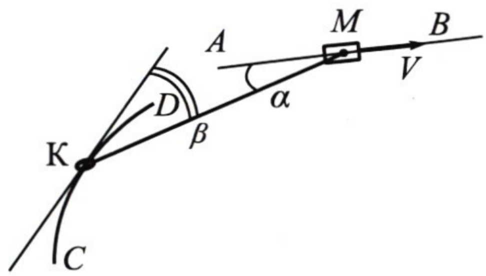
Олимпиада «Физтех» по физике,

Класс 11

Вариант 11-02

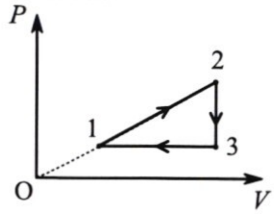
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в.

1. Муфту М двигают со скоростью $V = 40$ см/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 1$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1{,}7$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол $\alpha (\cos\alpha = 3/5)$ с направлением движения муфты и угол $\beta (\cos\beta = 8/17)$ с направлением движения кольца.



1) Найти скорость кольца в этот момент.
2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.



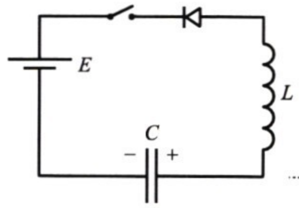
1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
2) Найти для процесса 1-2 отношение количества теплоты, полученной газом, к работе газа.
3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.

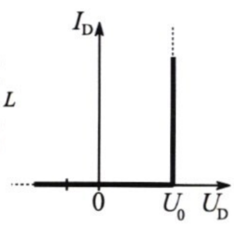
3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Положительно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается между обкладками на расстоянии $0{,}2d$ от положительно заряженной обкладки. Удельный заряд частицы $\dfrac{q}{m} = \gamma$.

1) Найдите продолжительность T движения частицы в конденсаторе до остановки.
2) Найдите напряжение U на конденсаторе.
3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным. в вакууме

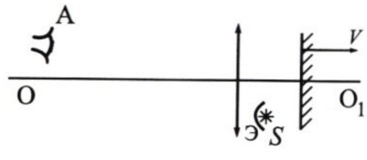
4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 3$ В, конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 6$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0{,}2$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.





1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

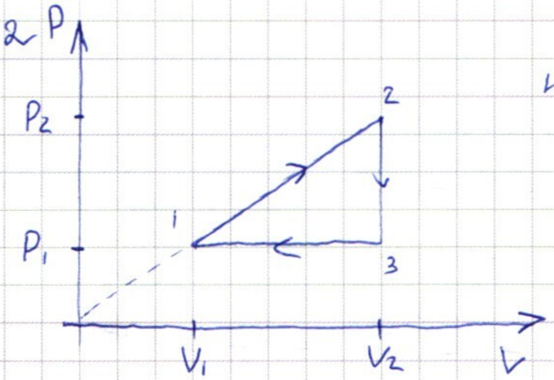
5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F, плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии плоскости $F/3$ от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1. В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.



1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3) Найти скорость изображения в этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



Понижение температуры происходило на участках 2-3 и 3-1

$$C_{2-3} = \frac{Q_{23}}{\nu \Delta T_{23}}$$

$$Q_{23} = \cancel{A_{23}}^{\,0} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{23}$$

$$C_{3-1} = \frac{Q_{31}}{\nu \Delta T_{31}}$$

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = P_1(V_1 - V_2) + \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{31}$$

Запишем уравнение состояния газа:

т.1: $P_1V_1 = \nu RT_1$

т.2: $P_2V_2 = \nu RT_2$

т.3: $P_1V_2 = \nu RT_3$

$$\Rightarrow P_1(V_1 - V_2) = \nu R(T_1 - T_3) = \nu R \Delta T_{31}$$

$$\Delta T_{31} = T_1 - T_3$$

Подставим это в выражение для Q_{31}

$$Q_{31} = \nu R \Delta T_{31} + \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{31} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{31} \Rightarrow C_{31} = \frac{\frac{5}{2}\cancel{\nu}R\cancel{\Delta T_{31}}}{\cancel{\nu \Delta T_{31}}} = \frac{5}{2}R$$

$$C_{23} = \frac{\frac{3}{2}\cancel{\nu}R\cancel{\Delta T_{23}}}{\cancel{\nu \Delta T_{23}}} = \frac{3}{2}R \Rightarrow \frac{C_{31}}{C_{23}} = \frac{5\cancel{R}\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 3\cancel{R}} = \frac{5}{3}$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = (V_2 - V_1)\frac{(P_1+P_2)}{2} + \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) =$$

$$\cancel{A_{12} = \frac{P_1V_2 - P_1V_1 + P_2V_2 - P_2V_1}{2} = \nu R(T_3 - T_1 + T_2}$$

$$= (V_2 - V_1)\frac{(P_1+P_2)}{2} + \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$\frac{Q_{12}}{A_{12}} = \frac{A_{12} + \Delta U_{12}}{A_{12}} = 1 + \frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = 1 + \frac{\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)}{\frac{P_2V_2}{2} - \frac{P_1V_1}{2}} =$$

$$= 1 + \frac{3\nu R(T_2 - T_1)}{P_2V_2 - P_1V_1} = 1 + \frac{3\cancel{\nu R(T_2 - T_1)}}{\cancel{\nu R(T_2 - T_1)}} = 4$$

$$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{получ}} = \frac{\frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{Q_{12}}$$

$$Q_{12} = \frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 2\nu R(T_2 - T_1)$$

$$A_{цикл} = A_{12} + A_{31} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{2} + P_1(V_1 - V_2) =$$

$$= \frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_1 - \nu RT_3 = \nu R\left(\frac{1}{2}(T_2 - T_1) + T_1 - T_3\right)$$

~~Ацикл~~ $\eta = \dfrac{\nu R\left(\frac{1}{2}(T_2-T_1) + T_1 - T_3\right)}{2\nu R(T_2-T_1)} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{T_1-T_3}{2(T_2-T_1)} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{T_3-T_1}{2(T_2-T_1)}$

Чтобы КПД было максимальным $\frac{T_3-T_1}{2(T_2-T_1)}$ должно быть минимальным, следовательно (T_3-T_1) должно быть минимальным, а (T_2-T_1) должно быть максимальным.

$V_2 = \alpha V_1 \quad P_2 = \alpha P_1$

Тогда перепишем уравнения состояния:

1) $P_1V_1 = \nu R T_1$
2) $\alpha^2 P_1 V_1 = \nu R T_2$
3) $\alpha P_1 V_1 = \nu R T_3$

$\frac{2}{1}$) $\alpha^2 = \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = \alpha^2 T_1$

$\frac{3}{1}$) $\alpha = \dfrac{T_3}{T_1} \Rightarrow T_3 = \alpha T_1$

Подставим это в выражение для КПД

$$\eta = \frac{1}{4} - \frac{\alpha T_1 - T_1}{2(\alpha^2 T_1 - T_1)} = \frac{1}{4} - \frac{T_1(\alpha-1)}{2T_1(\alpha^2-1)} = \frac{1}{4} - \frac{\alpha-1}{2(\alpha-1)(\alpha+1)} =$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(\alpha+1)}$$

Исследуем выражение $\frac{1}{2(\alpha+1)}$ на минимум. При $2(\alpha+1) \to \infty$ $\frac{1}{2(\alpha+1)} \to 0$

$$\Downarrow$$

$\cancel{\left(\frac{1}{2(\alpha+1)}\right)' = \left(2(\alpha+1)\right)^{-1}}$

$\eta \to \frac{1}{4} \Rightarrow \eta_{max} = \frac{1}{4}$

$A_{12} = \dfrac{P_2V_2 - P_1V_1}{2} = P_1V_1\dfrac{\alpha^2-1}{2} \quad A_{31} = -P_1V_1(\alpha-1)$

$A_{цикл} = A_{12} + A_{31} = P_1V_1(\alpha-1)\left(\dfrac{\alpha+1}{2} - 1\right) = P_1V_1(\alpha-1)\dfrac{\alpha+1-2}{2} =$

$= \dfrac{P_1V_1(\alpha-1)^2}{2}$

$Q_{получен} = A_{12} + \Delta U_{12} = \dfrac{\alpha^2-1}{2}P_1V_1 + \dfrac{3}{2}\nu R(T_2-T_1) =$

$= \dfrac{\alpha^2-1}{2}P_1V_1 + \dfrac{3}{2}P_1V_1(\alpha^2-1) = P_1V_1\dfrac{\alpha^2-1}{2}(1+3) = 2P_1V_1(\alpha^2-1)$

$\eta = \dfrac{A_{цикл}}{Q_{получ.}} = \dfrac{P_1V_1(\alpha-1)^2}{2\cdot 2P_1V_1(\alpha-1)(\alpha+1)} = \dfrac{\alpha-1}{4(\alpha+1)}$

$\eta' = \left(\dfrac{\alpha-1}{4(\alpha+1)}\right)' = \dfrac{(\alpha-1)'(\alpha+1) - (\alpha-1)(\alpha+1)'}{4(\alpha+1)^2} = 0$

$\cancel{\alpha + 1 - (\alpha - 1) = 0}$

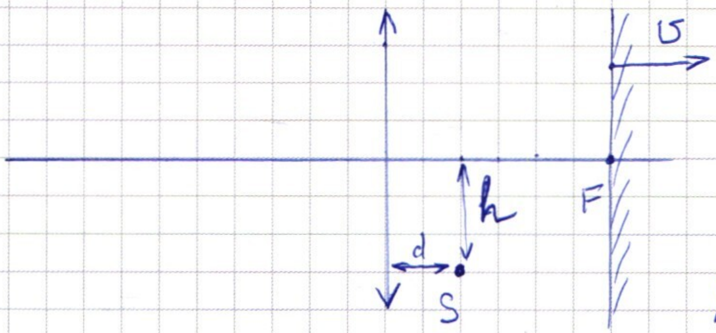
$\boxed{\text{Ответ: } \dfrac{c_{31}}{c_{23}} = \dfrac{5}{3};\ \dfrac{Q_{12}}{A_{12}} = 4;\ \eta_{max} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$h = \frac{8}{15}F$ расстояние от источника до ГОО.

$d = \frac{F}{3}$ - расстояние от источника до линзы.



Изображение источника в зеркале будет находится на расстоянии от зеркала, равном расстоянию от источника до зеркала.

Расстояние от источника до зеркала в ~~данный мом~~ рассматриваемый момент $= F - d = F - \frac{F}{3} = \frac{2}{3}F$

$\Rightarrow$ Расстояние от изображения источника в зеркале до зеркала $= \frac{2}{3}F$. Тогда расстояние от изображения источника в зеркале до линзы $= F + \frac{2}{3}F = \frac{5}{3}F$

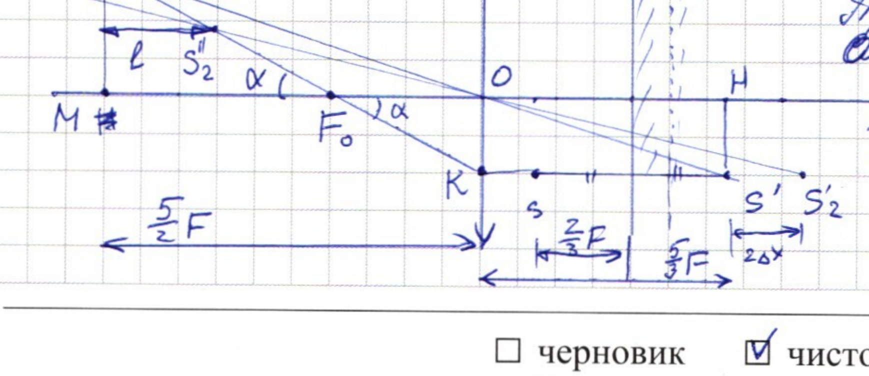
~~Запишем фо~~ ~~Для~~ Запишем формулу тонкой линзы.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\frac{5}{3}F} + \frac{1}{f}$$

(изображение ~~его~~ источника в линзе будет находится слева ~~на~~ от линзы (будет действительным), т.к. расстояние от изображения источника в зеркале, которое является источником для линзы, $> F$.

$$\frac{5}{3F} \cdot \frac{\frac{5}{3}-1}{\frac{5}{3}F} = \frac{1}{f} \quad \frac{2\cdot 3}{3\cdot 5F} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{5}{2}F$$

Пусть зеркало сдвинется на ~~вел~~ малую величину Δx, тогда расстояние от S' до линзы увелич. на $2\Delta x$



При этом S' всегда будет оставаться на расстоянии h от ГОО, т.к. S неподвижен, а S' - изображение в зеркале, которое движется $\parallel$ ГОО. Следовательно, S'' всегда будет оставаться на прямой KF_0

Следовательно, $tg\alpha = \frac{OK}{OF_0}$ $OK = h$ $OF_0 = F$

$$tg\alpha = \frac{\frac{8}{15}F}{F} = \frac{8}{15}$$

$\Delta x = v\Delta t$ $S''S_2'' = u\Delta t$, где u - скорость изображения в рассматриваемый момент.

$S''S_2''\cos\alpha = l$ $u\Delta t\cos\alpha = l$

$\beta \cdot S'S_2' = l$ $\beta \cdot 2\Delta x = l$ β - коэффициент продольного увеличения.

Т.к. $2\Delta x$ - малый отрезок, то $\beta = \Gamma^2$, где Γ - поперечное увеличение отрезка $S'H$

$\Gamma = \frac{S''M}{S'H}$ $\Delta MS''O \sim \Delta OHS'$ (по двум углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S''M}{S'H} = \frac{OM}{OH}$ $OM = \frac{5}{2}F$ (из найденного ранее)

$OH = \frac{5}{3}F$

$$\frac{S''M}{S'H} = \frac{\frac{5}{2}\cancel{F}}{\frac{5}{3}\cancel{F}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Gamma = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \Gamma^2 = \frac{9}{4}$$

$\Rightarrow l = \beta \cdot 2\Delta x = \frac{9}{4}\cdot 2 \cdot \Delta x$ Подставим l и Δx

$$u\cancel{\Delta t}\cos\alpha = \frac{9}{2}\cdot v\cancel{\Delta t} \Rightarrow u = \frac{9v}{2\cos\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{8}{15} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} \qquad tg^2\alpha = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$tg^2\alpha\cos^2\alpha = 1-\cos^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha(tg^2\alpha+1) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{8}{15}\right)^2}} = \frac{15}{17}$$

$$\Rightarrow u = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}v\,17}{2\cdot\cancel{15}_5} = 5{,}1v$$

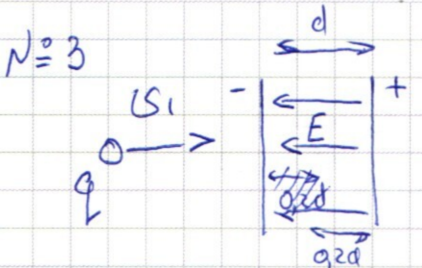
$$\boxed{\text{Ответ: } f = \frac{5}{2}F \quad tg\alpha = \frac{8}{15} \quad u = 5{,}1v}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



Снаружи обкладок конденсатора поля нет.
Влетев в конденсатор частица будет двигаться против силовых линий поля и на нее будет действовать сила F
$F = Eq$, против движения (иначе бы частица не остановилась.) т.к силовые линии направлены от „+" к „-", частица влетит со стороны отрицательно заряженной обкладки $\Rightarrow$ ~~а она пройдет~~ внутри конденсатора она пройдет расстояние $d - 0,2d = 0,8d$

Т.к. при движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора можно считать неизменным, то на частицу действует постоянная сила Eq

II з.Н. для частицы

$$ma = Eq \Rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

уравнение движения для частицы:

$$l = v_1\tau - \frac{a\tau^2}{2} = 0,8d$$

$$v_k = v_1 - a\tau = 0 \Rightarrow \tau = \frac{v_1}{a}$$

$$v_1\frac{v_1}{a} - \frac{a\cdot v_1^2}{2a^2} = 0,8d$$

$$\frac{v_1^2}{2a} = 0,8d \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{2\cdot 0,8d} \qquad a = \frac{Eq}{m}$$

$$\tau = \frac{v_1}{a} = \frac{v_1\cdot 2\cdot 0,8d}{v_1^2} = \frac{1,6d}{v_1}$$

$$\frac{v_1^2}{1,6d} = \frac{Eq}{m} = E\gamma$$

$$E = \frac{v_1^2}{1,6d\gamma}$$

$$U = E\cdot d = \frac{v_1^2}{1,6d\gamma}\cdot d = \frac{v_1^2}{1,6\gamma}$$

После того как частица остановилась, под действием силы Eq она начнет движение в противоположном направлении с нулевой начальной скоростью.

Она пройдет разность потенциалов $E0{,}8d = 0{,}8Ed$

За пределами конденсатора $E = 0$ $\Rightarrow$ частица будет двигаться с ~~по~~ постоянной скоростью. $\Rightarrow$ v_0 = скорости частицы на вылете из конденсатора (т.к. вокруг вакуум)

$$F = ma \quad Eq = ma \quad a = \frac{Eq}{m}$$

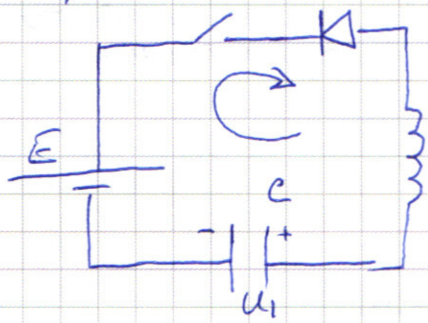
$$0{,}8d = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{1{,}6d}{a}}$$

$$v_0 = at = a\sqrt{\frac{1{,}6d}{a}} = \sqrt{1{,}6da} = \sqrt{1{,}6d\frac{Eq}{m}} =$$

$$= \sqrt{1{,}6 \cdot d \cdot \left(\frac{v_1^2}{1{,}6d}\right)} = v_1$$

$$\boxed{\text{Ответ: } T = \frac{1{,}6d}{v_1};\ u = \frac{v_1^2}{1{,}6d};\ v_0 = v_1}$$

№4



Сразу после замыкания ключа на конденсаторе ещё не успел поменяться заряд, следовательно, в данном случае напряжение на конденсаторе тоже не поменялось, а через катушку ещё не успел пойти ток. (остался равным 0), следовательно ток на диоде 0. $\Rightarrow U_d = 0$

Запишем 2-ой закон Кирхгофа для цепи сразу после замыкания ключа.

$$E = U_1 + \mathcal{E}_i \qquad \mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt} \qquad // \ \frac{6В - 3В}{0{,}2Гн} = 15\frac{A}{c}$$

$$E - U_1 = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{U_1 - E}{L}$$ – скорость возрастания тока.

Когда ток в цепи максимален $\mathcal{E}_i = 0$

Если ток в цепи течет, то, следовательно, диод открыт, и ~~на~~ тогда напряжение на диоде U_0

~~Запишем з.с.э.~~ Запишем 2-ой закон Кирхгофа для цепи в данном случае

$$E = U_c - U_0 \Rightarrow E + U_0 = U_c$$

Запишем З.С.Э.

$$\cancel{A_{нач}} + E_{нач} + A_{бат} + \overset{\to 0}{A_{внеш}} = E_{конечн} + \cancel{A} + Q$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{CU_1^2}{2} + E\cdot q = \frac{CU_c^2}{2} + \frac{LI_{max}^2}{2} + \cancel{I_{max} U_0}\, Q$$

$$q_1 = CU_1 \quad q_2 = CU_c \quad q = q_2 - q_1 = C(U_c - U_1)$$

$$\frac{C(U_1-U_c)(U_1+U_c)}{2} + E\cdot C(U_c-U_1) = \frac{LI_{max}^2}{2} + Q$$

$$C(U_1-U_c)\left(\frac{U_1+U_c}{2} - E\right) = \frac{LI_{max}^2}{2} + Q$$

$$C(U_1-E-U_0)\left(\frac{U_1+E+U_0-2E}{2}\right) = \frac{LI_{max}^2}{2} + Q$$

$$C(U_1-E-U_0)(U_1+U_0-E) = LI_{max}^2 + Q$$

$$I_{max} = \sqrt{\frac{C(U_1-E-U_0)(U_1+U_0-E)}{L}} = \sqrt{\frac{20\cdot10^{-6}\cdot(6-3-1)(6+1-3)}{2\cdot10^{-1}}} =$$

$$= \sqrt{10^{-4}\cdot 2\cdot 4} = 2\cdot10^{-2}\sqrt{2}\,A \approx 2{,}82\cdot10^{-2}\,A$$

Если напряжение на конденсаторе установилось, следовательно тока через него больше не течет, следовательно ток не ~~т~~ течет во всей цепи => ~~напряжение на кат~~ $\mathcal{E}_i = 0$, т.к. ток не меняется и равен 0. ~~Ω~~ $U_D = 0$

Тогда по ~~з~~ 2-ому закону Кирхгофа ~~U₀~~

$$U_c \neq \mathcal{E}_0 = U_2$$

Тепло будет выделяться на диоде

$$Q = IU - \cancel{U_0}$$

Когда диод открыт, напряжение на нем равно U_0

Найдем момент открытия диода.

По 2-ому закону Кирхгофа.

$$E = -U_D + U_{c_2} - L\frac{dI}{dt}$$

Запишем ЗСЭ. Т.к. диод только открылся, $Q=0$

$$\frac{CU_1^2}{2} + E\Delta q = \frac{CU_{c2}}{2} + \frac{LI^2}{2}$$

$$\begin{cases} \Delta q = C(U_{c2} - U_1) \\ \frac{CU_1^2}{2} + EC(U_{c2} - U_1) = \frac{CU_{c2}}{2} + \frac{LI^2}{2} \\ E = -U_0 + U_{c2} - L\frac{dI}{dt} \end{cases}$$

$$L\frac{dI}{dt} = U_{c2} - U_0 - E$$

$$L\ddot q = \frac{q_2}{C} - (U_0 + E)$$

$$L\ddot q - \frac{q_2}{C} = -(U_0 + E)$$

$$\ddot q - \frac{1}{CL} q_2 = -(U_0 + E)$$

$$\ddot q - \frac{1}{CL} q = -(U_0 + E)$$

~~Сделаем замену~~ $\tilde q = q$

Это уравнение колебаний эквивалентно уравнению колебаний для пружины под действием постоянной силы, но постоянная сила на период не влияет, следовательно и в данном случае

$$\omega^2 = \frac{1}{CL}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{CL}$$

Время до открытия диода

Тогда ток в этот момент

$$L\,dI = (U_{c2} - U_0 - E)\,dt$$

$$L(I_0 - 0) = (U_{c2} - U_0 - E)(T - 0)$$

$$I_0 = \frac{(U_{c2} - U_0 - E)T}{L}$$

$$\frac{CU_1^2}{2} + E(q_2 - CU_1) = \frac{q_2^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}$$

$$\frac{CU_1^2}{2} - CU_1E + Eq_2 = \frac{q_2^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}$$

$$\frac{CU_1^2}{2} - CU_1E = \frac{q_2^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} - Eq_2$$

Q – кол-во теплоты, выделившееся от момента открытия диода до уст. режима

$$Q = IU_0 = I(t)\cdot U_0$$

$$U_0 + E - \frac{q}{C} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad q = It$$

$$U_0 + E - \frac{It}{C} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$(U_0 + E)dt - \frac{It}{C}dt = -L\,dI$$

$$q = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$Q = I(t)\cdot U_0 = \cancel{\frac{\Delta q}{\Delta t}}U_0$$

$$dQ = \frac{dq}{dt}U_0$$

$$\dot q = -A\sin(\omega t + \varphi)\cdot\omega = \frac{dq}{dt}$$

$$dQ = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)U_0$$

$$Q = -\int A\omega\sin(\omega t + \varphi)U_0\,dt =$$

$$\cancel{= -\int A\omega}$$

продолжение стр. 11

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

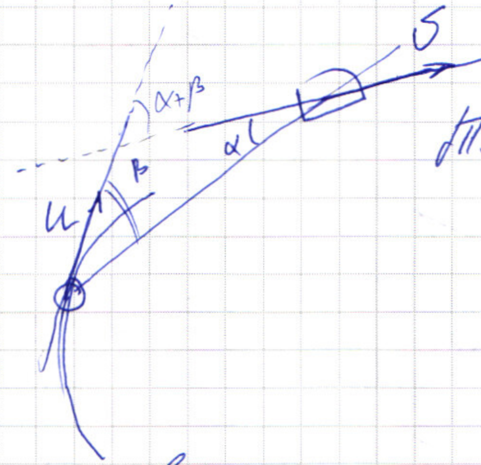
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



u – скорость кольца в рассматриваемый момент

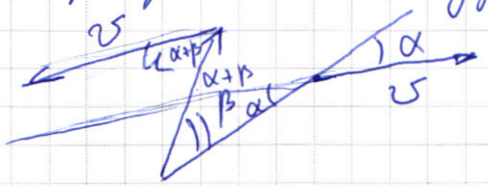
Т.к. трос нерастяжимый, проекции скоростей муфты и кольца на трос должны быть равны.

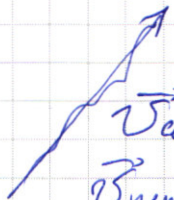
$u\cos\beta = v\cos\alpha$

$u = v\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = v\cdot\frac{3\cdot17}{5\cdot8} =$

$= 40\cdot\frac{3\cdot17}{5\cdot8}\,\frac{см}{с} = 51\,\frac{см}{с}$

Перейдём в с.о. муфты.

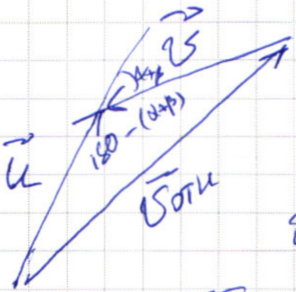




$\vec v_{абс} = \vec v_{отн} + \vec v_{перен}$

$\vec v_{абс} = \vec u$

$\vec v_{перен} = \vec v$



По т. косинусов для треугольника скоростей

$v_{отн}^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos(180-(\alpha+\beta))$

$v_{отн} = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos(\alpha+\beta)}$

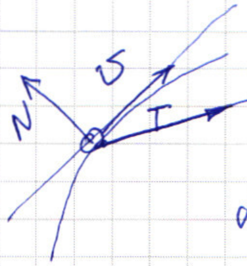
$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{3}{5}\cdot\frac{8}{17} - \frac{4}{5}\cdot\frac{15}{17} = \frac{24-60}{5\cdot17} =$
$= \frac{-36}{5\cdot17}$

$v_{отн} = \sqrt{3^2\cdot17^2 + 40^2 - 2\cdot3\cdot\cancel{17}\cdot\cancel{40}^{8}\cdot\frac{36}{\cancel{5}\cdot\cancel{17}}} =$

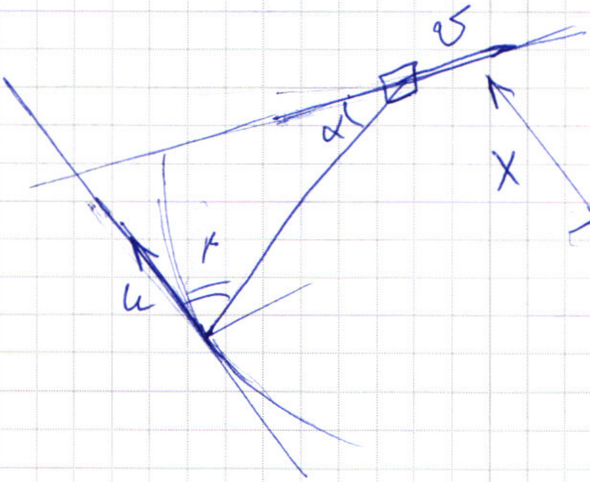
$= \sqrt{40^2 + \cancel{(37} + 3^2\cdot17^2 - 4^2\cdot2^2\cdot3^2\cdot3} = \sqrt{4^2 2^2(25-27) + 3^2 17^2} =$

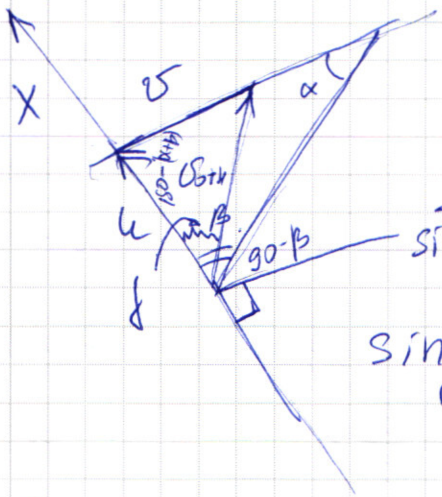
$= \sqrt{2\cdot4^2\cdot2^2 + 3^2\cdot17^2} = \sqrt{\cancel{2729}} = \sqrt{2473}$

В с.о. муфты, муфта не подвижна, следовательно, кольцо движется по окружности радиуса l



Тогда $T = ma_ц = m\frac{v_{отн\,x}^2}{l}$





По т. синусов для Δ скоростей

$$\frac{v}{\sin\gamma} = \frac{v_{отн}}{\sin(180-(\alpha+\beta))}$$

$$\frac{v}{\sin\gamma} = \frac{v_{отн}}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\sin\gamma = \frac{v\sin(\alpha+\beta)}{v_{отн}}$$

$$v_{отн\,x} = v_{отн}\cos\gamma = v_{отн}\sqrt{1-\left(\frac{v\sin(\alpha+\beta)}{v_{отн}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{v_{отн}^2 - v^2\sin^2(\alpha+\beta)}$$

$$T = \frac{m\,(v_{отн}^2 - v^2\sin^2(\alpha+\beta))}{l} =$$

$$= \frac{m\,(u^2+v^2+2uv\frac{36}{5\cdot17} - v^2\sin^2(\alpha+\beta))}{l}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{4}{5}\cdot\frac{8}{17} + \frac{3}{5}\cdot\frac{15}{17} =$$

$$= \frac{77}{5\cdot17}$$

$$T = \frac{m\left(2473 - \overset{64}{\cancel{40}^2}\cdot\frac{77^2}{\cancel{25}\cdot17^2}\right)}{\frac{17}{15}\cdot\frac{17}{10}} =$$

$$\boxed{= \frac{1\cdot(2473\cdot17^2 - 64\cdot77^2)\cdot15\cdot10}{17^4\cdot10^4}}$$

Ответ: $u = 51\ \frac{см}{с}$

$v_{отн} = \sqrt{2473}\ \frac{см}{с}$

$T = \frac{m\,(v_{отн}^2 - v^2\sin^2(\alpha+\beta))}{l} =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

$$Q = -\int A\omega \sin(\omega t+\varphi) U_0 dt =$$

$$= -A\omega U_0 \left(\int \sin(\omega t+\varphi) dt\right) =$$

$$= -A\omega U_0 \left(\int (\sin(\omega t)\cos\varphi dt + \cos\omega t \sin\varphi dt)\right) =$$

$$\cancel{= -A\omega U_0 \cos\varphi \left(\int \sin\omega t dt + \int\right.}$$

$$= -A\omega U_0 \left(\cos\varphi \int \sin(\omega t) dt + \sin\varphi \int \cos(\omega t) dt\right) =$$

$$= -A U_0 \left(-\cos\varphi \cos(\omega t)\Big|_0^{\tau} + \sin\varphi \sin(\omega t)\Big|_0^{\tau}\right) =$$

$$\cancel{= A U_0 \cos(\omega t - \varphi)}$$

$$= -A U_0 \left(-\cos\varphi \cos(\omega \tau) + \cos\varphi + \sin\varphi \sin(\omega \tau)\right) =$$

$$= A U_0 \left(\cos(\omega\tau - \varphi) - \cos\varphi\right)$$

где A – амплитуда колебаний, φ – начальная фаза, T – период колебаний.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Заряд минимальный, когда напряжение на конденсаторе минимально.

min напряжение на конденсаторе E

max напряжение, когда $\mathcal{E}_i$ – max и диод открыт

$$U_{c\,max} = E + U_0 + L\frac{dI}{dt}$$

Тогда $A = q_{max} - q_{min}$

Т.к. изначально ток через катушку 0 и в конце ток через катушку 0, то между начальным и конечным моментами прошло некоторое целое число периодов.

№4 (продолжение)

Ответ: 1) $\frac{dI}{dt} = \frac{U_1 - E}{L} = 15\,\frac{A}{c}$

2) I_{max}

3) $U_2 = E = 3\,В$

$C(U_1 - E - U_0)(U_1 + U_0 - E) = L I_{max}^2 + Q$,

где $Q = I(t)U_0 = AU_0(\cos(\omega t - \varphi) - \cos\varphi) =$

$= (q_{max} - q_{min})U_0(\cos(\omega n T - \varphi) - \cos\varphi) =$

$= (q_{max} - q_{min})U_0(\cos(\omega n T) - 1)$

$q_{min} = CE$

$q_{max} = C(E + U_0)$

$Q = CU_0^2(\cos(\omega n \cdot 2\pi\sqrt{LC}) - 1)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$A_{12} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{2} = \frac{\alpha^2 P_1V_1 - P_1V_1}{2} = \frac{\alpha^2-1}{2} P_1V_1$$

$$(V_2 - V_1)\frac{(P_1+P_2)}{2} = V_1(\alpha-1)\frac{P_1(\alpha+1)}{2} = P_1V_1\frac{\alpha^2-1}{2}$$

$$A_{31} = P_1(V_2 - V_1) = P_1V_1(\alpha-1)$$

$$A_{цикл} = P_1V_1\frac{\alpha^2-1}{2} - P_1V_1(\alpha-1) = P_1V_1\left(\frac{\alpha^2-1}{2} - (\alpha-1)\right)$$

$$Q = P_1V_1\frac{\alpha^2-1}{2} + \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = P_1V_1\frac{\alpha^2-1}{2} + \frac{3}{2}P_1V_1(\alpha^2-1) =$$

$$= P_1V_1\frac{\alpha^2-1}{2}(1+3) = 2P_1V_1(\alpha^2-1)$$

$$\eta = \frac{\cancel{P_1V_1}(\alpha-1)\left(\frac{\alpha+1}{2} - 1\right)}{2\cancel{P_1V_1}(\alpha^2-1)} = \frac{\cancel{(\alpha-1)}(\alpha-1)}{2\cdot 2\cancel{(\alpha-1)}(\alpha+1)} = \frac{\alpha-1}{4(\alpha+1)}$$

$\cos(\omega t)' = -\sin\omega t\,\omega$

$\frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2U}{2q} = \frac{qU}{2}$

$CU = q$

$C = \frac{q}{U}$

$\frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$

$C^2U^2 = q^2$

$q = CU$

$\frac{CU^2}{C^2U} = \frac{U}{C}$

$\frac{2\cdot10^{-6}}{0{,}2}$

$\frac{2\cdot10^{-5}}{0{,}2} = \frac{2\cdot10^{-5}\cdot10}{2} = 10^{-4}$

$$\frac{CU_1^2}{2} + E(CE - CU_1) = \frac{CE^2}{2}$$

$$\frac{CU_1^2}{2} - CU_1E + CE^2 = \frac{CE^2}{2}$$

$$\frac{CE^2}{2} = CU_1E - \frac{CU_1^2}{2}$$

$$\frac{E^2}{2} = U_1E - \frac{U_1^2}{2}$$

$$\frac{9}{2} = 6\cdot 3 - \frac{36}{2} =$$

$$2\cdot 3\cdot 8\cdot 36 = 4^2\cdot 4\cdot 9\cdot 3 = (4\cdot 2\cdot 3\cdot\sqrt{3})^2$$

4^2 $3\cdot 9\cdot 4$

$$\frac{CU_1^2}{2} + CE(E - U_1) = \frac{CE^2}{2}$$

$$\frac{36}{2} + 3(3-6)$$

$$18 - 9 = \frac{9}{2}$$

$$Q = IU$$

$$9\cdot 0{,}8Ed = \frac{m\upsilon_0^2}{2}$$

$$2\frac{q}{m}\cdot 0{,}8Ed = \upsilon_0^2$$

$$\sqrt{1{,}6\,\gamma Ed} = \upsilon_0$$

$48\cdot 36 =$

$24 \cdot 2 = 48$; $24 \cdot 36$; $48 \cdot 36 = 288 + 144 = 1728$; $51 \cdot 51 = 2601$; $2601 - 1728 = 873$; $81 \cdot 3 = 243$; $243 \cdot 3 = 729$

$873 : 3 = 291$; $291 : 3 = 97$; $36 + 24 = 60$

$1600 + 2601 = 4201$; $4201 - 1728 = 2473$; $2601 - 128 = 2473$; $1728 - 1600 = 128$

$2729 : 13$; $2729 : 17$; $2729 : 23$; $2729 : 31$; $2729 : 41$; $2729 : 43$; $64 \cdot 2 = 128$; $289 \cdot 9 = 2601$; $2601 + 128 = 2729$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)