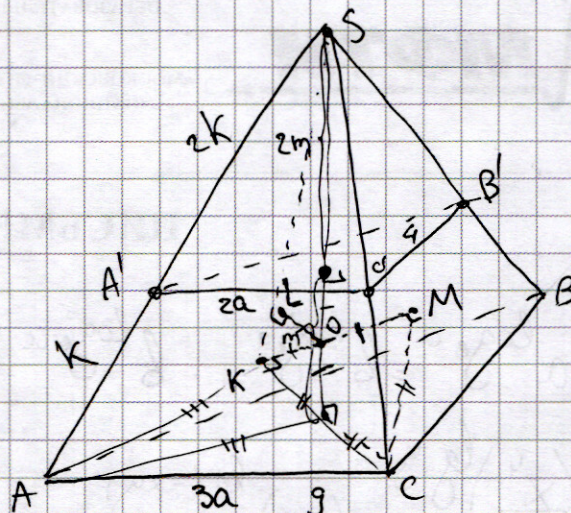
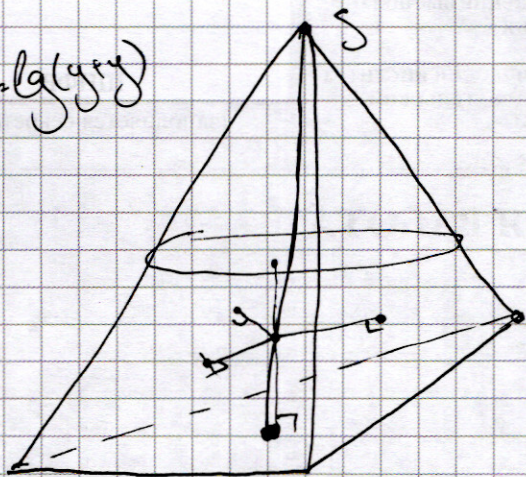
$$\frac{x^{4 \cdot \lg y}}{(-x)^{\lg y}} = y^{2 \cdot \lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x^3)^{\lg y} = y^{2 \cdot \lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{(-x^3)^{\lg y}}{(-x)^{\lg(-x)}} = y^{2 \cdot \lg y}$$



$$\lg xy = \lg(yxy)$$



$$1) y = -\frac{x}{2} \Rightarrow x = -2y$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(16y^4)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} = (2y)^{\lg 2y} \cdot (2y)^{\lg y}$$

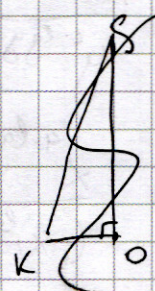
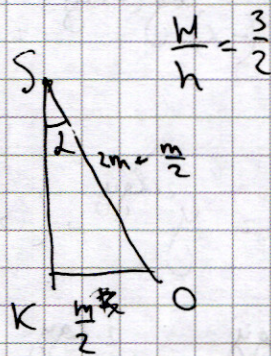
$$(16y^4)^{\lg y} = 10^{\lg 2y} \cdot (2y)^{\lg y}$$

$$(8y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y}$$

$$4^{\lg y} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{m}{2}} = \frac{1}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$



$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \quad | :2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \cos 7x$$

$$2 \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x - 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos^2 5x - 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cdot \sin^2 5x = 0$$

$$\cos 5x (2 \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 5x) - \sin 5x (\sqrt{2} \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sin 5x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 5x (\sqrt{2} \cdot \cos 2x - \cos 5x) - \sqrt{2} \cdot \sin 5x (\sqrt{2} \cdot \cos 2x - \sin 5x) = 0$$

$$y^{\lg y} = \left(\frac{y}{-x}\right)^{\lg(-x)}$$

$$(x+y)^{\lg(x+y)} = \left(\frac{x+y}{-x}\right)^{\lg(-x)}$$

$$(x+y)^{\lg(x+y)} - \lg(-x) = \frac{1}{(-x)^{\lg(-x)}} =$$

$$y^{\lg(-\frac{x}{y})} = \frac{1}{(-x)^{\lg(-x)}} \cdot y^{\lg(-\frac{x}{y})}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} = y^{\lg(-\frac{x}{y})}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} = y^{\lg(-\frac{x}{y})} = 10^{\lg^2(-x)}$$