МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. **[3 балла]** Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. **[5 баллов]** Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. **[5 баллов]** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. **[5 баллов]** Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. **[5 баллов]** Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. **[6 баллов]** а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. **[6 баллов]** Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

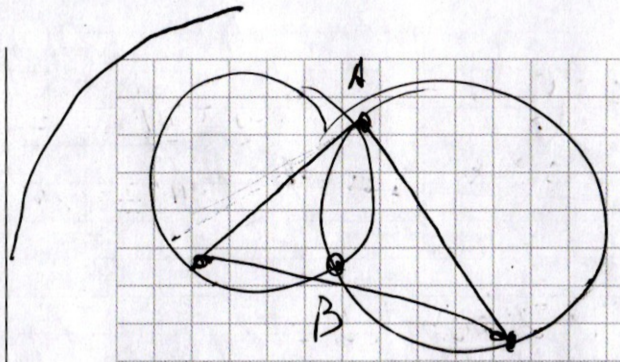
$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

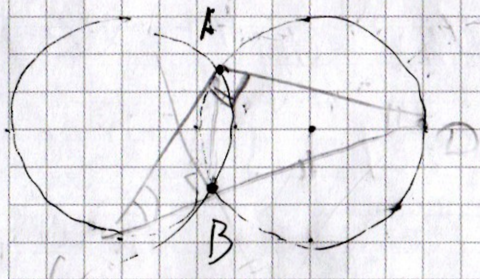
Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x - \cos 5x = \cancel{2\cos} - 2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y/x^7} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$

№3

$y^2 + y(-4-x) - 2x^2 + 8x = 0$

$D = (x+4)^2 - 4(-2x^2 + 8x) =$

$= x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x$

$= 9x^2 - 24x + 16 \qquad 4 \cdot 3^{12} \cdot 2^{24} =$

$(3x - 4)^2$

$y = \frac{x+4 \pm \sqrt{(3x-4)^2}}{2}$

$\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x\right)$

$5x - \frac{\pi}{4}$

$9x + \frac{\pi}{4}$

$\cos \overset{7+2}{y+y} - \cos \overset{7-2}{x-y} = -2\sin x \sin y$

$-2\sin 7x \sin 2x$

$\sin x+y + \sin x-y = 2\sin x \cos y = 2\sin 7 \cos 2x$

$\sqrt{2}\left(\cos 4x = \cos(9x - 5x) = \cos 5x \cos 9x + \sin 5x \sin 9x\right)$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\cos 9x - \cos 5x =$

$\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 9x + \sin 9x \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin x \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\cos 9$

$\boxed{\cos 4x = \cos(9x - 5x) = \cos 9x \cos 5x + \sin 9x \sin 5x}$

$\cancel{\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2}\cos 9x \cos 5x}$

$\cancel{\cos(7x+2x) - \cos(7x-2x) = -2\sin 7x \sin 2x}$

$\cancel{\cos 9x \cos 5x = \cos(9x+5x) + \cos(9x-5x)}$

$\cancel{\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A \cos B}$

$\cancel{\frac{1}{2}(\cos 14x + \cos 4x)}$

$\cancel{\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 7x + 1 - 2\sin^2 2x)}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} + a - b - \sqrt{2}ab = a(1 - \sqrt{2}b) - b + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$a(1-\sqrt{2}b) + \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \sqrt{2}b)$

$\left(a + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1 - \sqrt{2}b)$

$\frac{7+2}{} \quad \frac{7-2}{}$

$\sin 9x + \sin 5x = 2\sin 7x \cos 2x$

$\cos 9x - \cos 5x = 2\sin 7x \sin 2x(-1)$

$1 = 2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x)$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$(x^2 y^4)^{-\ln x} = x^{2^{-\ln x}} \cdot y^{4(\ln x)}$

$-\ln x \ln(x^2 y^4) = \ln y \cdot \ln\frac{y}{x^7}$

$-\ln x(\ln x^2 + \ln y^4) = \ln y(\ln y - \ln x^7)$

$9261 \vdots 9 = 1000 + 28 = 1029$

все цифры – нечет

цифры $\vdots 27$

~~одна~~ из цифр – семерка

~~три~~

5 цифр таких

в пр. 1 порядке 5

$10001 \cdot 27$

$\begin{cases} \text{три семерки, минимум} \\ \text{три тройки, единицы} \end{cases}$

$\begin{cases} \text{три семерки} \\ \text{девятка, тройка} \end{cases}$

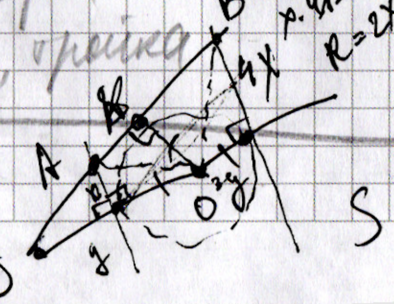
$y < 76+$

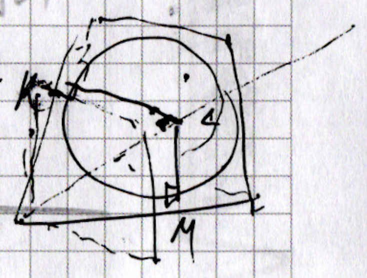
$2 6 1 \mid 9$, 29

$1029 \mid 3$, 343

$343 \mid 7$, 49

7^3





☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

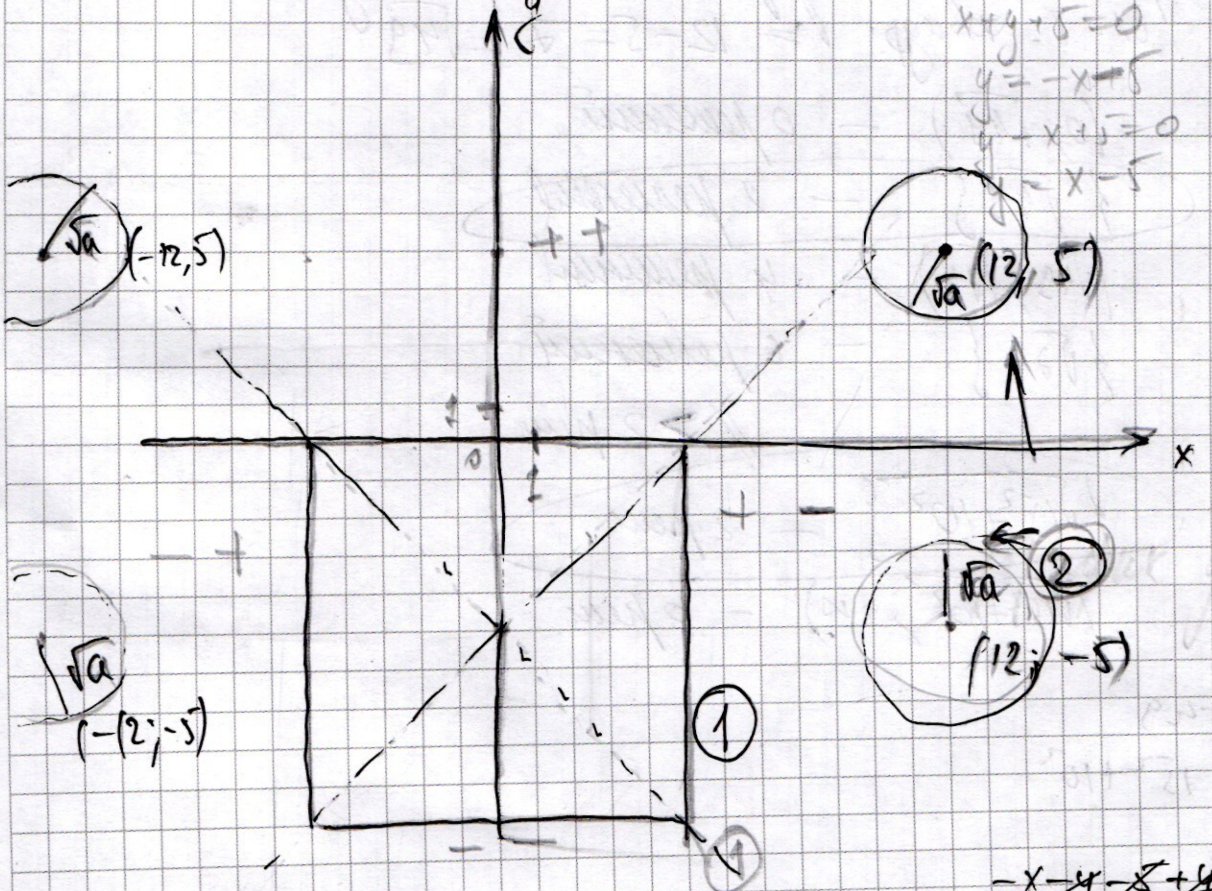
1

№5

① $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

$x+y+5 \geqslant 0 \quad y-x+5 \geqslant 0$

// + + – раскрытие обоих модулей с положительным знаком для обозначения соответствующей области на графике



$+ + : \; x+y+5+y-\cancel{x}+\cancel{5}=10$

$2y = 0; \; y = 5/2$

$+ - : \; x+\cancel{y}+\cancel{5}-\cancel{y}+x-\cancel{5}=10$

$2x=10; \; x = 5/2$

$- + : \; -x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

$-2x=10; \; x=-5$

$- - : \; -\cancel{x}-y-5-y+\cancel{x}-5=10$

$-2y=20; \; y=-10$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

(N5)

② $(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a$ — график уравнения при $x\geq 0, y\geq 0$ — окружность радиуса $\sqrt{a}$ с центром в т. $(12;5)$

т.к. в выражении переменная x под модулем, то график симметричен отн ~~оу~~ оси OY

по аналог. соображениям симметрия отн OX

теперь: расстояние от двух верхних окр.-ей до ближайших точек квадрата $\sqrt{(12-5)^2+5^2}=\sqrt{49+25}=\sqrt{74}$

самых удаленных: $\sqrt{(10+5)^2+(12+5)^2}=\sqrt{15^2+17^2}$

расстояние от двух нижних окр.-ей до бл. т. квадр. $=12-5=7=\sqrt{49}$

$\sqrt{a}$:

$[0;\sqrt{49})$ — 0 решений

$\{\sqrt{49}\}$ — 2 решения

$(\sqrt{49};\sqrt{74})$ — 4 решения

$\{\sqrt{74}\}$ — 6 решений

$//$ >2 реш.

$\{\sqrt{15^2+10^2}\}$ — 2 реш.

$(\sqrt{15^2+10^2};+\infty)$ — 0 реш.

$a=49$

$a=15^2+10^2$

$\begin{array}{r} 289 \\ -225 \\ \hline 514 \end{array}$ 17^2 15^2

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cdot\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$// \underset{7+2}{\cos 9x} - \underset{7-2}{\cos 5x} = (\cos 7x\cos 2x - \sin 7x\sin 2x) - (\cos 7x\cos 2x - \sin 2x\sin 2x)$$

$$= -2\sin 7x\sin 2x$$

$$// \underset{7+2}{\sin 9x} + \underset{7-2}{\sin 5x} = \sin 7x\cos 2x + \sin 2x\cos 7x + \sin 7x\cos 2x - \sin 2x\cos 7x$$

$$= 2\sin 7x\cos 2x$$

$$// \cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$-2\sin 7x\sin 2x - \sqrt{2}\cdot\cos 4x + 2\sin 7x\cos 2x = 0$$

$$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)) = 0$$

$$// \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}\left(\underset{\cos\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\sin 2x + \underset{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\cos 2x\right) = \sqrt{2}\left(\sin 2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)\left(2\cdot\left(\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right)\right) = 0$$

$$\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\cos x+y - \cos x-y = -2\sin x\sin y$$

$$\underset{A}{} \quad \underset{B}{} \quad \frac{A+B}{2} \quad \frac{A-B}{2}$$

$$\sin x+y - \sin x-y = 2\cos x\sin y$$

$$\underset{A}{} \quad \underset{B}{} \quad \frac{A+B}{2} \quad \frac{A-B}{2}$$

$$\cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -2\cdot\left(\sin\frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2}\sin\frac{2x - \frac{\pi}{2} + 2x}{2}\right)$$

$$\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 2\cdot\left(\cos\frac{7x + 2x + \pi/4}{2}\cdot\sin\frac{7x - 2x - \pi/4}{2}\right)$$

$$2\cdot(-2)\cdot\left(\sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right)\cdot 2\cdot\left(\cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\cdot\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\right) = 0$$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

(№2) $\left[\begin{array}{l} 2x-\frac{\pi}{4}=\pi k \\ \frac{9x}{2}+\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi k \\ \frac{5x}{2}-\frac{\pi}{8}=\pi k \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$

$\left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{4}+\pi k \\ \frac{9}{2}x=\frac{4-1}{8}\pi+\pi k \\ \frac{5}{2}x=\frac{\pi}{8}+\pi k \end{array}\right.$

объединение $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}+\pi k\right) \\ x=\frac{2}{9}\left(\frac{3}{8}\pi+\pi k\right) \\ x=\frac{2}{5}\left(\frac{\pi}{8}+\pi k\right) \end{array}\right.$ ← Ответ.

№3

$\begin{cases} ① \left(x^2y^4\right)^{-\ln x}=y^{\ln(y/x^7)} \\ ② \; y^2-xy-2x^2+8x-4y=0 \end{cases}$

② $y^2+y(-4-x)-2x^2-8x$

$D=9x^2-24x+16=(3x-4)^2$

$y=\frac{x+4\pm\sqrt{(3x-4)^2}}{2}=\frac{x+4\pm|3x-4|}{2}$ т.к. перед модулем $\pm$, то модуль опустим

$y=\left[\begin{array}{l} 2x \\ -x+4 \end{array}\right.$

~~числа с действительной степенью неотрицательны~~

~~① $y^{\ln(y/x^7)}$, $y\geq 0$ ② $\ln x$~~ ~~$x\leq 4$~~

ОДЗ: $\begin{cases} y>0 \\ x>0 \\ y/x^7>0 \end{cases}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МФТИ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(№3)

к уравнению ①

числа в степени с действительным показателем неотрицательны, т.к. по их определению основание ~~~~ ≥ 0

прологарифмируем

$\ln (x^2y^4)^{-\ln x} = \ln y^{\ln y/x^7}$

$-\ln x \ln x^2y^4 = \ln y \cdot \ln \frac{y}{x^7}$

$-\ln x(\ln x^2 + \ln y^4) = \ln y \cdot (\ln y - \ln x^7)$

$-\ln x \cdot (2\underbrace{\ln x}_{b} + 4\underbrace{\ln y}_{a}) = \ln y^2 - \ln y \cdot 7 \ln x$

$-2b^2 - 4ba = a^2 - 7ab$

$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$

$\frac{D}{4} = 9b^2 - 8b^2 = 7b^2$

$a = 3b \pm \sqrt{7b^2}$; $a = \left[\begin{array}{l} b(3+\sqrt{7}) \\ b(3-\sqrt{7}) \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \ln y = \ln x \cdot (3+\sqrt{7}) \\ \ln y = \ln x \cdot (3-\sqrt{7}) \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} y = x^{3+\sqrt{7}} \\ y = x^{3-\sqrt{7}} \end{array}\right.$

$-2b^2 - 4ab = a^2 - 7ab$

$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$

$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$

$a = \frac{3 \pm \sqrt{b^2}}{2} = \frac{3 \pm |b|}{2}$

$a = \left[\begin{array}{l} (3+b)/2 \\ (3-b)/2 \end{array}\right.$

а) $\left[\begin{array}{l} 2\ln y = 3 + \ln x \\ 2\ln y = 3 - \ln x \end{array}\right.$ б)

а) $y = e$ ... x ...

б) $y = e$ ...

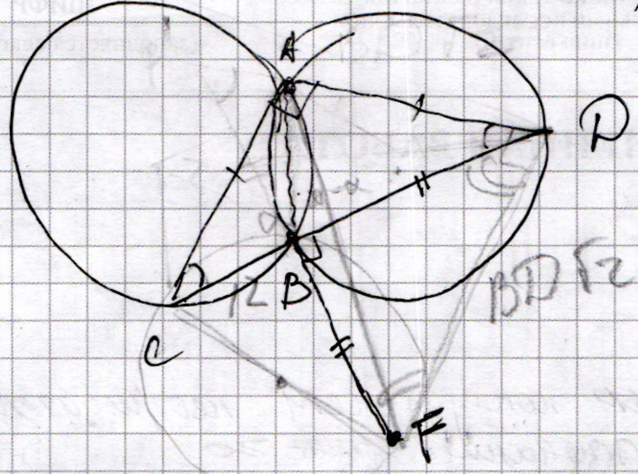
а) $\left[\begin{array}{l} y^2 = e^3 \cdot x \\ y^2 = \frac{e^3}{x} \end{array}\right.$ б)

$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y = x^{3+\sqrt{7}} \\ y = x^{3-\sqrt{7}} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = -x+4 \\ y = 2x \end{array}\right. \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y = -x+4 \\ y = 2x \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} 2\ln y = 3 + \ln x \\ 2\ln y = 3 - \ln x \end{array}\right. \end{array}\right.$

система объединений

6.



а) т.к. окружности равного радиуса, то $\angle ACB$ и $\angle ADB$ опираются на одинаковые дуги, потому они равны $\angle A$ — прямой, потому $\angle ACB = \angle ADB = 45°$

ΔACD — равнобедр. $AC = AD$

по теореме синусов $BC = 2R \cdot \sin\angle CAB$

$BD = 2R \cdot \sin\angle BAD$

но $\angle CAB + \angle BAD = 90°$

$\sin\angle BAD = \cos\angle CAB$

по т. Пифагора

$CF^2 = BC^2 + BD^2 = 4R^2(\sin^2\angle CAB) + 4R^2 \cdot \cos^2\angle CAB = 4R^2$

$CF = 2R = 2 \cdot 10 = 20$

б) $\angle CAB = \alpha$

$\sin\alpha = \frac{BC}{2R} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$\frac{a}{2R} = \sin\alpha$ $45°$ $\angle\alpha$

$\angle CBA = \beta$; $\beta = 180° - \angle ACB - \arcsin\frac{5}{6}$

$\beta = 135° - \arcsin\frac{5}{6}$

$AC = 2R \cdot \sin\beta$

$BD = 2R \cdot \sin\angle BAD = 2R \cdot \sin(90° - \alpha)$

$\sin\angle BCF = \frac{FB}{CB} = \frac{BD}{CB} = \frac{2R\sin(90°-\alpha)}{CB} = \frac{2R\sin(90°-\alpha)}{12}$

$\angle ACF = \angle ACB + \angle BCF = 45° + \arcsin\left(\frac{2R\sin(90°-\alpha)}{12}\right)$

$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \sin\angle ACF = \frac{1}{2} \cdot (2R \cdot \cos\alpha) \cdot 2R \cdot \sin(45° + \arcsin \ldots$

$\arcsin\left(\frac{2R\sin(90°-\alpha)}{12}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

~~цифрах~~ есть цифра, не бывает '49' цифрой

- в составе числа однозначно имеются три цифры семь
- так же могут существовать два варианта:

набор 3 3 3

набор 9 3

- ~~для~~ остальные цифры должны быть единицами чтобы не „поломать" произведение

а) [набор 7, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1 $\cancel{C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5 \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{5! \cdot 2!}}$

б) [набор 7, 7, 7, 9, 3, 1 1, 1

а) '7': $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$, 3: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = \frac{8!}{3!^2 \cdot 2!}$

б) '7': $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$; '9': 5; 3: 4 $= \frac{8!}{3!^2}$

а) 7: C_8^3; 3: C_5^3, 1: C_2^2

б) 7: C_8^3, 9: 5; 3: 4; 1: C_3^3

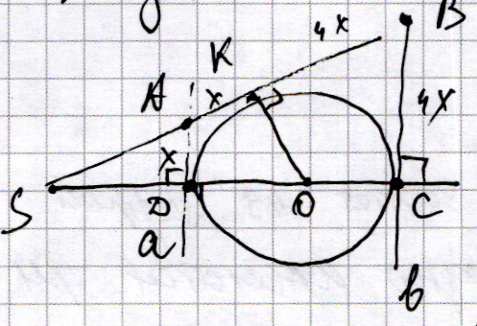
итого: $C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot 5 \cdot 4 = \frac{8!}{3! 5!} \cdot \frac{5!}{3! 2!} + \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot 4 =$

$= \frac{8!}{3!^2 \cdot 2!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$

N 4

пусть меньшее сечение α пересекает (KSO) по прямой a, большее β по прямой b

тогда



$KO = DO = CO = R$

$\Delta DAO = \Delta KAO$ как прямоугольные с равными катетами OD и OK и общей гипотенузой OA

и да, сечение α гомотетично сечению β с $k = 4$, потому $k \cdot AD = BC$

$\left(k^2 = \frac{S_\beta}{S_\alpha} = \frac{16}{1} = 4^2\right)$

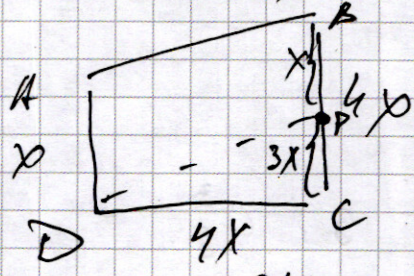
~~..~~ аналогично $\Delta OBK = \Delta OCB$

AO, OB - биссектрисы смежных углов, потому $\angle AOB = 90°$

в ΔAOB $(\angle AOB = 90°)$ $KO^2 = h^2 = AK \cdot BK$

$KO^2 = 4x^2$

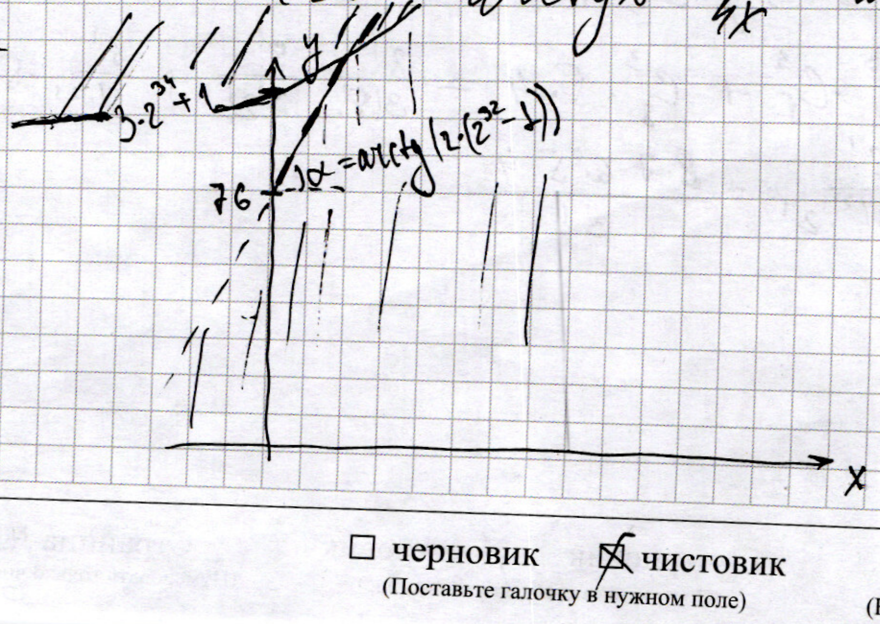
$KO = 2x = R$



$DP \parallel AB$

$\angle PDC = \angle KSO = \operatorname{arctg} \frac{3x}{4x} = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$

N 7



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(N3)

$\begin{cases} y^2 = e^3 x \\ y = 4 - x \end{cases}$: $(4-x)^2 = e^3 x$

$16 - 8x + x^2 = e^3 x$

$x^2 + x(-8 - e^3) + 16 = 0$

$\begin{cases} y^2 = e^3 x \\ y = 2x \end{cases}$: $4x^2 = e^3 x$; $x(4x - e^3) = 0$

$x = 0$

$x = \frac{e^3}{4}$, $y = e^3/2$

$\begin{cases} y^2 = \frac{e^3}{x} \\ y = 4 - x \end{cases}$: $x(4-x)^2 = e^3$

$+x^3 - 8x^2 + 16x - e^3 = 0$

$\begin{cases} y^2 = \frac{e^3}{x} \\ y = 2x \end{cases}$: $4x^3 = e^3$; $x^3 = \frac{e^3}{4}$, $x = \sqrt[3]{\frac{e^3}{4}}$