МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Разложим число 16875 на простые множители:

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$

Значит есть всего 2 набора цифр для представления числа из условия.

Набор 1: четыре 5; три 3; одна 1

Набор 2: четыре 5; одна 9; одна 3; ~~одна~~ две 1

Кол-во чисел из набора 1 $= \frac{8!}{4!\cdot 3!}$

Кол-во чисел из набора 2 $= \frac{8!}{4!\cdot 2!}$

Сумма $= \frac{8!}{4!2!} + \frac{8!}{4!3!} = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 3 + 8\cdot 7\cdot 5 = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 4 =$

$= 56\cdot 20 = 1120$

Ответ: 1120

Задача 2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos\left(\frac{7x+3x}{2}\right)\cos\left(\frac{7x-3x}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{7x+3x}{2}\right)\cos\left(\frac{7x-3x}{2}\right) = \sqrt{2}\cos 10x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$(\cos 5x - \sin 5x)(\sqrt{2}\cos 2x - (\sin 5x + \cos 5x)) = 0$

$\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x\right) = \sqrt{2}\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$

Аналогично:

$\cos 5x - \sin 5x = \sqrt{2}\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right.$

след. стр. →

$$\cancel{\sqrt{2}}\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\cancel{\sqrt{2}}\cos 2x-\cancel{\sqrt{2}}\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)=0\\ \cos 2x=\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}5x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi k\\ 2x=5x-\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ 2x=\frac{\pi}{4}-5x+2\pi k\end{array}\right.;\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{20}+\frac{\pi k}{5}\\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi k}{3}\\ x=\frac{\pi}{28}+\frac{2\pi k}{7}\end{array}\right.$$

Ответ

(т.к. $k\in\mathbb{Z}$ $+2\pi k$ эквивалентно $-2\pi k$ с точки зрения рассмотрения всех решений)

Задача 3

$$\begin{array}{l}\text{I}\\ \text{II}\end{array}\begin{cases}\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}=(-x)^{\lg(-xy)}\\ 2y^2-xy-x^2-4x-8y=0\end{cases}$$

ОДЗ

$$\begin{cases}y>0\\ -xy>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y>0\\ x<0\end{cases}$$

Дальнейшее решение на ОДЗ

Решим ур-е II относительно y

$$2y^2-y(x+8)-(x^2+4x)=0$$

$$D=x^2+16x+64+8x^2+32x=$$
$$=9x^2+48x+64=(3x+8)^2$$

$$y=\frac{x+8\pm|3x+8|}{4}$$

$$\left[\begin{array}{l}y=x+4\\ y=-\frac{x}{2}\end{array}\right.$$

Преобразуем ур-е I

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}=(-x)^{\lg(-xy)}=(-x)^{\lg(-x)}\cdot(-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y}=(-x)^{\lg(-x)}$$

при $y=-\frac{x}{2}\Rightarrow$ т.к. $x=-2y$

$$\left(\frac{\cancel{-}8y^3}{y^2}\right)^{\lg y}=2y^{\lg 2y}\Rightarrow(8y)^{\lg y}=(2y)^{\lg y}\cdot(2y)^{\lg 2}$$

$$4^{\lg y}=2y^{\lg 2}$$

след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что обе функции всё время возрастают, ~~возрас~~ возрастают без „изгибов" (монотонно) Значит они имеют не более одной точки пересечения. Подставим $y=2$

$4^{\lg 2} = 4^{\lg 2}$ => рав-во выполняется

$x = -2y = -4$

$x=-4;\ y=2$ в ответ

при ~~x=y=~~ $y = x+4$ => $x = y-4,\ y<4$ (в силу ОДЗ)

$$\left(\frac{(4-y)^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$(4-y)^{\lg y^3 - \lg(4-y)} = y^{2\lg y^2}$$

$$(4-y)^{\lg\left(\frac{y^3}{4-y}\right)} = y^{\lg y^3}$$

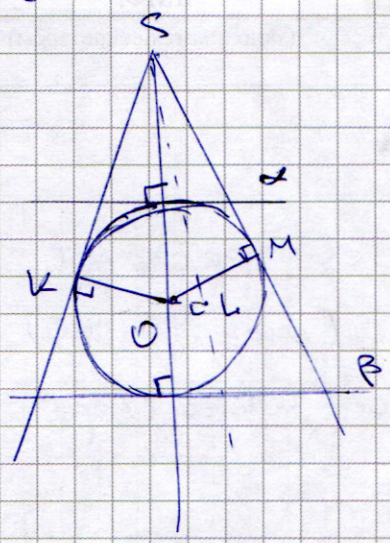
Оценив производные можно так же понять, что решений ≤ 1

$y=2;\ 2^{\lg 4} = 2^{\lg 4}$ => $x=-2;\ y=2$ в отв.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases} \end{array}\right.$

Задача 4

~~заметим, что при~~ пира



Обозначим пирамиды, образованные углом S и плоскостями α и β, P_α и P_β соответственно

P_α подобна P_β, т.к. они имеют общий угол и параллельные основания.

Пусть коэффициент подобия $= k$

Тогда площадь основания P_β к площади основания P_α относится как k^2

$k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

пусть высота $P_\alpha = h$, тогда высота $P_\beta = \frac{3}{2}h$

Тогда диаметр сферы $D = \frac{h}{2}$, а радиус

$R = \frac{D}{2} = \frac{h}{4} \Rightarrow SO = \frac{5h}{4}$; $KO = \frac{h}{4}$

$\angle OKS = 90^\circ$, т.к. (·) K - точка касания

пусть $\angle KSO = \alpha$

тогда $\sin\alpha = \frac{KO}{SO} = \frac{1}{5}$

$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

при $a < 0$ решений нет, поэтому в дальнейшем считается, что $a \geq 0$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & \text{I} \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & \text{II} \end{cases}$$

Возведем ур-е I в квадрат

$(x-6)^2 - 2y(x-6) + y^2 + (x-6)^2 + 2(x-6)y + y^2 = 144$

$(x-6)^2 + y^2 = 72$ - окружность ~~в цент~~ с центром в точке $(6;0)$ и $r = 6\sqrt{2}$

II при всех x и y - окр. с $r = \sqrt{a}$, различается положение центра

при $x \geq 0$, $y \geq 0$

~~окружность~~ центр - $(6;8)$

при $x < 0$; $y \geq 0$ центр - $(-6;8)$

при $x \geq 0$; $y < 0$ центр - $(6;-8)$

при $x < 0$; $y < 0$ центр - $(-6;-8)$

* графики со ~~примерно~~ схематично нарисованными случаями находится на след. странице

Случай 1 - $\sqrt{a} < 6\sqrt{2} - 6$ - нет решений (точек пересечения)

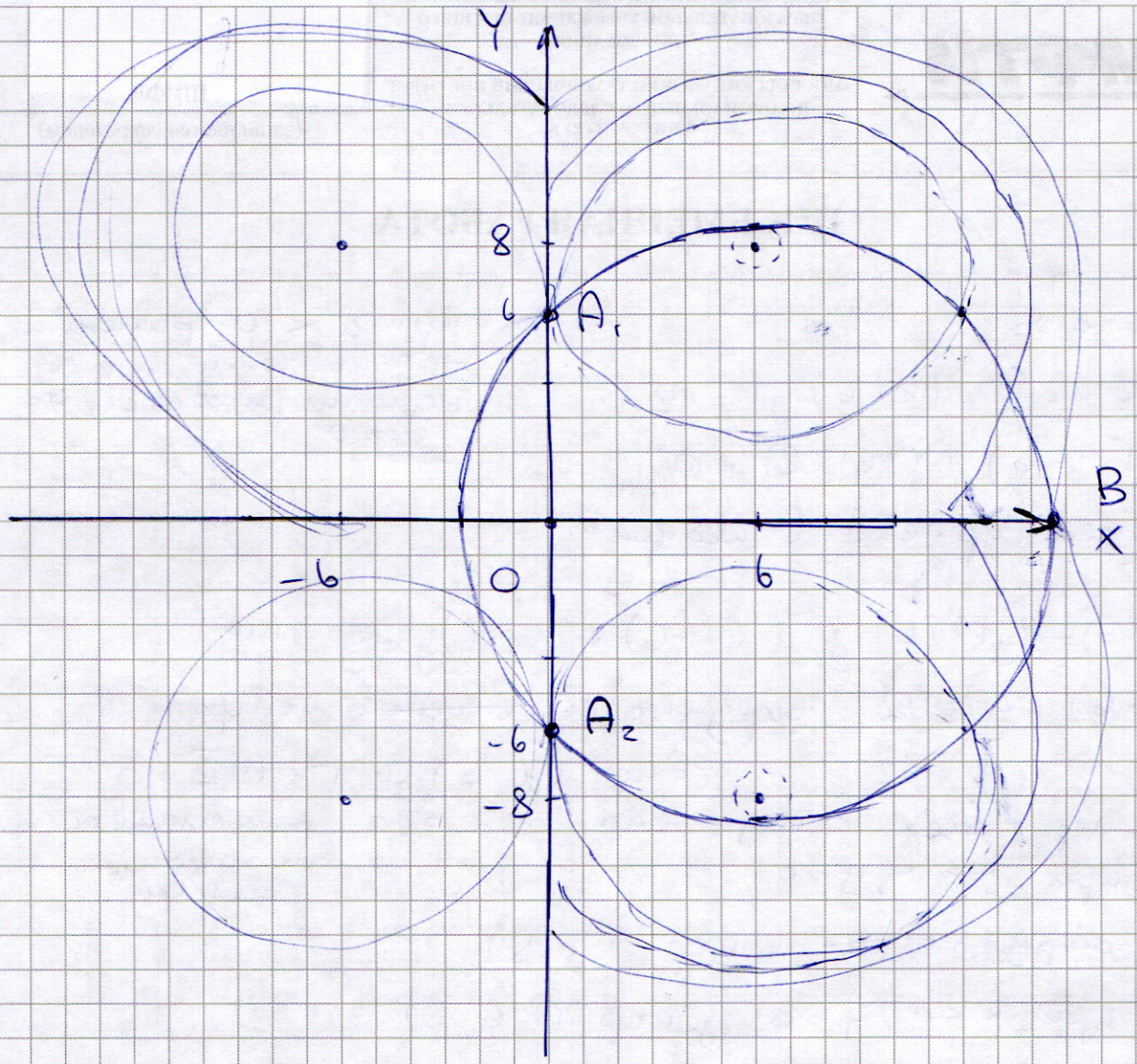
Случай 2 - $\sqrt{a} = 6\sqrt{2} - 6$ - 2 точки пересечения => в осв.

~~Случай 3 - $6\sqrt{2} - 6 < \sqrt{a} \leq$~~

„Стыки" двух окр-ей в точках A_1 и A_2 достигается при $(0-6)^2 + (6-8)^2 = a \Rightarrow a = 40 \Rightarrow \sqrt{a} = 2\sqrt{5}$

Случай 3 - $6\sqrt{2} - 6 < \sqrt{a} \leq 2\sqrt{5}$ - 4 точки пересечения

см. след. стр. →



При дальнейшем увеличении a „стыки" будут выше A_1 и ниже A_2 для соответствующих стыков.

Случ. „Стык" дойдет до (·) B при $(6\sqrt{2}+6-6)^2+(0-8)^2=$

$= a = 136 \Rightarrow \sqrt{a} = \underline{2\sqrt{34}}$

Случай 4 - $2\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{34}$ - 2 решения

Случай 5 - $\sqrt{a} = 2\sqrt{34} \Rightarrow$ 1 решение (точка B)

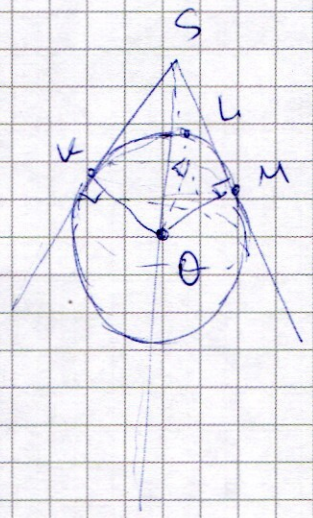
Случай 6 - $\sqrt{a} > 2\sqrt{34}$ - нет решений

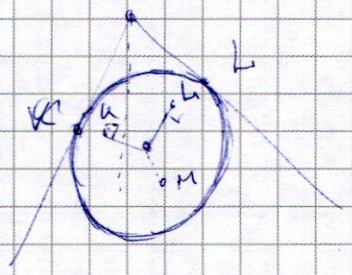
Подходят $\sqrt{a} = 6\sqrt{2}-6$ и $2\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{34}$

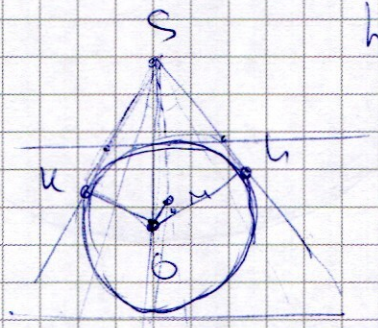
$a = 108-72\sqrt{2}$ и $40 < a < 136$

Ответ: $\{108-72\sqrt{2}\} \cup (40; 136)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







h $\quad \frac{3}{2}h$

$\Leftrightarrow D = \frac{h}{2}$

$R = \frac{h}{4}$ $\quad k\frac{5h}{4}$

k $\quad k^2$

$k^2 = \frac{9}{4} = \frac{3}{2}$

~~tg~~ ~~cos α =~~

$\sin\alpha = \frac{\frac{h}{4}}{\frac{5h}{4}} = \frac{1}{5}$

$ab = \frac{h^2}{16}$

$a + b = \frac{5h}{4}$

$a = \frac{5h}{4} - b$

$\frac{5hb}{4} - b^2 = \frac{h^2}{16}$

$16b^2 - 20hb + h^2 = 0$

$\frac{D}{4} = 100h^2 - 16h^2 = 84h^2$

$hb = \frac{10h \pm 2\sqrt{21}h}{16} = \frac{5h \pm \sqrt{21}h}{8}$

$(x-6)^2+y^2=72$

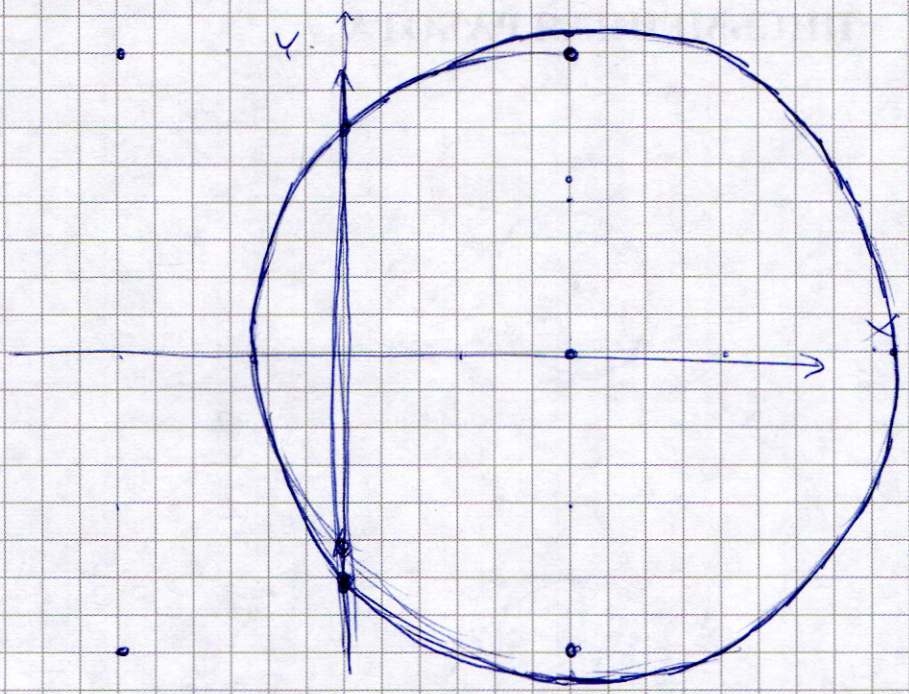
$(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a$

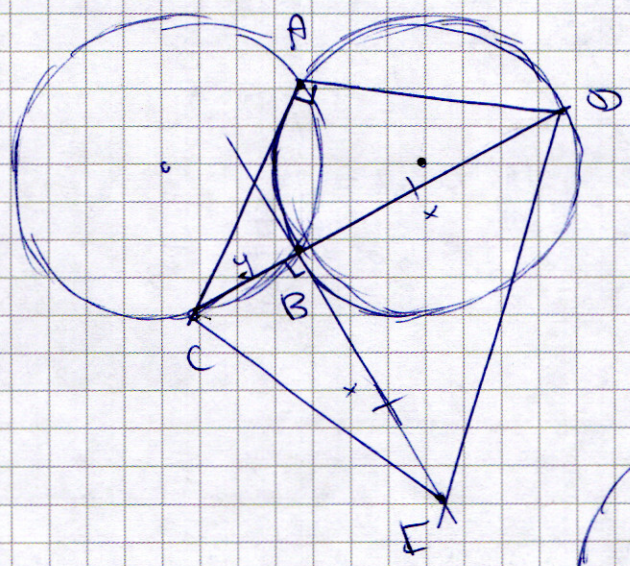
$6\sqrt{2}$

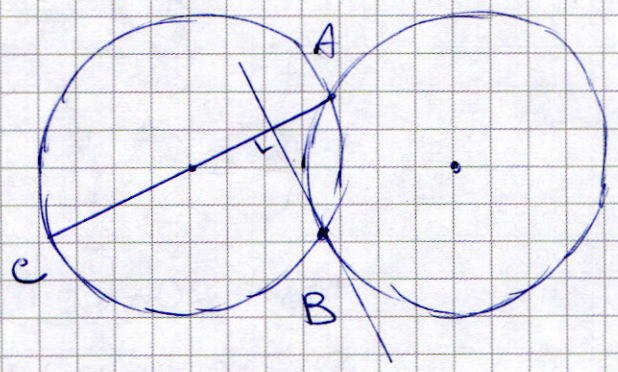
$a=40$

$R=\sqrt{40}=$

$=2\sqrt{5}$



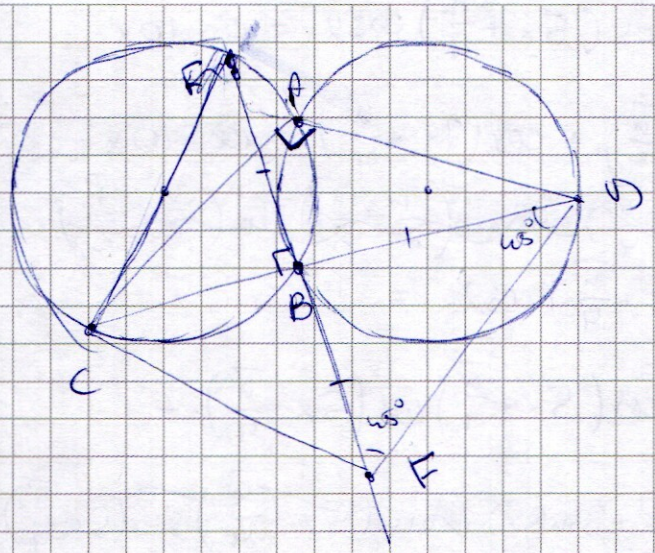




☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$y = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$y = 85 + (3^{81} - 1)x$

$\cancel{3^x}$

$y - 4 < 0$

$x = 4 - y \qquad y \in (0; 4)$

$2 \quad -2$

$\left(\frac{(4-y)^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)}$

$2^{\lg 4} \vee 4^{\lg 2}$

$(4-y)^{3\lg y - \lg(\frac{y-4}{y})} = y^{\lg y^2}$

$(4-y)^{\lg \frac{y^3}{y-4}} = y^{\lg y^2}$

$\left(\frac{y^3}{4} - y^2\right)' = \frac{3y^2}{4} - 2y = 0$

$y\left(\frac{3}{4}y - 2\right) = 0$

$y\left(y - \frac{8}{3}\right) = 0$

$2 =$

$4^{\lg 16}$

$(4-y)^{\lg \frac{y^3}{4-y}}$

$\sqrt{2}\left(1-2\sin^2 5x\right)$ $\quad \frac{\pi}{4}$

$2\cos 5x\cos 2x - 2\sin 5x\cos 2x =$

$= \sqrt{2}\cos 10x$

$2\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\cos 2x = \cos 10x$

$\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x$

$\cancel{\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{17x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)}$

$2\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\cos 2x =$

$\cos x$

$= \cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right) -$

$\sqrt{2}\cos 2x\left(\cos 5x - \sin 5x\right) = \left(\cos 5x - \sin 5x\right) \cancel{+ \sin\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)}$

$\left(\cos 5x + \sin 5x\right)$

$\left(\cos 5x - \sin 5x\right)\left(\sqrt{2}\cos 2x - \left(\cos 5x + \sin 5x\right)\right) = 0$

$\sqrt{2}\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\cos 2x - \cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 5x+\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}+\pi k \\ 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + \pi k \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 - x^2 + y^2 - xy - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2 + 4x) = 0$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

при $x < -\frac{8}{3}$

$$\left[\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{array}\right.$$

$$y = \frac{x + 8 \pm |3x + 8|}{4}$$

$$a^{\lg \frac{1}{\lg_a 10}} = (a^1)^{\lg_a}$$

$y > 0$ $\quad \left[\begin{array}{l} x > -4 \\ x < 0 \end{array}\right.$ $\quad$ при $3x + 8 \geq 0$

$-x$ $\quad x \geq -\frac{8}{3}$; $x < 0$ $\quad \lg_a 10 \sqrt{a}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{array}\right. \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} y = \frac{4x + 16}{4} = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{array}\right.$$

при $y = -\frac{x}{2}$

$$(4x^2)^{\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$$

$$(-2x)$$

$$(-x)^{\lg(-x) + \lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$10^{\lg^2(-x)}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\log_{-x} 10$ $\qquad x^{\log x}$

$\log_b c = a$

$b^a = c$

$a^{\log_a b} = b$

$a^{\log_b a} =$

$= b^{\log_b^2 a} = a$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg -x} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg -x}$$

при $\cancel{y = -\frac{x}{2}}$ $\quad x = -2y$

$$(8y)^{\lg y} = (2y)^{\lg y + \lg 2} = (2y)^{\lg y} \cdot (2y)^{\lg 2}$$

$$\cancel{4y}\ 4^{\lg y} = 2y^{\lg 2}$$

$y = 2 \Rightarrow x = -4$

$$\left(\frac{2^8}{2^2}\right)^{\lg 2} = 2^{\lg 2^3}$$

$-x = -y + 4$

$$\left(\frac{(4-y)^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$y < 4$

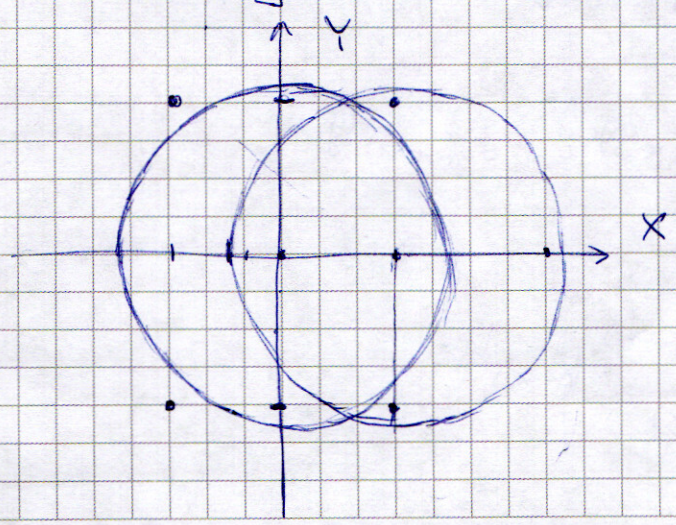
при $y \neq 1$

$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12$ $\qquad$ при $x - 6 > y$

$$(x-6)^2 - \cancel{2(x-6)y} + y^2 + (x-6)^2 + \cancel{2y(x-6)} + y^2 = 144$$

$(x-6)^2 + y^2 = 72 \Rightarrow r = 6\sqrt{2}$

при $\sqrt{a} = 6\sqrt{2} - 8$



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16875 : 15 = 3375$

-15, 18, -15, 37, -35, 25

$3375 : 5 = 675$

-30, 37, -35, 25

$675 : 5 = 135$

-5, 17, -15, 25

$135 : 5 = 27$

-10, 35

$3^3 \cdot 5^4$

625×27

4375

$+1250$

16875

$\cos a + \cos b = \frac{1}{2}\, 2 \cos \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$

$\cos\left(\frac{a+b+a-b}{2}\right) + \cos\left(\frac{a-b-a+b}{2}\right)$

либо $1 \cdot 3^3 \cdot 5^4$

либо $1^2 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 5^4$

$\frac{8!}{4!\,3!} + \frac{8!}{2!\,4!} =$

$\cancel{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}$

$= 8 \cdot 7 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 =$

$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 =$

$= 56 \cdot 20 = \underline{\underline{1120}}$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x =$

$= \sin 7x + \sin 3x$

$\cos a - \sin a = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos a - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin a\right) = \sqrt{2} \cos\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$

$\cancel{\sqrt{2}} \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \cancel{\sqrt{2} \cos(10x)} + \cancel{\sqrt{2}} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cancel{\sqrt{2}} \cos(10x)$

$2 \cos\left(\frac{10x + \frac{\pi}{2}}{2}\right) \cos\left(\frac{4x}{2}\right) = \cos 10x$

$2 \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 2x = \cos 10x$

$\sqrt{2} \cos 10x = \cos \sqrt{2} \cos 3x \cos 7x - \sqrt{2} \sin 3x \sin 7x$

$\cancel{\cos 7x +}$

$A + \sqrt{2}AB + B = A + \frac{\sqrt{2}}{2}AB + B + \frac{\sqrt{2}}{2}AB$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x$

$\sin 7x + \sin 3x = 2\sin 5x \cos 2x$

$\cos 10x = \cos 2x \cos 5x + \sin 5x \sin 2x$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$

$\cancel{-\sqrt{2}\cos^2 5x + \sqrt{2}}$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos^2 5x = 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}\sin^2 5x$

$\cos 5x(\sqrt{2}\cos 2x - \cos 5x) = \sin 5x(\sqrt{2}\cos 2x - \sin 5x)$

$2\cos(5x + \frac{\pi}{4})\cos 2x = \cos 10x$ $\qquad \sqrt{2}\cos + \sqrt{2}\sin - \sqrt{2}\sin + \sqrt{2}\cos = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\cos 10x = \cos(10x - \frac{\pi}{4}) - \sin(10x - \frac{\pi}{4})$

$\sqrt{2} \cdot 2\cos(5x + \frac{\pi}{4})\cos 2x = \cos 10x$ $\qquad \cancel{\cos 5x \cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \sin 5x}$

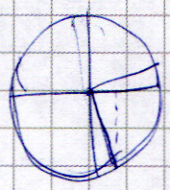
$\cos(a - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos a + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin a$

$\cos a - \sin a = \sqrt{2}\cos(a + \frac{\pi}{4})$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 10x = \cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \sin(5x - \frac{\pi}{4})$

$2\sqrt{2}\cos 2x \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = \cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \sin(5x - \frac{\pi}{4})$

$\cos(a - \frac{\pi}{2}) = \sin a$



$\cos(a + \frac{\pi}{2}) = -\sin a$

$-\sin(5x - \frac{\pi}{4}) = \cos(5x + \frac{\pi}{4})$

$\cos 5x - \sin 5x = \cos 5x - \sin 5x$

$-2\sqrt{2}\cos 2x \sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \cos \sin(5x - \frac{\pi}{4})$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)