

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$. Значит, число состоит из цифр 3, 7, 9. Девинок не более 3 (если их ≥ 2 , то произв. цифр: $9^2 = 3^4$, но $9261 \neq 3^4$). Рассмотрим два случая:

1) 0 девинок. У нас 8 «мест».

Выберем сначала 3 места для 3-х троек, а потом 3 места для 3-х единиц (каждым способом выбрать k элементов из n без учета порядка:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56 \cdot 10 = 560$$

2) 1 девятка

У нас 1 девятка, 1 тройка и 3 единицы $\Leftrightarrow$ ровно 3 единицы.

Сначала выбираем 3 места для 3-х единиц, потом 3 места для 3-х единиц, затем одно место для девятки.

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2 = 56 \cdot 20 = 1120.$$

Итого $560 + 1120 = 1680$ чисел.

Ответ: 1680

№2.

$$(\cos 9x - \cos 5x) - \sqrt{2} \cos 4x + (\sin 9x + \sin 5x) = 0$$

$$-2 \sin \frac{9x+5x}{2} \sin \frac{9x-5x}{2} - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cos \frac{9x-5x}{2} = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \sin^2 7x = (\cos 2x + \sin 2x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \sin^2 7x = \cos^2 2x + \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \sin^2 7x = 1 + \sin 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 4x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 4x = \cos (\pi - 14x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \cos (\pi - 14x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - 4x = \pi - 14x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - \frac{\pi}{2} = \pi - 14x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2X = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10X = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18X = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{10}\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{3\pi}{2 \cdot 18} + \frac{2}{18}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{9}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}t; \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}t; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{9}t \quad t \in \mathbb{Z}$

$X=2$

$$2^{35} = 2^{34} + 2^{33}$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 2^{34}$$

$X=2$

$$2^{300} + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot 2^{34}$$

$X=2$

$$2^{300} + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot 2^{34}$$

$$2^X + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + (2^{33} - 2)X$$

~~$y = x - 5$~~

$y = x - 5$

$y = x - 5$

$y = x - 5$

~~$X=3$~~ ~~$X=4$~~ $X=40$

$$2^{40} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{34} (2^6 + 3) = 2^{34} \cdot 67 > 2^{39}$$

$$76 + 40 \cdot 2^{33} - 2 = 40 \cdot 2^{33} - 4 = 20 \cdot 2^{34} - 4 < 2^{39}$$

$X=38$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{34} \cdot 39$$

$$76 + 2^{33} \cdot 38$$

$X=4$

$$2^7 + 3 \cdot 2^{34} = 2^7 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 4 =$$

$$= 69 + 2^{33} - 2 = 2^{33} - 67$$

$$2^X + 3 \cdot 2^{34} > 76 + (2^{33} - 2)X$$

~~2^X~~

$$2^X + 3 \cdot 2^{34} > 76 - 2X + 2^{33} \cdot X$$

$X=34$

$$2^{34} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 34$$

$$2^{35}$$

$$8 + 34 \cdot 2^{33}$$

$X=39$

$$2^{39} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{34} \cdot 35 < 2^{40}$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 39 =$$

$$= 76 - 76 + 2^{33} \cdot 39 =$$

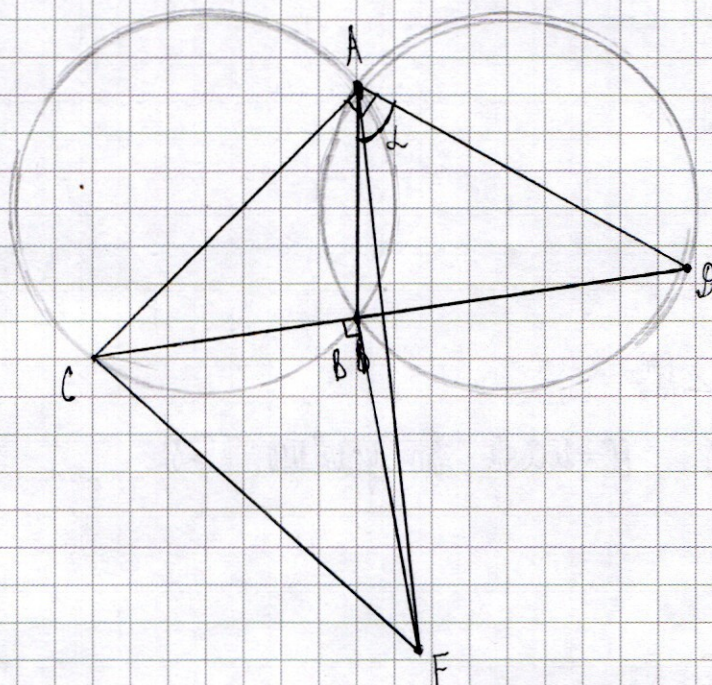
$$= 2^{33} \cdot 39 - 2 < 2^{38}$$

$$2^{38} + 4 \cdot 2^{33} - 2 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$R=10$



а) R - радиус ~~окружности~~ описанной окр. $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$. Пусть $\angle DAB = \alpha$. Тогда $\angle CAB = 90^\circ - \alpha$. По т. синусов для $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R$$

$$BC = 2R \cos \alpha$$

По т. синусов для $\triangle ABD$:

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 2R$$

$$BD = 2R \sin \alpha$$

По усл. $BF = BD$. По т. Пифагора для к.т. $\triangle CBF$ $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2}$

$$CF = \sqrt{20^2 \cos^2 L + 20^2 \sin^2 L} = \sqrt{20^2 (\cos^2 L + \sin^2 L)} = \sqrt{20^2} = 20$$

Ответ: 20

Из треугол $\angle ABC = \beta$. Тогда $\angle ABD = 180^\circ - \beta$.

По м. синусов для $\triangle ABC$:

$$\frac{AC}{\sin \beta} = 2R$$

$$AC = 20 \sin \beta$$

По м. синусов для $\triangle ABD$:

$$\frac{AD}{\sin(180^\circ - \beta)} = 2R$$

$$AD = 20 \sin \beta$$

т.е. $AC = AD$. т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$.

В треугол $\triangle ABC$ найдем $BC = 20 \cos L$. По условию $BC = 12$.

$$\cos L = \frac{BC}{20} = \frac{12}{20} = 0,6$$

$$0 < L < \frac{\pi}{2}$$

$$\sin L = \sqrt{1 - \cos^2 L} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

В треугол $\triangle ABD$ найдем $BD = 20 \sin L$. Аналог $BD = 20 \cdot 0,8 = 16$

$$CD = BC + BD = 12 + 16 = 28.$$

$$\triangle CAD - \text{н.т.}, AC = AD \Rightarrow \text{по т. Пифагора} \quad AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

$$(\sin \angle ACF = \sin \angle ACD) \wedge \cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = 0,6 \quad \begin{matrix} \angle BCF > 0 \\ \cos L = 0,6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \angle BCF > 0 \\ \cos L = 0,6 \end{matrix} \Rightarrow \angle BCF = L.$$

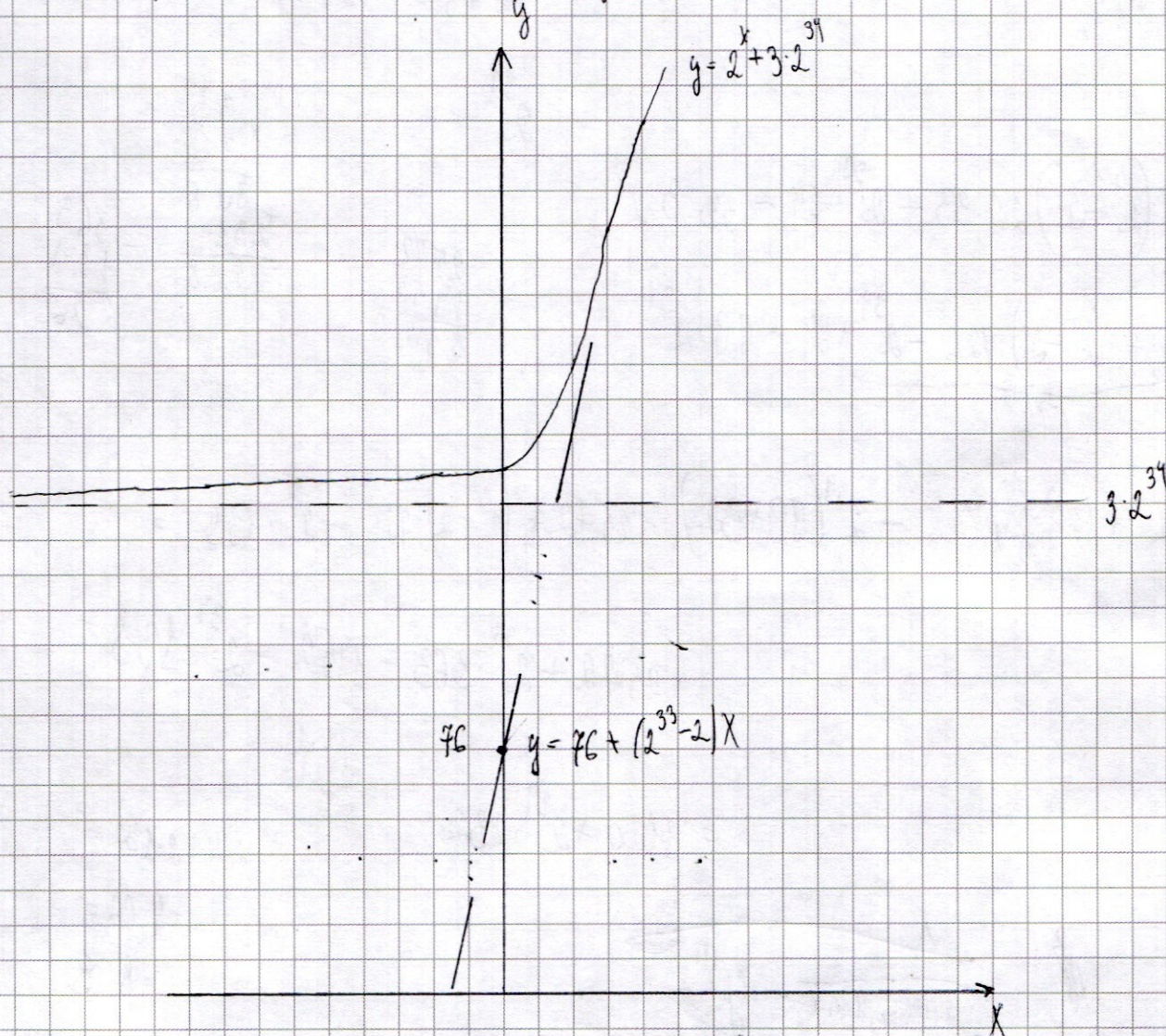
$$\sin \angle ACF = \sin(\angle ACD + \angle BCF) = \sin(45^\circ + L) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin L + \cos L) = \frac{\sqrt{2}}{2} (0,8 + 0,6) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1,4 = 0,7\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot 0,7\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \cdot 20 \cdot 0,7\sqrt{2} = 7 \cdot 20 \cdot 0,7 \cdot 2 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 = 196$$

Ответ: 196

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.
Рассмотрим графики функций $y = 2^x + 3 \cdot 2^{39}$, $y = 76 + (2^{33} - 2)x$



Прямая пересекает график ф-и $y = 2^x + 3 \cdot 2^{39}$ не более 2-х раз.

Заметим, что прямая $y = 76 + (2^{33} - 2)x$ пересекает $y = 2^x + 3 \cdot 2^{39}$ в точках с абсциссами 6 и 38.

$$1) 2^6 + 3 \cdot 2^{39} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot 6$$

$$64 + 3 \cdot 2^{39} = 76 - 12 + 6 \cdot 2^{33}$$

$$76 + 2 \cdot 2^{32} -$$

$$76 + (2^{33} - 2)X - 2^X - 3 \cdot 2^{34}$$

$$62 + 2^{33} \cdot 7 - 128 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$1+2+4+8+16+\dots+2^{32} = \frac{1+2^{33}}{2} - 1$$

$$2^6 + \dots + 2^{38} = 2^{39} - 64$$

$$2^{34} - 66$$

$$60 + 8 \cdot 2^{33} - 256 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^{34} -$$

$$\begin{array}{r} \times 33 \\ 76 \\ \hline 198 \\ + 231 \\ \hline 2508 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 363 \\ 133 \\ \hline 232 \end{array}$$

$$33 \cdot 76 + (2^{33} - 2)22 \cdot 33 - 2^{39} + 64 - 33 \cdot 3 \cdot 2^{34}$$

$$33 \cdot 76 + (2^{33} - 2)726 - 2^{39} + 64 - 99 \cdot 2^{34}$$

$$\begin{array}{r} 2572 \\ - 1452 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$2572 + (2^{33} - 2)726 - 2^{34}(99 + 32) = 2572 + (2^{33} - 2)726 - 2^{34} \cdot 131 =$$

$$= 2572 + 2^{34} \cdot 363 - 1452 - 2^{34} \cdot 131 =$$

$$= 1120 + 2^{34} \cdot 232$$

$$\begin{array}{r} 232/6 \\ 50 \overline{) 12} \\ \hline 70 \end{array}$$

$$264 = 2 \cdot 132 =$$

$$= 4 \cdot 66 = 8 \cdot 33$$

$$\frac{1}{x^2 \ln x} \cdot y^4 \ln x = y \ln \frac{y}{x^2}$$

$$\frac{1}{e^2 \cdot y^4 \ln x} = y \ln \frac{y}{x^2}$$

$$\frac{1}{e^2} = y \ln \frac{y}{x^2} + \ln x^4$$

$$\frac{1}{e^2} = y \ln \frac{y}{x^2}$$



2 0 0 0 1 6 6 8

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 1120 + 2 \cdot 269 - 2 = 1120 + 33 \cdot 2 - 9 \cdot 2 = 1120 + 29 \cdot 2$$

Ответ: $1120 + 29 \cdot 2$

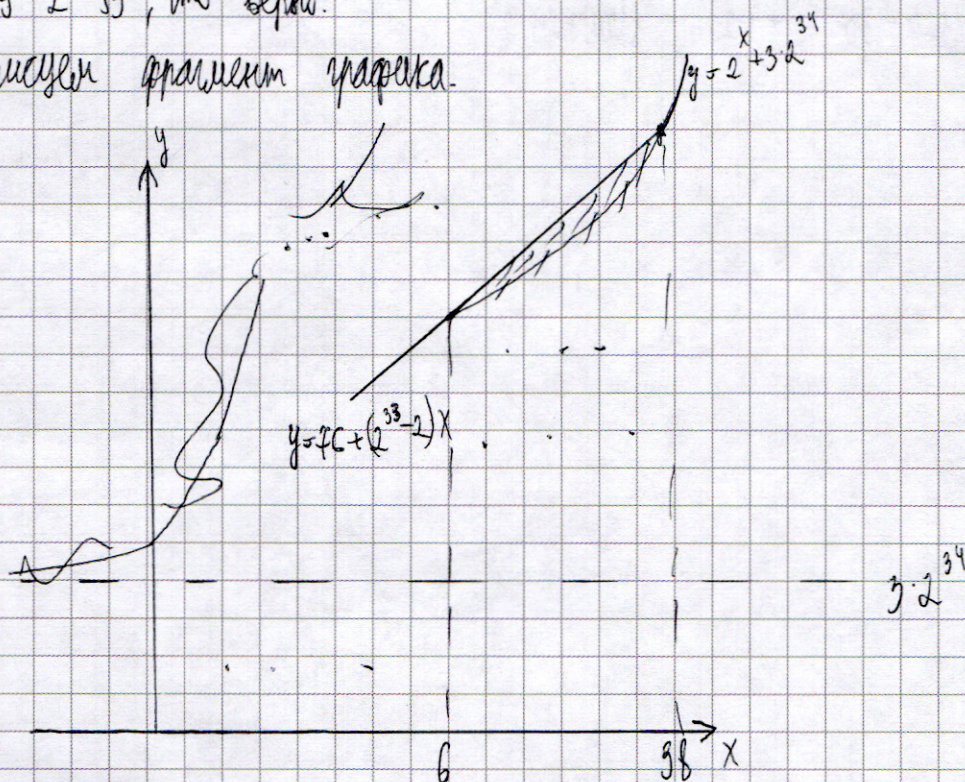
$$64 + 3 \cdot 2^{39} = 64 + 3 \cdot 2^{39}, \text{ то верно}$$

$$2) \quad 2^{38} + 3 \cdot 2^{39} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot 58$$

$$2^{34} (2^4 + 3) = 76 + 2^{33} \cdot 58 - 46$$

$$2^{34} \cdot 59 = 2^{34} \cdot 59, \text{ то верно.}$$

Нарисуем фрагмент графика.



Как нужно найти кол-во точек с целыми координатами в заштрихованной области (они могут лежать на гиперболе, но не лежат на прямой).

Пусть $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{39}$, $g(x) = 76 + (2^{33} - 2)x$. В точках с целыми координатами абсцисс $f(x)$ и $g(x)$ принимают целые значения. Значит, если $x \in \mathbb{N}$,

$6 \leq x \leq 38$, то кол-во y ~~для~~ возможных значений y равно $g(x) - f(x)$

$$g(x) - f(x) = 76 + (2^{33} - 2)x - 2^x - 3 \cdot 2^{39}$$

Просуммируем разности при $x \in \mathbb{N}$, $x \geq 6$, $x \leq 38$.

$$33 \cdot 76 + \underbrace{(2^{33} - 2)(6 + 7 + \dots + 38)}_{\text{сумма арифм. прогр.}} - (2^6 + 2^7 + \dots + 2^{38}) - 33 \cdot 3 \cdot 2^{39} = 2508 + (2^{33} - 2) \left(\frac{6+38}{2} \cdot 33 - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{2^0 + 2^1 + \dots + 2^{38}}{2^{33} - 1} - \frac{2^0 + 2^1 + \dots + 2^5}{63} \right) - 99 \cdot 2^{39} = 2508 + (2^{33} - 2) (726 - 2^{39} + 64 - 99 \cdot 2^{39}) = \right.$$

$$= 2572 + 2^{33} \cdot 726 - 3452 \cdot 2^{39} - 99 \cdot 2^{39} = 1120 + 2^{34} \cdot 363 - 99 \cdot 2^{39} - 2^{39} = 1120 + 2^{34} (363 - 99) \cdot 2^{39} =$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{(x^2 y^4) \ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{1}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln x}} = y^{\ln \frac{y}{x^7}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = y^{\ln x^4} \cdot y^{\ln \frac{y}{x^7}} = y^{\ln x^4 + \ln \frac{y}{x^7}} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^7} \cdot x^4 \right)} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$$

$$x^{2 \ln x} \cdot y^{\ln \frac{y}{x^3}} = 1$$

$$(2) \quad \text{Пусть } x = ky$$

$$y^2 - ky^2 - 2k^2 y^2 + 8ky - 4y = 0 \quad \text{По ОДЗ } y > 0$$

$$y - ky - 2k^2 y + 8k - 4 = 0$$

$$2yk^2 + (y-8)k + 4-y = 0 \quad \text{Решаем по } k:$$

$$D = (y-8)^2 - 8y(4-y) = (3y-8)^2 \quad y \geq \frac{8}{3}$$

$$k = \frac{8-y \pm (3y-8)}{4y}$$

$$\begin{cases} k = 0.5 \\ k = \frac{16}{4y} - 1 \end{cases}$$

$$(1) \quad k = 0.5 \quad \cancel{k = 0.5} \quad x = 0.5y$$

$$\left(0.5y^{\ln 0.5 y^2} \cdot y^{\ln \frac{8y}{y^3}} = 1 \right) \quad \left(0.5y^{\ln \left(\frac{8}{y^2} \cdot y^2 \right)} = 1 \right) \quad \left(0.5y^{\ln 8} = 1 \right)$$

23. $x, y > 0$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = y^{\ln \frac{y}{x^4}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = y^{\ln \frac{y}{x^4}}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^4}}$$

$$x^{2\ln x} \cdot y^{\ln \frac{y}{x^4}} = 1$$

$$0,5y^{2\ln 0,5y} \cdot y^{\ln \frac{y}{0,5y^4}} = 1$$

$$0,5y^{0,25y^2} \cdot y^{\frac{1}{0,525y^4}} = 1$$

$$0,5y^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - ky^2 - 2k^2y^2 + 8ky - 4y = 0$$

$$y - ky - 2k^2y + 8k - 4 = 0$$

$$2k^2y + k(y - 8) + 4 - y = 0$$

$$D = y^2 - 16x + 64 - 8y(4 - y) = y^2 - 16x + 64 - 32y + 8y^2 = 9y^2 - 48y + 64 = (3y - 8)^2$$

$$\frac{8 - y + 3y - 8}{4y}$$

$$\frac{8 - y + 8 - 3y}{4y}$$

$$\frac{16 - 4y}{4y}$$

$$k = \Rightarrow 0,5y$$

$$k = \frac{16}{4y} - 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $k=0,5$ $X=0,5y$

$$0,5y^{2\ln 0,5y} \cdot y^{\ln \frac{y}{0,5^3 y^3}} = 1$$

$$0,5 y^{\ln 0,25 y^2} + \ln \frac{y}{0,5^3 y^3} = 1$$

$$0,5 y^{\ln 0,25 y^2} \frac{1}{0,5^3 y^3} = 1$$

$$0,5 y^{\ln 2} = 1$$

$$0,5 y^{\ln 2} = 2$$

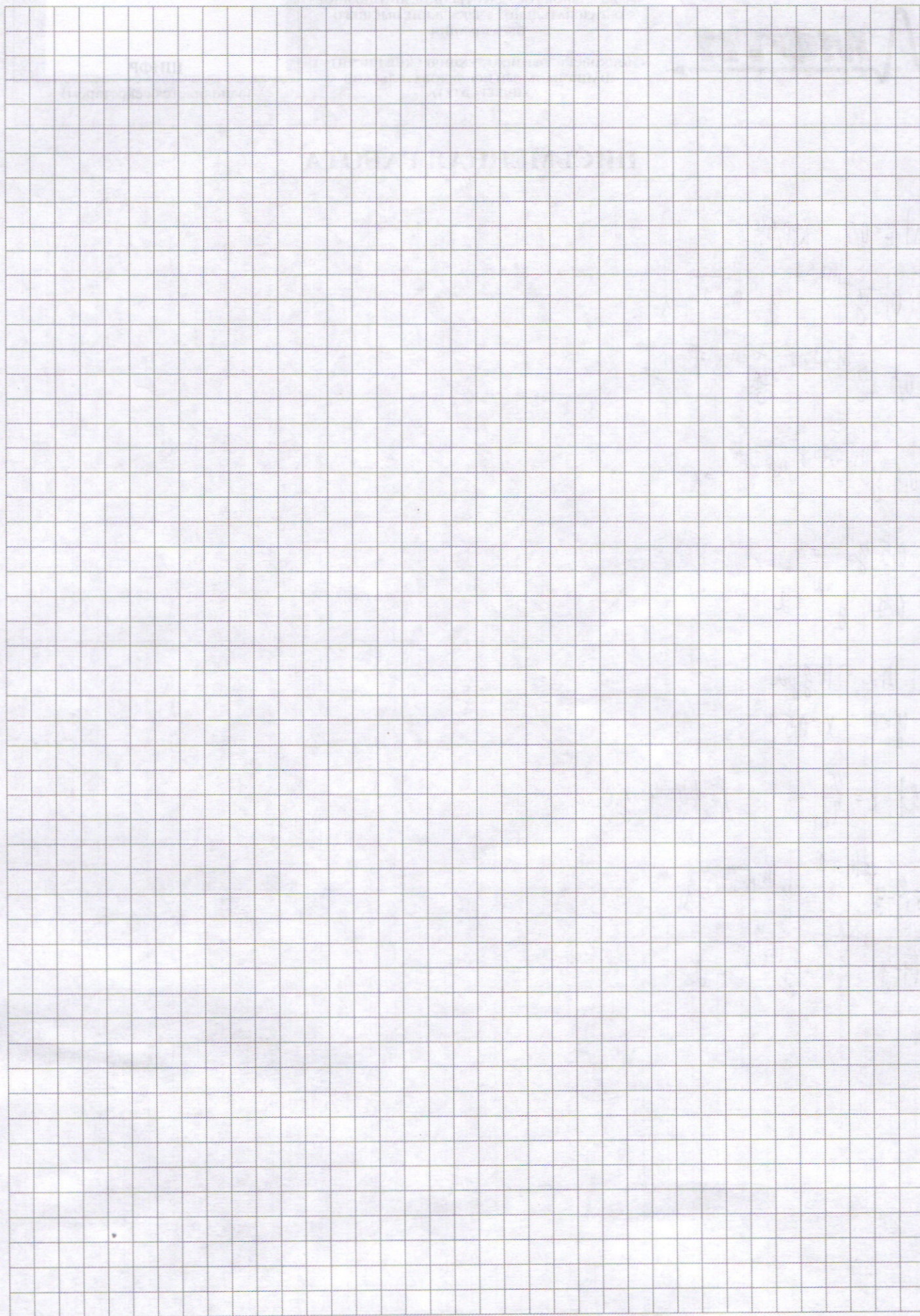
$$\ln 2 = \log_y 2$$

$$y=e$$
 $X=0,5e$

2) $k=\frac{16}{4y}-1$ $X=ky=4-y$

$$0,5(4-y)^{2\ln(4-y)} \cdot y^{\ln \frac{y}{(4-y)^3}} = 1$$

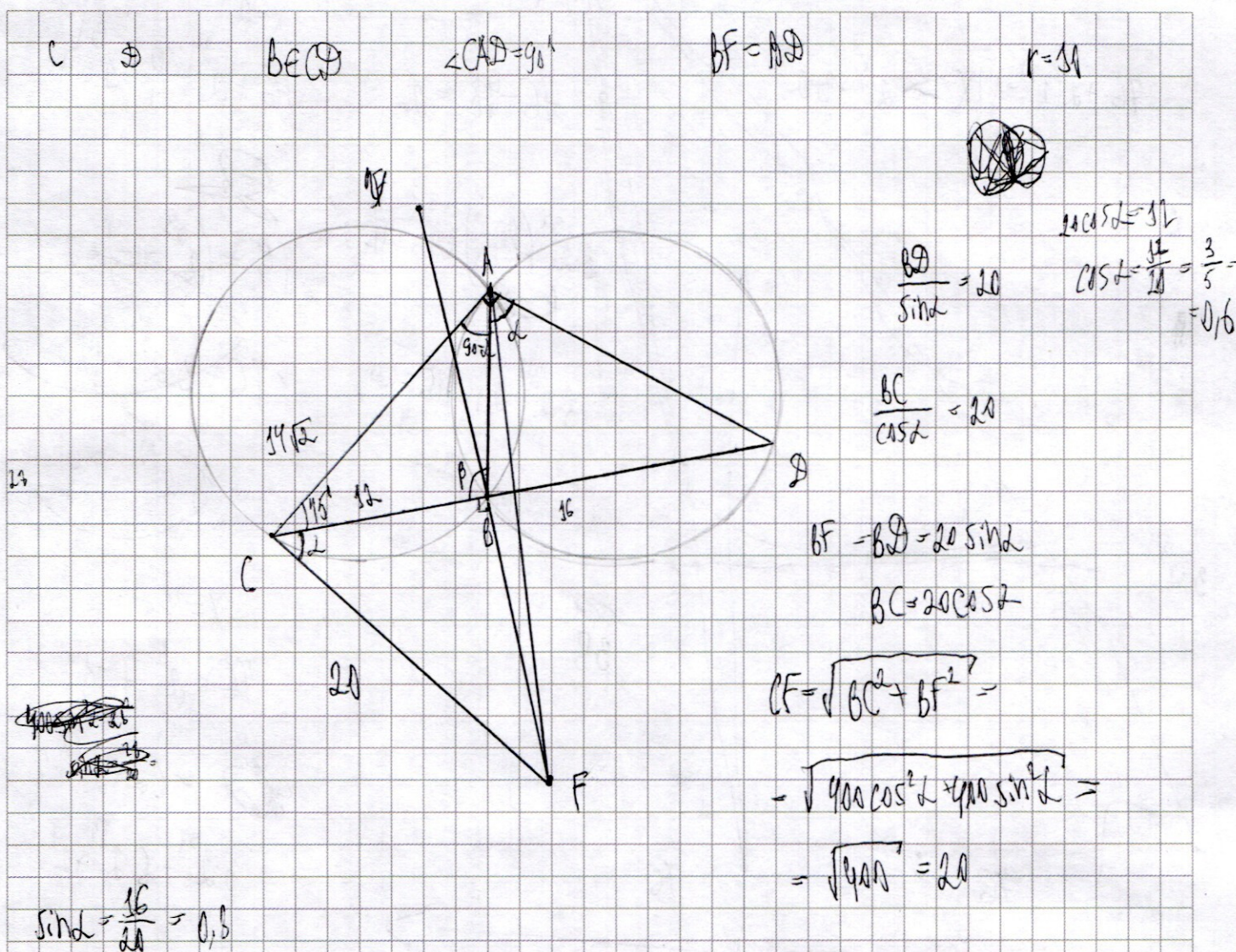
$$(4-y)^{2\ln(4-y)} \cdot y^{\ln \frac{y}{(4-y)^3}} = 2$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin \alpha = \frac{16}{20} = 0,8$$

$$AC = 20 \sin B \quad AB = 20 \sin B \quad AC = AD = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14.14$$

$$\sin(\pi/4 + 2) - \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2 + \cos 2) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1/4 = 0,7\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 19\sqrt{2} \cdot 20 \cdot 0,7\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \cdot 20 \cdot 0,7\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 2 = 49 \cdot 4 = 196$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y \leq 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$76 + (2^{33} - 2)x$$

$$76 + (2^{33} - 2)2x$$

16

$$76 + (2^{33} - 2)x$$

$$x=2$$

$$76 + 2^{34} - 4 = 2^{34} +$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 - 4k = 2^x$$

$$3 \cdot 2^{34} (k-1) + 76 - 4k = 2^x$$

$$k \leq 25$$

$$3 \cdot 2^{34} \cdot 24 + 76 - 100$$

$$-24$$

$$24(3 \cdot 2^{34} - 1)$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 2 =$$

$$76 + 3 \cdot 2^{34} - 12 =$$

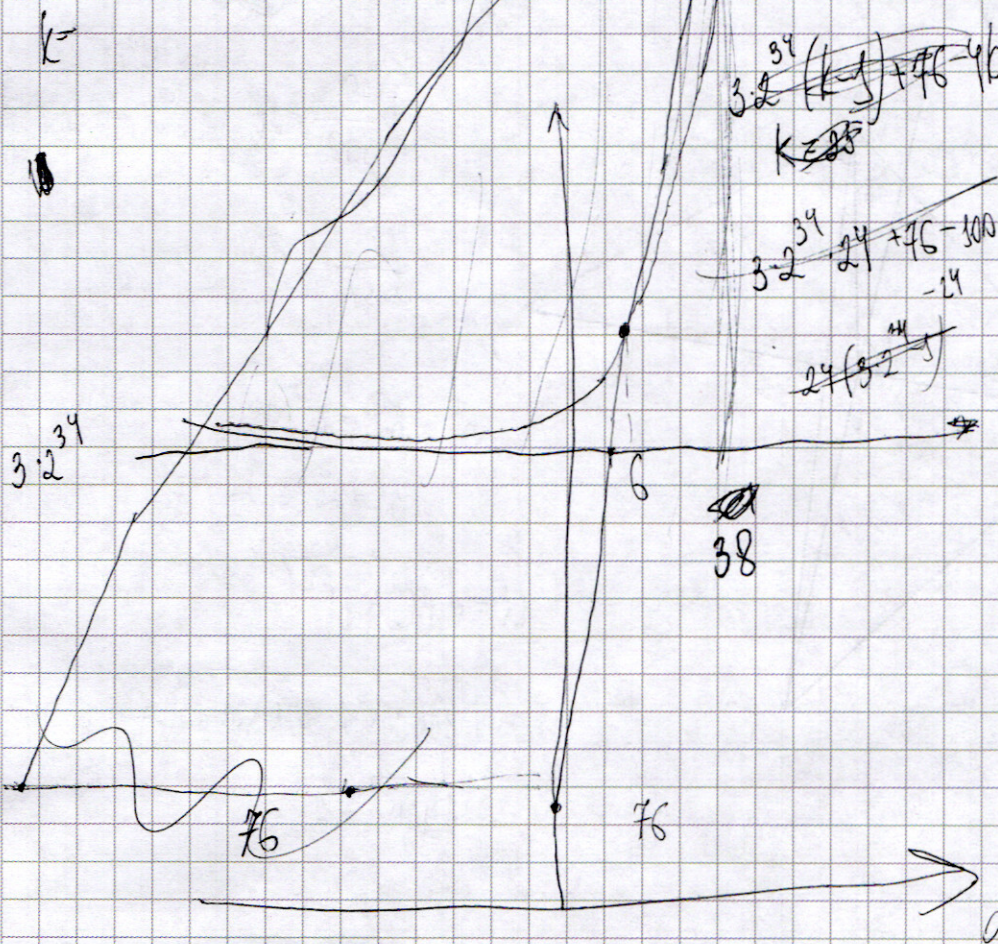
$$= 3 \cdot 2^{34} + 64$$

$$x=7$$

$$76 + 2^{33} \cdot 7 - 14 =$$

$$62 + 2^{33} \cdot 7$$

$$3 \cdot 2^{34} = 6 \cdot 2^{33} + 2$$



$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2)x$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot 6$$

$$x=8$$

$$76 + (2^{33} - 2)8 = 60 + 4 \cdot 2^{34}$$

$$2^8 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^8 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2)8$$

$$76 + 8 \cdot 2^{33} - 16 =$$

$$2^8 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2)8$$

$$76 + 4 \cdot 2^{34}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

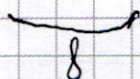
$$9268 = 9 \cdot 1029 = 9 \cdot 3 \cdot 343 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 8,4715 \\ 2,7475 \end{array}$$

$$\frac{676}{5}$$

$$547$$

0 гребенка:



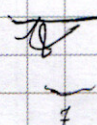
$$C_8^2 \cdot C_6^3$$

мм

$$C_8^3 \cdot C_5^3$$

$$560$$

1 гребенка:



$$8 \cdot C_7^3 \cdot 4 = 32 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 32 \cdot 35 = 1120$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 = 56 \cdot 20$$

$$1680$$

$$\sqrt{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x$$

$$\cos x = \cos(5x - 4x) = \cos 5x \cos 4x + \sin 5x \sin 4x$$

$$\cos 9x = \cos(5x + 4x) = \cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x$$

$$\begin{aligned} \cos 9x - \cos 5x &= \cos(7x + 2x) - \cos(7x - 2x) = \cos 7x \cos 2x - \sin 7x \sin 2x - \cos 7x \cos 2x - \\ &- \sin 7x \sin 2x = -2 \sin 7x \sin 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 9x + \sin 5x &= \sin(7x + 2x) + \sin(7x - 2x) = \sin 7x \cos 2x + \sin 2x \cos 7x + \sin 7x \cos 2x - \\ &- \sin 2x \cos 7x = 2 \sin 7x \cos 2x \end{aligned}$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 1$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) / (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$$

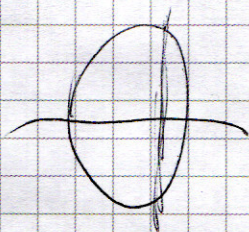
$$2 \sin^2 4x = 1 + \sin 4x$$

$$2 \sin^2 4x - 1 = \sin 4x$$

$$2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) - 1 = \sin 4x$$

$$\cos (\pi - 4x) = \sin 4x$$

$$\cos (\pi - 4x) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right)$$



$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$\pi - 4x = \frac{\pi}{2} - 4x + 2\pi n$$

$$\pi - 4x = 4x - \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} = 8x + 2\pi n$$

$$\frac{3\pi}{2} = -8x + 2\pi k$$

$$8x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + 2\pi n$$

$$x =$$