

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР



2 0 0 0 1 6 3 3

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

2) чтобы произведение всех цифр 8-значного числа равнялось 9261, среди его цифр должно быть три 3-ки, три 7-ки и две 1-ки.

3) рассл. 8-значное число, как 8 ячеек, в которые разместим нужные цифры

4) кол-во способов разместить две 1-ки: C_8^2

5) из оставшихся 6 ячеек выберем 3, в которые разместим 7-ки, и оставшиеся 3 заполним тройками

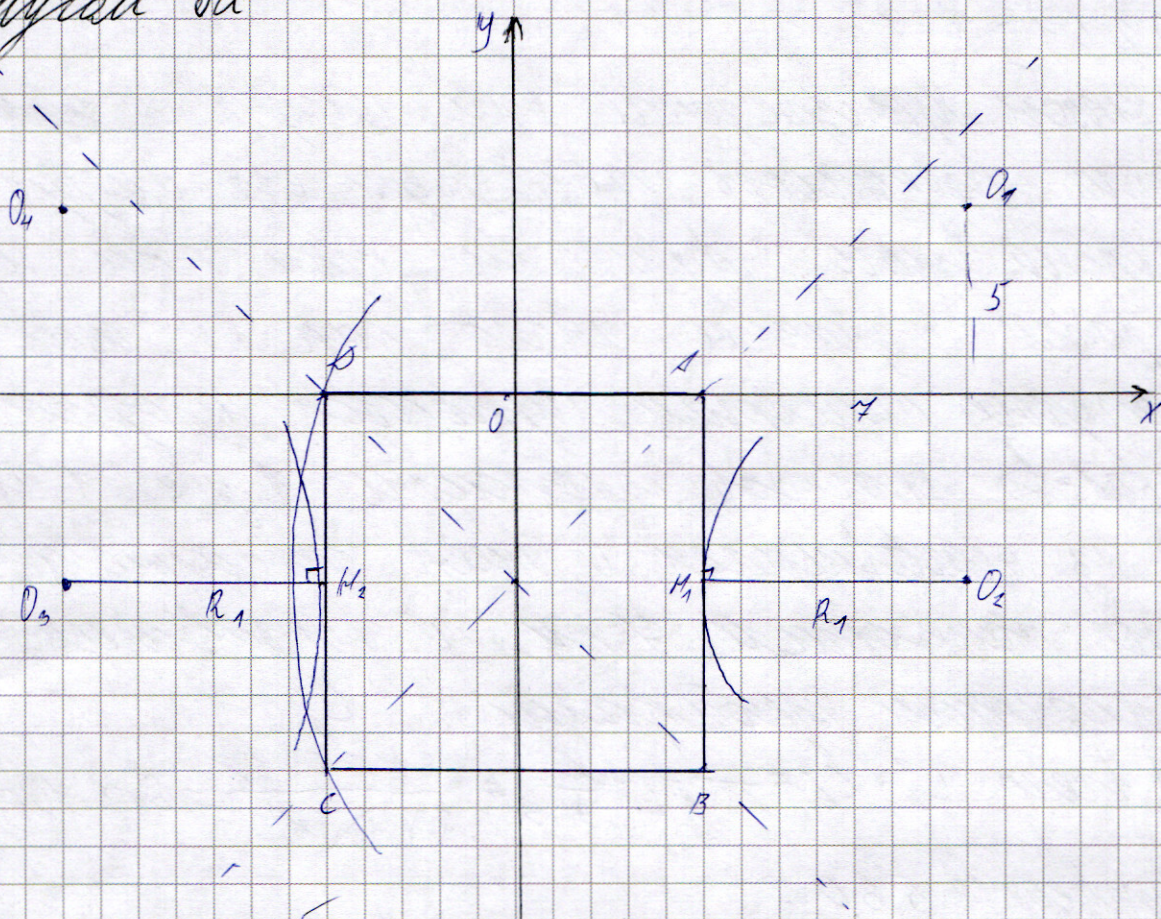
$$6) \text{ всего: } C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

Ответ: 560

№25

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 - \text{квадрат с центром в } (0; -5) \text{ и} \\ \text{стороной } 10 \\ (x+12)^2 + (y-5)^2 = a \end{cases}$$

окружностей с центрами $(12; 5); (12; -5); (-12; 5); (-12; -5)$ и радиусом $\sqrt{a}$



если $a < 49$, то общих точек нет, т.к. $R_1 = 5$

$$O_1 A = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} > 5 \quad (a \in (-\infty; 49))$$

если $a = 49$ то 2 общие точки: M_1, M_2 ($a = 49$)

$$\text{если } a \in (49; 514), \text{ то общих точек больше 2х}$$

$$O_2 D = O_2 C = O_3 A = O_3 B = \sqrt{14^2 + 5^2} = \sqrt{289 + 25} = \sqrt{314} \quad (a \in (49; 514))$$

если $a \in (0, A^2; 0, C^2)$, то общих точек больше 2х

$$O_1 A = \sqrt{74}; O_3 C = \sqrt{14^2 + 15^2} = \sqrt{289 + 225} = \sqrt{514} \quad (a \in (74; 514))$$

если $a = 514$, то 2 общие точки: C и B ($a = 514$)

если $a > 514$, то общих точек нет Ответ: 49; 514



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$\left(x^2 y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (1)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$

$$1: \left(\frac{1}{x}\right)^{2\ln x} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{4\ln y} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{3\ln x} \quad \left(\frac{1}{x}\right)^{2\ln x} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{3\ln x}$$

$$\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y} \quad (3)$$

$$2: y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{y}{x} - x\right)^2 + \frac{3y^2}{4} - 3x^2 + 8x - 4y = 0 \quad \left(\frac{y}{x} - x\right) \left(\frac{y}{x} - x\right) + 3\left(\frac{y}{x} - x\right) \left(\frac{y}{x} - x\right) + 8\left(x - \frac{y}{x}\right) = 0$$

$$\left(\frac{y}{x} - x\right) \left(\frac{y}{x} - x + \frac{3y}{2} - 3x - 8\right) = 0 \quad \begin{cases} y = 2x & (4) \\ y = 8 - x & (5) \end{cases}$$

подставим (4) в (3):

$$\left(\frac{8x^3}{x^2}\right)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2x} \Rightarrow (8x)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{\ln x}$$

$$(2x)^{\ln 2} = 4^{\ln x}$$

$$\log \ln x = \log_4((2x)^{\ln 2})$$

$$\ln x = \ln 2 \cdot \log_4 2x$$

$$\log_2 x = \log_2(\sqrt{2}x)$$

$$x = \sqrt{2}x$$

$$x = 2 \quad y = 4$$

подставим (5) в (3):

$$\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)^{\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$(4-x)^{3\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$(4-x)^{3\ln x - \ln(4-x)} = x^{2\ln x} \quad (4-x)^{\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right)} = x^{2\ln x}$$

$$\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = \log_{4-x}(x^{2\ln x}) \quad \ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = \ln x \cdot \log_{4-x} x^2$$

$$\log_x\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = 2\log_{4-x} x$$

$$3 - \log_x(4-x) = 2\log_{4-x} x \quad \log_{4-x} x = t, \text{ тогда:}$$

$$3 - \frac{1}{t} = 2t \quad 2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{4-x} x = 1 \\ \log_{4-x} x = \frac{1}{2} \end{cases} \leftarrow \begin{matrix} 4-x=x \\ 2\log_{4-x} x = 1 \end{matrix} \quad \text{округлено } x=2 \Rightarrow y=2$$

$$4-x=x^2 \quad x^2+x-4=0$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} - \text{не удовл (т.к. отриц. значение на аргументе логарифма)} \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } (2; 2); (2; 4); \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} (\cos(9x - 5x)) + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

пусть $9x = a$; $5x = b$, тогда

$$\cos a - \cos b - \sqrt{2} \cos a \cdot \cos b - \sqrt{2} \sin a \cdot \sin b + \sin a + \sin b = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin a + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos a + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin b - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos b - \sin a \sin b - \cos a \cdot \cos b \right) = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\sin \left(a + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(b - \frac{\pi}{4} \right) - \cos(a - b) \right) = 0$$

$$2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{a-b}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \cos(a - b)$$

$$2 \sin(4x) \cdot \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos(4x)$$

$$2 \sin 4x \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 \\ \sqrt{2} \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z} \\ \sin 4x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2x = \cos 2x \\ \sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2x = \cos 2x \\ \sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \quad n \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2x + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \quad n \in \mathbb{Z} \\ 4x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z} \\ 4x = -2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k + \pi \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

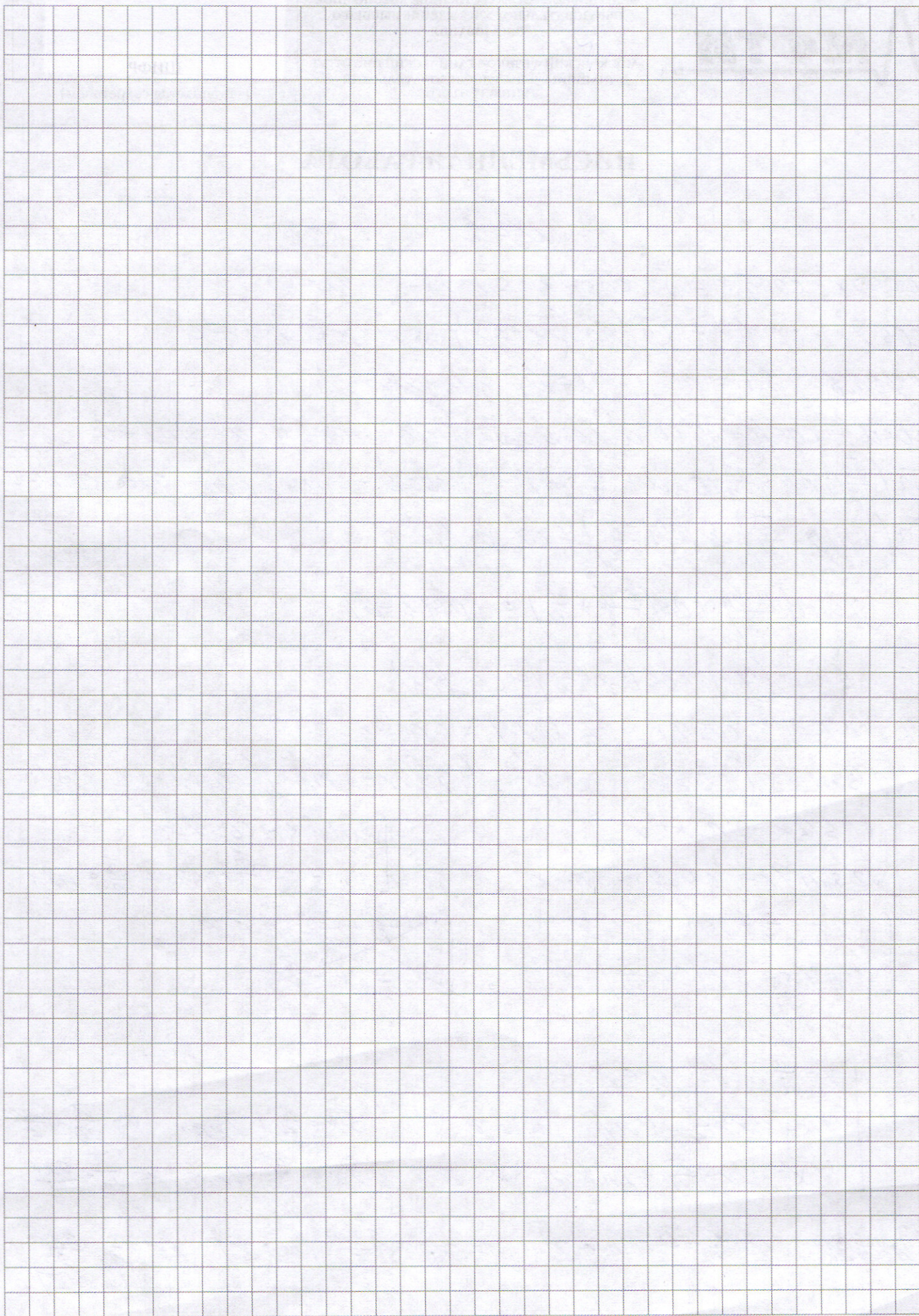
$$4x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$4x = -2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k + \pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi m}{5}$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \quad (n \in \mathbb{Z})$; $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi m}{5} \quad (m \in \mathbb{Z})$; $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9} \quad (k \in \mathbb{Z})$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$a - b - ab\sqrt{2}$$

$$\cos 9x - \cos(9x - 4x) + \sin 9x + \sin(9x - 5x)$$

$$a - b - \sqrt{2}ab$$

$$a^2 - 2ab - b^2$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 9x \cdot \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x - \sqrt{2} \sin 9x \cdot \sin 5x$$

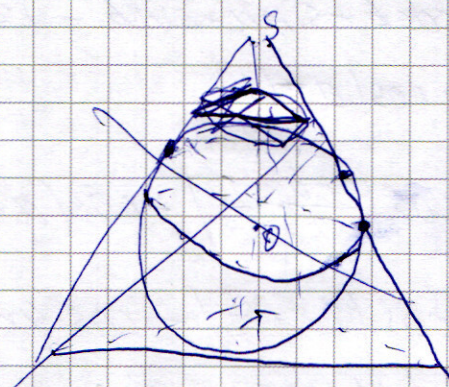
$$\cos 9x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x\right) - \cos 5x \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x\right)$$

$$\cos 9x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x\right)$$

$$x - y - \sqrt{2}$$

$$\cos 9x$$

$$x - y - \sqrt{2}$$



$$\cos 9x = \cos 5x - \cos 9x \cos 5x \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x}{\cos 5x} = 1 - \cos 9x \sqrt{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 9x \cdot \cos 5x - \sqrt{2} \sin 9x \sin 5x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 9x \cos 5x =$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{1-\sin^2 9x} - \sqrt{1-\sin^2 5x})^2 \\ & 1 - \sin^2 9x + 1 - \sin^2 5x - \\ & - 2(\sqrt{1-\sin^2 9x} \cdot \sqrt{1-\sin^2 5x}) \end{aligned}$$

$$\cos a (1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos b) =$$

$$\sin a (1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin b) + \sin b (1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin a)$$

$$\begin{aligned} & 1 - 2\sqrt{\cos^2 9x - \sin^2 5x - \sin^2 9x \cdot \sin^2 5x} \\ & 1 - 2\sqrt{\cos} \end{aligned}$$

$$\sin 9x + \sin 5x - \sqrt{2} \sin 9x \cdot \sin 5x = \cos 5x - \cos 9x + \sqrt{2} \cos 9x \cdot \cos 5x$$

cos

$$\cos a - \cos b - \sqrt{2} \cos a \cdot \cos b + \sin a + \sin b - \sqrt{2} \sin a \cdot \sin b = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\sin(a + \frac{\pi}{4}) + \sin(b - \frac{\pi}{4}) - \cos(a + b) \right)$$

$$\cos a = \sin b$$

$$\sqrt{2} \left(\sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \cos(a-b) \right)$$

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin(x + 90^\circ) \\ x &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin 7x = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$$

$$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$7x = 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n + \pi$$

$$\begin{aligned} 5x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ x &= \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5} \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 46 + 2(2^{32} - 1/x)$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \sqrt{46 + x \cdot 2^{33} - 2x}$$

$$1 + 3 \cdot 2^{34} \sqrt{46 + x}$$

$$2 + 6 \cdot 2^{34} \sqrt{46 + 2^{33} - 2x}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 46 + x \cdot 2^{33} - 2x$$

$$2^x < 2^{33} (x - 6) + 46 - 2x$$

$$2^{33} < 2^{33} (27) + 46 - 33$$

$$2^{40} < 2^{33} (36) + 46 - 80$$

$$2^{68} < 2^{33} (32) + 46 - 38$$

$$2^{33} \cdot 2^{33} (33) - 2$$

$$64 \cdot 2^{33} \cdot 2^{33} \cdot 83$$

$$AB^2 = 200(1 - \cos(22,5^\circ))$$

$$\cos 45^\circ = 2 \cos^2 22,5^\circ - 1$$

$$\cos^2 22,5^\circ = \frac{\cos 45^\circ + 1}{2}$$

$$AC \parallel FD$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 20$$

$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{2^x + 3 \cdot 2^{34} - 46 - 2^{33} \cdot x + 2x = 0}{-2^{33} + 2 + \ln 2 \cdot 2^x = 0}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

~~$$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x$$~~

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \beta$$

$$\cos \alpha (\cos \beta - 1 + \sin \beta) + \sin \alpha (\cos \beta + 1 - \sin \beta)$$

~~$$\left(\frac{1}{x}\right)^{2 \ln x} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{3 \ln x}$$~~

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{2 \ln x} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{3 \ln x}$$

$$\left(\frac{y}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y}$$

$$4-x$$

$$(4-x)^{3 \ln x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \left(\frac{y}{2}\right)^{-x} \left(\frac{y}{2}+x\right)^{\frac{y}{2}} \left(\frac{y}{2}-x\right)^{\frac{3y}{2}+3x} - \left(\frac{y}{2}-x\right)^8$$

$$(4-x)^{\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right)} = x^{2 \ln x} \quad \left(\frac{y}{2}-x\right)\left(\frac{y}{2}-x+\frac{3y}{2}+3x-8\right)=0 \quad x^3$$

$$\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = \log_{(4-x)}(x^{2 \ln x}) \quad \left(\frac{y}{2}-x\right)(2y+2x-8)=0$$

$$\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = 2 \ln x \cdot \log_{(4-x)} x^2 \quad x \in \left(\frac{y}{2}\right)$$

$$\log_x\left(\frac{x^3}{4-x}\right) = \log_{(4-x)} x^2$$

$$3 - \log_x(4-x) = 2 \log_{(4-x)} x$$

$$\log_{(4-x)} t = t$$

$$3-t = \frac{2}{t}$$

$$3t - t^2 + 2 = 0$$

$$t=2$$

$$t=1$$

$$\log_{(4-x)}(4-x) = 1$$

$$x = 4-x$$

$$x^2+x-4=0$$

$$\left(\frac{8x^3}{x^2}\right)^{\ln x} = 2x^{\ln 2x}$$

$$(8x)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{\ln x}$$

$$4^{\ln x} = 2x^{\ln 2}$$

$$\ln x = (\log_4 2x) \ln 2$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2} \log_2 2x$$

$$\log_2 x = \log_2 \sqrt{2x}$$

$$x = \sqrt{2x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3084 \rightarrow 1029 \rightarrow 343 \rightarrow 3^3 \cdot 7^3$

$C_8^5 \cdot C_5^3$

$\frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 112$

$\sin 9x + \sin(90^\circ - 9x) = 2 \sin 45^\circ \cdot \cos(9x - 45^\circ)$

$\sqrt{2} \cos(9x - 45^\circ)$

$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos(5x + 4x) + \sin(3x + 4x) + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x + \sin 5x \cdot \cos 4x + \cos 4x \cdot \sin 5x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos 5x (\cos 4x + \sin 4x - 1) + \sin 5x (\cos 4x - \sin 4x + 1) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

$2y = 0$

$x+y+5-y+x-5=10$

$x=5$

$-x-y-5-y+x-5=10$

$-2y=20$

$-x-y-5+y-x+5=10$

$-2x=10$

$\sqrt{289+225} = \sqrt{514}$

$\sqrt{25+289} = \sqrt{314}$

$$C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 560$$

~~07/06~~

~~12/12~~

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{\ln x} = \frac{1}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln x}}$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln x}$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{\ln x} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{\ln x}$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{\ln x}$$

$$y(y-x) - 2x(x+4) = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 - 8x - 4y = 0$$

$$(y-2)^2 - 2x^2 - xy + 8y - 4$$

$$(y-2)(y-2) + 4(y-2) = (y-2)(y-2) - 2x^2 - xy$$

$$CF = FD =$$

$$y^2 - 4 - 2x^2 - xy = 0$$

