

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

DECLASSIFICATION AUTHORITY: 25X

DATE: 10/10/2013

REASON: 25X

APPROVED BY: [Signature]

DATE: 10/10/2013

REASON: 25X

APPROVED BY: [Signature]

DATE: 10/10/2013

REASON: 25X

APPROVED BY: [Signature]

DATE: 10/10/2013

REASON: 25X

APPROVED BY: [Signature]

DATE: 10/10/2013

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1:

Разложите на множители число 16875

$$\begin{array}{r} 16875 \div 5 = 3375 \\ 3375 \div 5 = 675 \\ 675 \div 5 = 135 \\ 135 \div 5 = 27 \\ 27 \div 3 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow 16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$$

это число можно представить в виде 8-ми множителей 2-ух разного набора:

$$5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1$$

$$5, 5, 5, 5, 3, 3, 1, 1$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 3!}$$

из первого набора можно составить 8-ми разное 8-значное число (факториалы в знаменателе - это кол-во повторений и факт, т.к. переставив их местами в 8-значном числе, это число не изменится). Аналогично, кол-во вариантов для второго набора:

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!}$$

$$\text{Общее кол-во: } \frac{8!}{4! \cdot 3!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1}$$

$$= 40 \cdot 7 + 120 \cdot 7 = 160 \cdot 7 = 700 + 420 = 1120$$

Ответ: 1120

Задача 2:

из формулы тригонометрических мы знаем, что

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \cdot \sin \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$\Rightarrow$ ~~мы~~ исходное выражение принимает вид

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) [\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)] = 0$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \sin 5x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) \cos 5x - \sin 5x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \cdot [\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)] = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \cdot [\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)] = 0$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0 \\ \cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$



$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi q, \quad q \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} = \frac{\pi}{5} n$$

$$3x = \frac{\pi}{12} - 2\pi k$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi q$$

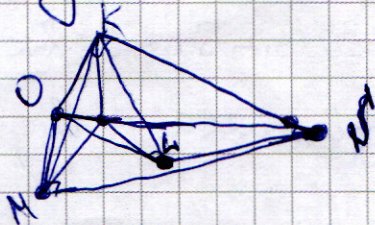
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} - \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi q}{7} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} - \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi q}{7} \end{cases}$$

$$n, k, q \in \mathbb{Z}$$

Задача 4.



Решение:

1) две данные плоскости параллельны, т.к. они обе перпендикулярны $SO \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к Задаче 4:

$\Rightarrow$ площади этих секторов относятся как квадрат отношения высот $\triangle$ тетраэдра, которые эти высоты образуют с трёхгранником углом $\Rightarrow$

$$\left(\frac{SO}{SO+2R} \right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{SO}{SO+2R} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$SO = 4R$$

в $\triangle KSO$:
 $\angle OKS = 90^\circ$, т.к. K - точка касания сферой угла

$$OK = R$$

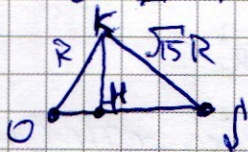
$$SO = 4R$$

$$\Rightarrow \text{по Th Пифагора } SK = \sqrt{16R^2 - R^2} = R\sqrt{15}$$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{OK}{SO}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \angle KSO = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

2) в каждом из $\triangle$ -ков KSO , MSO , LSO (они равны по двум катетам и ~~по~~ прямым углам) проведём высоты к SK : KH , LN , MI . Эти высоты пересекутся в одной точке H , т.к. $\triangle KSO = \triangle MSO = \triangle LSO \Rightarrow KH, LN, MI$ лежат в одной плоскости KLM , которая перпендикулярна SO

в $\triangle KSO$:



$$\begin{aligned} \text{найдем } KH: KH &= SK \cdot \sin \angle KSO = \\ &= \sqrt{15}R \cdot \frac{1}{4} \quad KH = KS \cdot \cos \angle KSO = \sqrt{15}R \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \\ &= \frac{15}{4}R \end{aligned}$$

Пл-сть, площадь которой равна 4 т.е. из

условие, лежит на отрезке $\sqrt{O-R} = 4R - R = 3R$
 от т. O = т.к. м-ста (KLM) и данная па-
 раметры (т.к. обе перпендикулярны $\sqrt{O}$) $\Rightarrow$

~~м-ста KLM~~

$$\frac{\sqrt{KLM}}{4} = \left(\frac{\sqrt{K}}{3R} \right)^2 - \left(\frac{5}{4} \right)^2$$

$$\sqrt{KLM} = \frac{25}{4} = 6,25$$

Ответ: 6,25

Задача 5:

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (1)$$

$$[(x-6)^2 + (y-8)^2] = 9 \quad (2)$$

(2) — это ч-ре окружности,
 с центром в т. (6, 8) и
 радиусом 3

Рассм. ур-ние 1:

пусть $x-6 = t \Rightarrow$

$$\begin{cases} t-y > 0 \\ t+y < 0 \end{cases} \quad t-y-t-y=12$$

$$\begin{cases} t-y > 0 \\ t+y > 0 \end{cases} \quad t-y+t+y=12$$

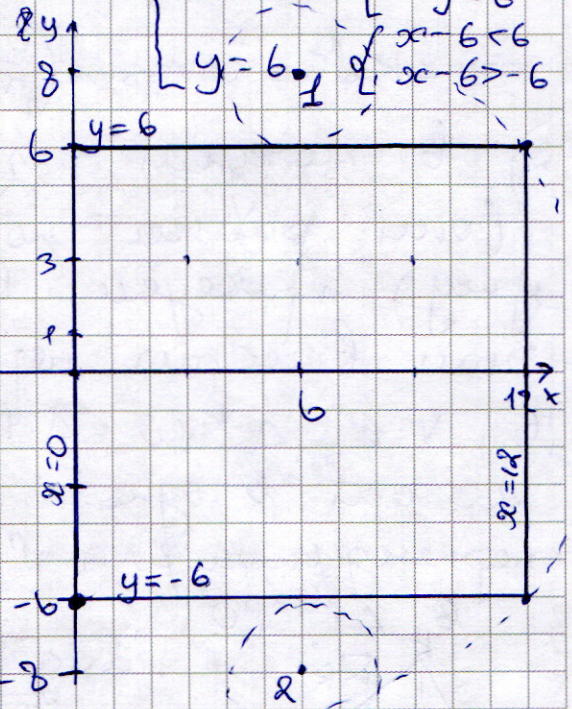
$$\begin{cases} t-y < 0 \\ t+y < 0 \end{cases} \quad y-t-t-y=12$$

$$\begin{cases} t-y < 0 \\ t+y > 0 \end{cases} \quad y-t+t+y=12 \cdot 4$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} y = -6 & \begin{cases} x-6 > -6 \\ x-6 < 6 \end{cases} \\ t = 6 & \begin{cases} y < 6 \\ y > -6 \end{cases} \\ t = -6 & \begin{cases} y > -6 \\ y < 6 \end{cases} \\ y = 6 & \begin{cases} x-6 < 6 \\ x-6 > -6 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6, & x \in (0; 12) \\ x = 12, & y \in (-6; 6) \\ x = 0, & y \in (-6; 6) \\ y = 6, & x \in (0; 12) \end{cases} \Rightarrow$$



Очевидно, что
 система будет
 иметь два реше-
 ния, когда только
 две окружности
 будут иметь по од-
 ной точке касания
 с квадратом (т.к. система симметрична отн. Ox)
 $\Rightarrow$ рассм. первый случай, когда окр. 1 и окр. 2 касаются
 квадрата

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к задаче 5:

korriga: ~~$\sqrt{a} = 2$~~ $r = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$

рассм. 2-ой случай, когда окружности 3 и 4
будут касаться вершин квадрата
тогда окр. 1 и окр. 2 не должны иметь общих
точек с квадратом:

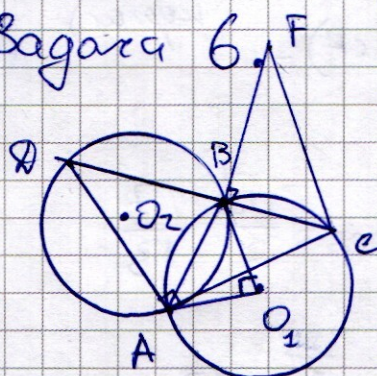
$$|a| > 6^2 + (8+6)^2 = 36 + 196 = 232$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$a = (6+12)^2 + (6+8)^2 = 18^2 + 14^2 = 324 + 196 = 520 > 232$$

Ombes: $a = 4,520$

Задача 6.1^F



Решение:

1) $\angle BCA \approx \angle ADB$ (т.к. это впис.
в окружности равно радиуса
угол, опирающийся на равные
дуги AB (меньшие) $\Rightarrow$

no ∇ & no y_{rel} . $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$

$$\angle QCA = \angle QDA = 45^\circ = \angle BQA = 45^\circ \cdot 2 = 90^\circ$$
$$AB = 13 \cdot \sqrt{2} \text{ из } \triangle ABO, \text{ (по Пт Пифагора)}$$

∴ $\angle CDA = \angle CA = 45^\circ \Rightarrow AC = AD$

распишем $\sin$ косинусов для $\triangle ABX$ и $\triangle ABC$:

$$2 \cdot 13^2 = AC^2 + BC^2 - AC \cdot BC \cdot \sqrt{2} \quad (4)$$

$$2 \cdot 13^3 = A^2 D^2 + B^2 D^2 - A D \cdot B D \cdot \sqrt{2} \quad (2) \quad \text{ko } A^2 D^2 + B^2 D^2$$

попробуем найти ВС из уравнения (1):

$$BC^2 - AC \cdot BC \cdot \sqrt{2} + AC^2 - 2 \cdot 13^2$$

$$Q = 2AC^2 - 4AC^2 + 8 \cdot 13^2 = 2(26^2 - AC^2)$$

$$BC = \frac{AC \cdot \sqrt{2} \pm \sqrt{2(26^2 - AC^2)}}{2}$$

$AC \leq 26$ (т.к. сторона
меньше или
равно диаметру)

ма наименьшей глв корисл, один
из нихс будет равен BC, а другой BD (т.к.
ур-ние (1) и (2) идентичны. ~~Вотн~~ Вотн BC и
BD совп.) $\Rightarrow$

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = BC^2 + BD^2 = \quad (\text{по Пт Пифагора})$$

$$= \left(\frac{AC}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{26^2 - AC^2}{2}} \right)^2 + \left(\frac{AC}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{26^2 - AC^2}{2}} \right)^2 =$$

$$= 2 \left(\frac{AC^2}{2} + \frac{26^2 - AC^2}{2} \right) = 26^2 \Rightarrow CF = 26$$

б) т.к. $BC = 10 \Rightarrow$ из ур-ния (1):

$$\cancel{AC = 20 - AC} \quad AC = \frac{10 \cdot \sqrt{2} \pm \sqrt{2(26^2 - 10^2)}}{2} =$$

$$= \frac{10\sqrt{2} \pm 24\sqrt{2}}{2} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2} \quad (\text{берем положительный корень})$$

$$\sin \angle ACF = \sin(\angle ACB + \angle BCF) = \sin(45^\circ + \angle BCF) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \angle BCF + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \angle BCF$$

$$\cos \angle BCF = \frac{BC}{FC} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{FC} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\Rightarrow \sin \angle ACF = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{17}{13}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot FC \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 26 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{17}{13} =$$

$$= 7 \cdot 17 = 119$$

Ответ: а) 26
б) 119.

Задача 7.

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} & (1) \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x & (2) \end{cases}$$

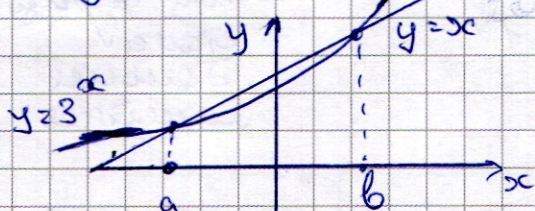
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к задаче 7:

~~функции~~
уравнения

(1) — это показательная функция (мон. возр.)

функции (2) — это линейная монотонно возр. функция



Очевидно, что участок, когда линейная будет больше показательной, будет либо один непрерывный,

либо его не будет, тогда ~~у~~ система не имеет решения). Очевидно, что ~~x < 0~~, $x \geq 0$, т.к. при $x < 0$ $y \neq z \Rightarrow$ бинар-

ный поиск найдет участки:

при $x = 0$:

$$\begin{cases} y \geq 1 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 \end{cases}$$

не подходит

$x = 3$:

$$\begin{cases} y \geq 27 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 82 + 3 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

не подходит

$x = 4$:

$$\begin{cases} y \geq 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 81 + 4 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

не подходит, но на грани исполнения отрезка

$x = 5$:

$$\begin{cases} y \geq 243 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 80 + 5 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

— подходит

$x = 6$

$$\begin{cases} y \geq 729 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 79 + 6 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

— подходит

Найдём теперь вторую границу некоторого отрезка

$$x = 84:$$

$$\begin{cases} y \geq 3^{81} (81+4) = 31 \cdot 3^{81} \\ y \leq 1 + 84 \cdot 3^{81} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{— пока} \\ \text{еще} \\ \text{есть} \\ \text{решения} \end{array}$$

$$x = 85:$$

$$\begin{cases} y \geq 3^{81} (81+4) = 85 \cdot 3^{81} \\ y < 85 \cdot 3^{81} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{— уже} \\ \text{нет} \\ \text{решений,} \\ \text{на грани,} \end{array}$$

$$x = 86:$$

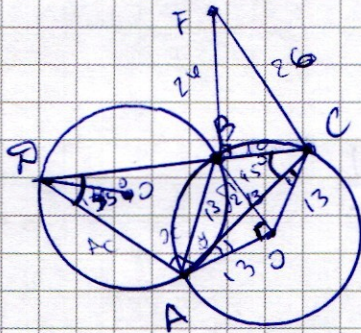
$$\begin{cases} y \geq 3^{81} (243+4) = 3^{81} \cdot 247 \\ y < 86 \cdot 3^{81} - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{— показатель} \\ \text{на функции} \\ \text{стался} \\ \text{больше} \\ \text{линейной} \end{array}$$

→ кол-во пар равно:

$$84 - 5 + 1 = 80$$

Ответ: 80.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$AB = 13\sqrt{2}$$

$$AP^2 = 2 \cdot 13^2 + 2 \cdot 13^2 \cos$$

$$AD = AC$$

$$CD = \sqrt{2}AD$$

$$BF = BD$$

$$\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$$

$$y + 45^\circ = 180^\circ - 45^\circ - x$$

$$AC \sqrt{2} =$$

$$y + x$$

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2BD \cdot CD \cdot \cos \angle BDC$$

$$\angle BOC = \angle BDC$$

$$CD^2 = 2AC^2$$

$$BC^2 = 2 \cdot 13^2 (2 - 2 \cos \angle BOC) =$$

$$BC = 13^2 (2 - 2 \cos \angle BOC)$$

$$169 \cdot 2 = AC^2 + BC^2 - AC \cdot BC \cdot \sqrt{2}$$

$$169 \cdot 2 = AC^2 + BD^2 - AC \cdot BD \cdot \sqrt{2}$$

$$BD = 2AC^2 - 4AC^2 + 4 \cdot 13^2 \cdot 2 =$$

$$= 4 \cdot 13^2 \cdot 2 - 2AC^2 =$$

$$= 2(26^2 - AC^2) =$$

$$AC \leq 26$$

$$BD = \frac{AC \cdot \sqrt{2} \pm \sqrt{2(26^2 - AC^2)}}{2}$$

$$AC \sqrt{26^2 - AC^2}$$

$$x \geq 5$$

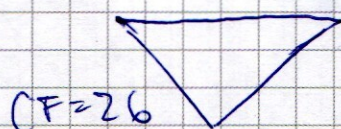
$$9 + 4 \cdot 3^8$$

$$3^6 + 4 \cdot 3^8$$

$$79 + 6 \cdot 3^8$$

$$600 + 120 + 9$$

$$\frac{AC}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{26^2 - AC^2}{2}}$$



$$CF = 26$$

$$\frac{AC^2}{2} + \frac{26^2 - AC^2}{2} = \frac{AC^2}{2} + \frac{26^2}{2}$$

Ⓐ

$$3^x + 4 \cdot 3^8 < 85 + x \cdot 3^8 - x$$

$$3^x - 85 < x \cdot 3^8 - 4 \cdot 3^8 - x$$

$$3^x - 85 < 3^8(x - 4) - x$$

$$3^x + x - 85 < 3^8(x - 3) - 4$$

$$x \cdot \ln 3 + 1$$

$$\ln 3 \cdot 3^x$$

$$\ln 3 \cdot 3^x$$

$$3^8 + 4 \cdot 3^8$$

$$3^8 - 1$$

$$x = 86$$

$$x = 5$$

$$\frac{51}{12} - \frac{257k}{3} = \frac{51}{28} + \frac{257q}{7}$$

$$\frac{51}{12} - \frac{51}{28} = \frac{257q}{7}$$

4.3 7.4

$$\frac{51}{21} = \frac{516q + 14k}{21}$$

$$\frac{451}{4.73} = \frac{2 \cdot 1057k}{21} \quad 1 = 6q + 14k$$

$$q = 807k$$

$$q = \frac{1 - 14k}{6}$$

$$\frac{51}{28}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $16875 = 5^4 \cdot 3^3$

55553331
 55553331

$\cos 2x = \sin(\frac{\pi}{4} + 5x)$

$\sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \frac{7-3}{2}$

② $\cos 7x + \cos 3x$

$\cos(\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}) + \cos(\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2}) = \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} -$

$-\sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} + = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$

$\cos 7x \cdot \cos 3x =$
 $(\cos(a+b) \cdot \cos(a-b))$
 $(\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b)$
 $(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$

$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$

$2 \cdot \cos 2x \cdot \sqrt{2} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x) = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$

$2 \cdot \cos 2x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 5x) = \cos 10x$

$\cos 10x = \cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x - \sqrt{2} \sin 7x \cdot \sin 3x$

$\cos 7x (1 - \sqrt{2} \cos 3x) + \cos 3x = \sin 7x (1 - \sqrt{2} \sin 3x) + \sin 3x$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \sin 7x \cdot \sin 3x$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x \cdot \cos 2x - \sin^2 5x \cdot \sin^2 2x) = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x -$

$\sqrt{2} \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) - \sqrt{2} (\sin^2 5x \cdot \cos^2 2x -$

$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - [\cos 5x + \sin 5x]) = 0$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{2y} = (-x)^{2y} \lg(-xy)$$

$$(2y+2) = 2y \cdot 2 \cdot 2$$

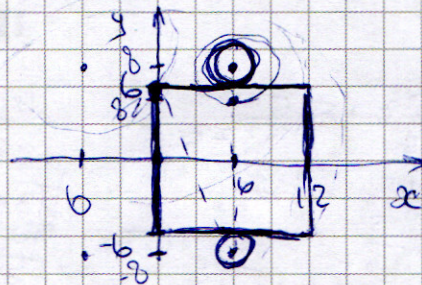
$$-x^2 - 4x - 4 + 4 + 2y^2 - 8y + 4 - 4 - xy = 0$$

$$-(x+2)^2 + (\sqrt{2}y+2)^2 = xy$$

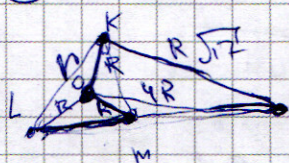
$$(\sqrt{2}y - 2 - x - 2)(\sqrt{2}y - 2 + x + 2) = xy$$

$$(\sqrt{2}y - x - 4)(\sqrt{2}y + x) = xy$$

$$y(2y - x) - x^2 - 4(2y + x)$$



④



$$\sqrt{R^2 + 16R^2}$$

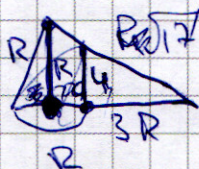
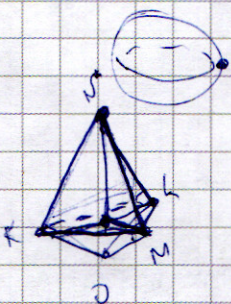
$$\arcsin\left(\frac{4}{17}\right)$$

$$\arccos \frac{4}{17}$$

$$\frac{SO}{SO+2R} = \frac{2}{3}$$

$$3SO = 2SO + 4R$$

$$SO = 4R$$



$$R \cdot \sqrt{17} \cdot \frac{4}{17} = R$$

$$\frac{17}{4} - 3 = \frac{17-12}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\sqrt{17} \cdot \frac{4}{17} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{17}{4} - 3 = \frac{17-12}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{17}{4} - 3 = \frac{17-12}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^2 \cdot 4 = \left(\frac{25}{4}\right)$$

⑤

$$x - 6 = t$$

$$|t - y| + |t + y| = 12$$

$$\begin{cases} t + y > 0 \\ t - y < 0 \end{cases}$$

$$t - y - t - y = 12$$

$$y = -6$$

$$t > y$$

$$\begin{cases} t - y > 0 \\ t + y > 0 \end{cases}$$

$$t - y + t + y = 12$$

$$t = 6$$

$$t > y$$

$$\begin{cases} t - y < 0 \\ t + y < 0 \end{cases}$$

$$y - t - t - y = 12$$

$$t = -6$$

$$t > y$$

$$\begin{cases} t - y < 0 \\ t + y > 0 \end{cases}$$

$$y - t + t + y = 12$$

$$y = 6$$

$$t > y$$

$$\begin{cases} y = -6 \\ t = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 6 > -6 \\ x - 6 < 6 \end{cases}$$

$$y = -6$$

$$x \in (0; 12)$$

$$\begin{cases} t = 6 \\ t = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -6 \\ y < 6 \end{cases}$$

$$x = 12$$

$$y \in (-6; 6)$$

$$\begin{cases} y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6 < 6 \\ x - 6 > -6 \end{cases}$$

$$x = 0$$

$$y \in (-6; 6)$$

$$y = 6$$

$$x \in (0; 12)$$