

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Разложим число 16875 на простые множители:

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

Поскольку 8-значные числа, произведение цифр которых равно этому числу, можно составить из цифр 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5 или 1, 1, 3, 5, 5, 5, 5, 9

$$\begin{aligned} \text{Число первого вида } C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 &= \frac{8! \cdot 8! \cdot 8!}{1! \cdot 7! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 4!} = \\ &= \frac{8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 31360 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Число второго вида } C_8^2 \cdot C_6^1 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1 &= \frac{8! \cdot 8! \cdot 8! \cdot 8!}{6! \cdot 2! \cdot 7! \cdot 1! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 7!} = \\ &= \frac{7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5 = 1960 \end{aligned}$$

Всего таких чисел $31360 + 1960 = 33320$

Ответ: 33320

№5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

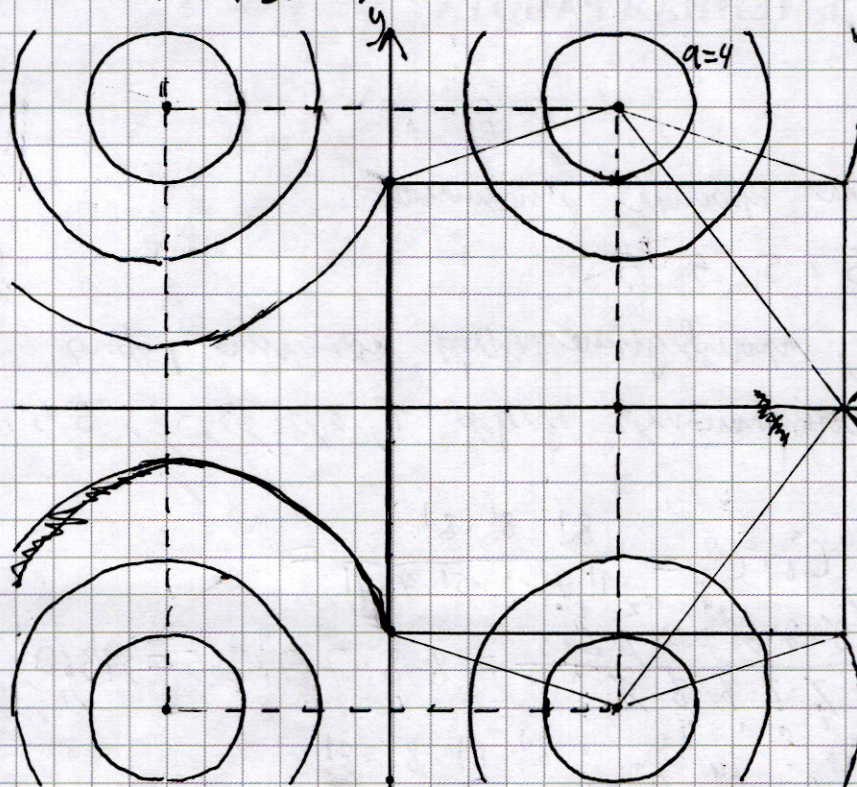


График первого уравнения системы представляем из себя квадрат с центром в точке $(6; 0)$ и стороной 12.

При $a < 0$ второе уравнение и вся система не имеют решений.

При $a = 0$ решениями второго уравнения являются четыре точки $(6; 8)$, $(-6; 8)$, $(-6; -8)$, $(6; -8)$, при этом

решения первого уравнения не имеют пересечений с решениями второго уравнения.

При $a > 0$ решениями второго уравнения являются четыре окружности с центрами в точках $(6; 8)$, $(-6; 8)$, $(-6; -8)$, $(6; -8)$ и радиусом $\sqrt{a}$, ограниченные осями координат.

При $a \in (0; 4)$ решения второго уравнения не имеют пересечений с решениями первого.

При $a = 4$ есть 2 пересечения.

При $a \in (4; 40]$ есть 4 пересечения.

При $a \in (40; 100)$ есть 2 пересечения. При $a = 100$ есть 1 пересечение.

При $a \in (100; +\infty)$ пересечений нет.

Ответ: $a \in \{4\} \cup (40; 100)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0 \quad | : 2\sqrt{2}$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) (\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$-2 \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) \sin(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \quad | : 2$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\begin{cases} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi h, h \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi h}{7}, h \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi h}{7}, x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, k \in \mathbb{Z}, h \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}.$

N 3.

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

П.к. $y > 0, -xy > 0 \Rightarrow x < 0$

$$1) 10^{\lg \frac{x^4}{y^2} \lg y} = 10^{\lg(-x) \lg(-xy)}$$

$$(\lg x^4 - \lg y^2) \lg y = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

$$4 \lg(-x) \lg y - 2 \lg^2 y = \lg y \lg(-x) + \lg^2(-x)$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg(-x) \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$a) y = 1$$

$$\lg^2(-x) = 0; \lg(-x) = 0; -x = 1; x = -1$$

$$2 \cdot 1^2 - (-1) \cdot 1 - (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 8 \cdot 1 = 0$$

$$2 + 1 - 1 + 4 - 8 = 0$$

$$-2 = 0 \text{ (неверно)}$$

$$b) y \neq -1$$

$$|\lg^2(-x) - 3 \lg(-x) \lg y + 2 \lg^2 y = 0| : \lg^2 y \neq 0$$

$$\left(\frac{\lg(-x)}{\lg y}\right)^2 - 3 \frac{\lg(-x)}{\lg y} + 2 = 0$$

$$\log_y^2(-x) - 3 \log_y(-x) + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$\log_y(-x) = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow y^2 = -x \text{ или } y = -x$$

$$a) y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2$$

$$b) y = -x$$

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -2$$

$$y = 2 \quad \Downarrow$$

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y = 0 \quad | : y > 0$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y=2 - \text{корень}$$

$$\begin{array}{r|l} y^3 - y^2 - 6y + 8 & y-2 \\ \hline y^3 - 2y^2 & \\ \hline y^2 - 6y + 8 & \\ y^2 - 2y & \\ \hline -4y + 8 & \\ -4y + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ не подходит по ДЗ}$$

$$y=2 \quad x = -4$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad x = -\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)^2 =$$

$$= -\frac{1 - 2\sqrt{17} + 17}{4} = -\frac{-2\sqrt{17} + 18}{4} = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

Ответ: $(-2; 2), (-4; 2), \left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

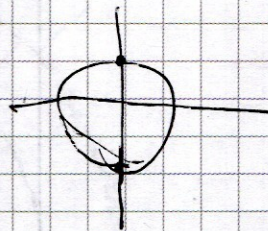


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

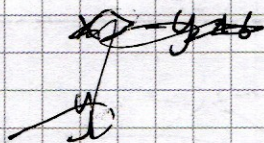
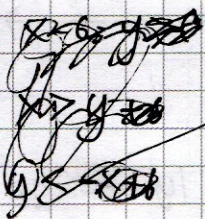
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{1/y} = (-x)^{1/(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} y &> 0 \\ -xy &> 0 \\ -x &> 0 \\ x &< 0 \end{aligned}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$



$$\begin{aligned} x-6-y &> 0 \\ y &< x-6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+6+y &> 0 \\ y &> -x-6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad -x+6+y + x-6+y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

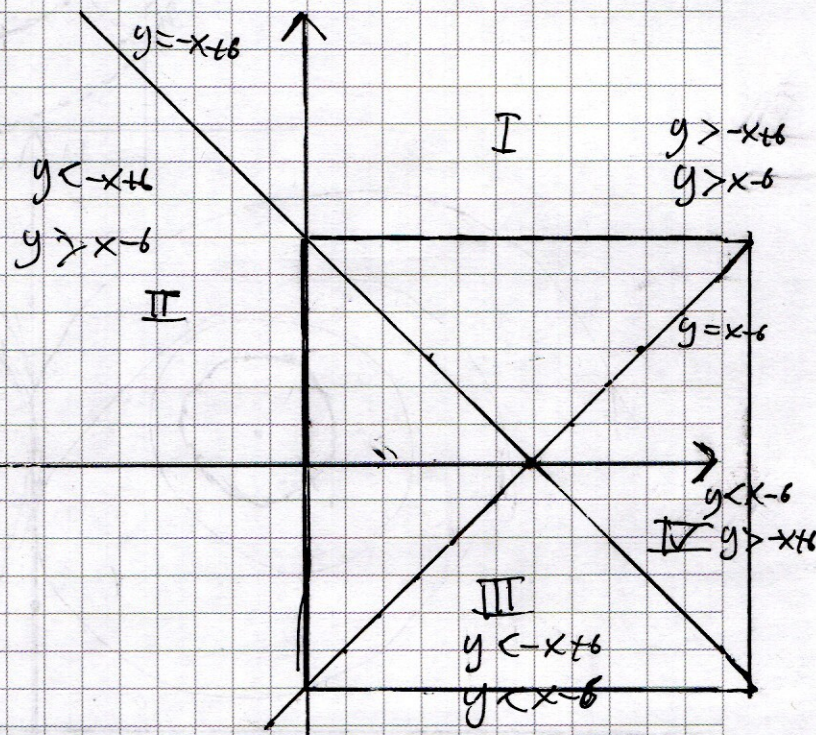
$$\begin{aligned} \text{II)} \quad -x+6+y - x+6-y &= 12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III)} \quad x-6-y - x+6-y &= 12 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV)} \quad x-6-y + x-6+y &= 12 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

②

$$y+6 \vee -y+6$$



$$\begin{aligned} \cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{8}) &= \\ = -2 \sin(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) \sin(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) \end{aligned}$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$x-6=6 \quad x=12$$

$$|x|-6=6$$

$$|x|=0$$

$$x-6=-6$$

$$x=0$$

$$|x|-6=-8$$

$$|x|=-2$$

$$a=36$$

$$a \neq 64$$

$$x-1 \quad y-1$$

$$(0;1)=1$$

$$(1;0)=1$$

$$(0;-1)$$

y

x

$$|y|-8=-10$$

$$|y|=-2$$

$$a=9$$

x

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

 $\frac{7\pi}{2}$
 $\frac{3\pi}{2}$

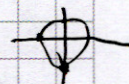
$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = \cos 10x$$



$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x \quad | : \sin 5x \cos 5x$$

$$\frac{\cos 2x}{\sin 5x} - \sqrt{2} \frac{\cos 5x}{\sin 5x} + \sqrt{2} \frac{\sin 5x}{\cos 5x} = 2 \frac{\cos 2x}{\cos 5x}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) = 0$$

$$\frac{\cos 2x}{\sin 5x} - \sqrt{2} \frac{\cos 5x}{\sin 5x} + \sqrt{2} \frac{\sin 5x}{\cos 5x} = 2 \frac{\cos 2x}{\cos 5x} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \frac{\pi}{4} \cos 5x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 5x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{4} - 5x)) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + 5x = \frac{\pi}{4} + 5x$$

$$\frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$-3x - \frac{\pi}{4} \quad 7x + \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x + 1 \cdot \sqrt{2} = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 2x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos(7x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$7x + 3x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 10x + \frac{\pi}{2}$$

$$2 \cos 2x - \sin 10x = \cos 10x$$

$$-2 \cos 2x \sin 10x = \cos 10x$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$85 + (3^{81} - 1)x \geq y$$

$$y + 85 + (3^{81} - 1)x > y + 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + 3^{81}x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81}(x - 4) + 85 - x > 3^x$$

$$512 - 64 - 48 - 8$$

$$y > 0$$

$$x > 0$$

$$y \geq 3^x + 4(3^{81} - 1) + 4$$

$$y < x(3^{81} - 1) + 85$$

$$t = 3^{81} - 1$$

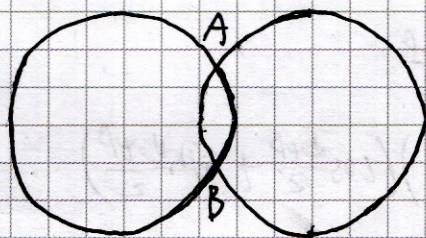
$$y \geq 4t + 3^x + 4$$

$$y < xt + 85 \quad xt + 85 > y$$

$$y + xt + 85 \geq y + 4t + 3^x + 4$$

$$xt + 85 > 4t + 3^x$$

$$t(x - 4) > 3^x - 3^4$$



$x > 4$

$$1 - 1 - 6 - 8 \neq 0$$

$$-1 - 1 + 6 - 8 \neq 0$$

$$8 - 4 - 12 - 8 \neq 0$$

$$-6 - 4 + 24 - 8 \neq 0$$

$$64 - 16 - 24 - 8 \neq 0$$

$$-64 - 16 + 24 - 8 \neq 0$$

$$3^x + 4(3^{81} - 1) + 4 \leq y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$4t + 3^x \leq y - 4 < xt + 3^4$$

$$4t + 1 \leq y - 4 < 3^4$$

$$4t > 80$$

$$4t + 3^4 \leq y - 4 < 4t + 3^4$$

$$4t + 3^3 \leq y - 4 < 4t + 3^4$$

$$4t + 3^{10} \leq y - 4 < 4t + 3^4$$

$$4t + 3^{61}$$

$$81t + 3^4$$

$$4 \cdot 3^{81} + 3^{81} - 4$$

$$81 \cdot 3^{81} - 81 + 3^4$$

$$5 \cdot 3^{81} - 4$$

$$81 \cdot 3^{81} - 81 + 3^4$$

$$5 \cdot 3^{61} - 4$$

$$3^{85}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

~~cos 7x + cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x~~

$$\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \beta - \sin \beta - \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(\beta + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$2 \cos(\frac{\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}}{2}) \cos(\frac{\alpha - \beta}{2}) - \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$-\sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \sin(\beta - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \sin(\beta - \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$2 \sin(\frac{\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}}{2}) \cos(\frac{\alpha - \beta}{2}) + \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \beta - \sin \beta - \sqrt{2} (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 0$$

$$\cos \alpha (1 - \sqrt{2} \cos \beta) + \sin \alpha (-1 + \sqrt{2} \sin \beta) - \sin \beta + \cos \beta = 0$$

$$2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \sqrt{2} \cos \beta (-1 + \sqrt{2} \cos \beta + \cos \beta)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cos(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta) - 1 + \frac{1}{2} \cos \beta (\sqrt{2} + 1)$$

$$\cos^2 \frac{\alpha + \beta}{2} - \sin^2 \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} (\cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \sin \frac{\alpha - \beta}{2}) (\cos \frac{\alpha + \beta}{2} - \sin \frac{\alpha + \beta}{2}) (\cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \sin \frac{\alpha + \beta}{2})$$

$$\cos 7x + \cos 3x - (\sin 7x + \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{aligned} y^2 &= -x \\ x &= -y^2 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$y > 0$$

$$x < 0$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y = 0$$

$$\lg(-x) + \lg y$$

$$(x^4)^{\lg y}$$

$$1 - 1 - 6 + 8 \neq 0$$

$$\cancel{12 - 12 + 8 = 0}$$

$$\frac{(y^2)^{\lg y}}{(x^4)^{\lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}} = 1 \quad -1 - 1 + 6 + 8$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$2^3 = 8$$

$$8 - 4 - 12 + 6 = 0$$

$$y = 2$$

$$x^{\lg x}$$

$$\left(\frac{x^4}{-xy^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{1}{\log_2 3}$$

$$\left(-\frac{x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(x^{\lg x})^{\lg x}$$

$$\frac{\log_3 3}{\log_3 2} = 1$$

$$(10^{\lg x})^{\lg x}$$

$$10^{\lg^2 x}$$

$$2y(y-4) - xy - x^2 - 4x = 0$$

$$2y(y-4) = x(x+y+4)$$

$$y(2y-x-8) = x(x+y+4)$$

$$y^2 + (y^2 - xy + x^2) - 2x^2 - 4x - 6y = 0$$

$$y^2 - 2x^2 - 4(x+y) = -(y^2 - xy + x^2)$$

$$\frac{2y}{x} - 1 - \frac{x}{y} - \frac{4}{y} - \frac{8}{x} = 0$$

$$2 - \frac{x}{y} - \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4\frac{x}{y^2} - \frac{8}{y}$$

$$\frac{2y-8}{x} - \frac{x+4}{y} - 1 = 0$$

$$2 - \frac{x^2+4x}{y^2} - \frac{x+6}{y} = 0$$

$$t = -x, t > 0$$

$$y > 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{t^3}{y^2}\right)^{\lg y} = t^{\lg t} \\ 2y^2 + ty - t^2 + 4t - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^{3\lg y - \lg t} = y^{2\lg y} \\ \begin{cases} 2y^2 + ty - t^2 + 4t - 8y = 0 \\ 2\lg^2 y + 3\lg t \lg y - \lg^2 t = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$10^{\lg \frac{t^3}{y^2} \cdot \lg y} = 10^{\lg^2 t} \quad \lg y (2\lg y + 3\lg t) - \lg^2 t = 0$$

$$\lg \frac{t^3}{y^2} \lg y = \lg^2 t \quad 2 + 3\frac{\lg t}{\lg y} - \frac{\lg^2 t}{\lg^2 y} = 0$$

~~$$2\lg^2 y + 3\lg t \lg y - \lg^2 t = 0$$~~

~~$$2\lg^2 y + 3\lg t \lg y - \lg^2 t = 0$$~~

$$\left(\frac{t^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \lg(ty)$$

$$2 + 3\lg_y t - \lg_y^2 t = 0$$

$$\lg_y^2 t - 3\lg_y t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$\lg_y(1-x) = 2$$

$$\lg \frac{t^4}{y^2} \cdot \lg y = \lg t \cdot \lg(ty) \quad \lg_y t = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y^2 = -x$$

$$(\lg t^4 - \lg y^2) \lg y = (\lg t + \lg y) \lg t$$

$$y^2 = -x$$

$$(4\lg t - 2\lg y) \lg y = (\lg t + \lg y) \lg t$$

$$4\lg t \cdot \lg y - 2\lg^2 y = \lg t \cdot \lg y + \lg^2 t$$

$$\lg^2 t - 3\lg t \lg y - 2\lg^2 y = 0$$

$$\begin{aligned} y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ x = -y^2 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y &= 0 \\ y^3 - 6y^2 + 8y &= 0 \end{aligned}$$

$$\lg^2 t - 2\lg t \lg y + \lg^2 y - \lg t \lg y + 3\lg^2 y = 0$$

$$\lg^2 t - 4\lg t \lg y + 4\lg^2 y + \lg t \lg y - 4\lg^2 y = 0$$

$$(\lg t - \lg y)^2 = \lg y (1 - \lg t)$$