

Олимпиада «Физтех» по физике, с

Класс 11

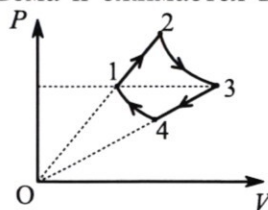
Вариант 11-06

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Шарик подвешен в поле тяжести на легкой упругой пружине с неизвестной жесткостью. Шарик поднимают вверх до положения, когда пружина не деформирована, и отпускают. При дальнейшем движении шарика вдоль вертикали в некоторые моменты времени силы, действующие на шарик со стороны пружины, отличаются в 2,5 раза, а модули ускорений равны.

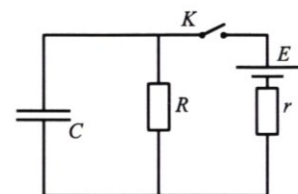
- 1) Найти модуль ускорения в эти моменты.
- 2) Найти отношение кинетических энергий шарика в эти моменты.
- 3) Найти отношение максимальной энергии деформации пружины к максимальной кинетической энергии шарика.

2. Идеальный одноатомный газ из состояния 1 с температурой T_1 расширяется в процессе 1-2 прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V . Затем газ расширяется в изотермическом процессе 2-3, сжимается в процессе 3-4 прямо пропорциональной зависимости давления от объема и сжимается в изотермическом процессе 4-1. В процессе 3-4 объем газа уменьшается в $k = 1,9$ раза. Давления газа в состояниях 1 и 3 равны.



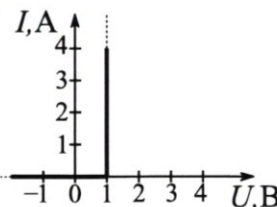
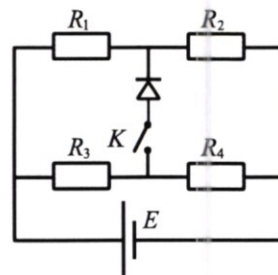
- 1) Найти температуру газа в процессе 2-3.
- 2) Найти отношение объемов газа в состояниях 2 и 4.
- 3) Найти молярную теплоемкость газа в процессе 3-4.

3. В электрической цепи (см. рис.) все элементы идеальные, конденсатор не заряжен. Величины E, R, C известны, $r = 2R$. Ключ K на некоторое время замыкают, а затем размыкают, когда скорость роста энергии конденсатора максимальна.



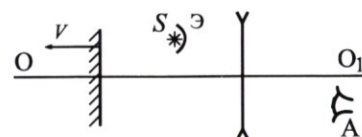
- 1) Найти напряжение на резисторе R сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти заряд конденсатора непосредственно перед размыканием ключа.
- 3) Найти максимальную скорость роста энергии, запасаемой конденсатором.

4. В цепи используется мостовая схема (см. рис.). ЭДС идеального источника $E = 12$ В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_4 = 22$ Ом. Вольтамперная характеристика диода показана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В.



- 1) Найти ток через резистор R_1 при разомкнутом ключе K .
- 2) При каких значениях R_3 ток потечет через диод при замкнутом ключе K ?
- 3) При каком значении R_3 мощность тепловых потерь на диоде будет равна $P_D = 3$ Вт?

5. Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$), плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси линзы OO_1 . Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии $4F/5$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $8F/5$ от линзы.



- 1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- 2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найти скорость изображения в этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

k - жесткость пружины.

 mg - положение равновесия

 x - в положении равновесия $mg = kx$

 Δx - амплитуда.

 $A = \frac{mg}{k}$

$m\ddot{x} = -kx$

 $\ddot{x} + \left(\frac{k}{m}\right)x = 0$

 $x = A \sin(\omega t + \varphi) = \frac{mg}{k} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

 $v_x = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = \frac{mg}{k} \omega \cos(\omega t + \varphi)$

 $a_x = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{mg}{k} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

если модули ускорений равны

 $\frac{mg}{k} \omega^2 |\sin(\omega t_1)| = \frac{mg}{k} \omega^2 |\sin(\omega t_2 + \varphi)|$

 $|\sin \omega t_1| = |\sin(\omega t_2 + \varphi)|$

 $\sin(\omega t_1) = \sin(\omega t_2 + \varphi)$

 $\omega t_1 = \omega t_2 + \varphi$

 $2,5 k x_1 = k x_2$

 $2,5 x_1 = x_2$

 $2,5 x_1 = A \sin(\omega t_1)$

 $x_2 = A \sin(\omega t_1 + \varphi)$

$ma = kx_1 + mg$

 $ma = k(x_1 + x_2 + x) - mg$

 $2,5 k x_1 = k(x_1 + x_2 + x)$

 $ma = -kx_1 + mg = 2,5 k x_1 - mg$

 $3,5 k x_1 = 2mg \Rightarrow \frac{7}{2} k x_1 = 2mg$

 $x_1 = \frac{4mg}{7k}$

Пружина растянута

Пружина отклоняется от положения равнове-
сия на $A - x_1 \neq 0$ в первом случае, когда в одном
из случаев)

$$A - x_1 = \frac{mg}{k} - \frac{4mg}{4k} = \frac{3mg}{4k} \text{ по модулю}$$

$$\frac{3mg}{4k} = A \sin(\omega t)$$

$$ma = -kx = -k \left(-\frac{3mg}{4k} \right)$$

$$ma = k \frac{3mg}{4k}$$

$$a = \frac{3}{4}g \text{ — ответ} \quad a = \frac{3}{4} \cdot 9,8 = 7,35 \text{ м/с}^2$$

$$\frac{a^2}{a_{\max}^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$$

А ускорения равны по модулю $\Rightarrow$ скорости
равны $\Rightarrow$ кинетические энергии равны. ответа

Максимальная энергия деформации пружины
будет, когда шарик в самом низу, т. е. $x = A$

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k x_{\max}^2$$

$$x = A \Rightarrow v = 0$$

$$E_{\max} = \frac{k(\Delta x + A)^2}{2} = \frac{k(2A)^2}{2} = 2kA^2 = 2k \left(\frac{mg}{k} \right)^2 = \frac{2m^2 g^2}{k}$$

$E_{\text{кин}}$ кинетическая максимальна в положении
равновесия.

Найдём её из 3.С7.

$$E_k - E_{\text{м}} = A_{\text{вн}} + Q_{\text{тр}} = 0$$

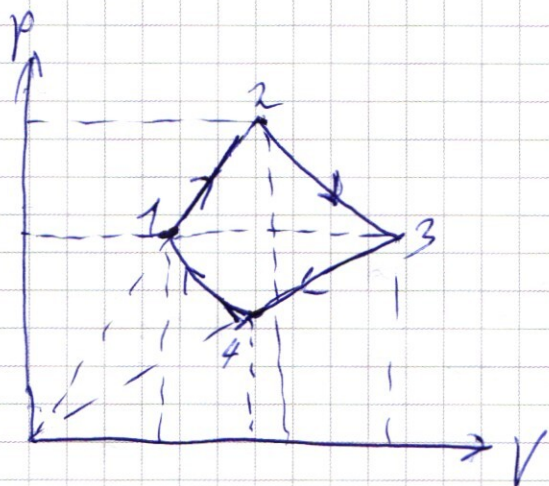
$$\frac{mv_{\max}^2}{2} + \frac{kA^2}{2} - mgA = 0$$

$$A = \frac{mg}{k}$$

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = mgA - \frac{kA^2}{2} = \frac{m^2 g^2}{k} - \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m^2 g^2}{2k}$$

$$\frac{E_{\max \text{ пруж}}}{E_{\max \text{ кин}}} = \frac{\frac{2m^2 g^2}{k}}{\frac{m^2 g^2}{2k}} = 4 \text{ — ответ №3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N2

~~1-2 изотермическая, м.к.~~
~~Р линейно зависит от V,~~
~~а процесс 2-3-4 проходит через (0,0),~~
~~аналогично в 3-4~~

$$P = \frac{RT}{V}$$

Если P линейно зависит от V , то теплоёмкость такого процесса $\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}R = R$

$$\delta Q_{\text{проц}} = \delta A_2 + \frac{1}{2} \delta R dT \quad d(PV) = R dT$$

$$\delta Q = P dV + \frac{1}{2} d(PV)$$

Это можно понять из уравнения политропы

$$PV^n = \text{const}$$

$$n = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{\frac{1}{2}R + R - \frac{1}{2}R}{\frac{1}{2}R} = 1$$

$$n = -1$$

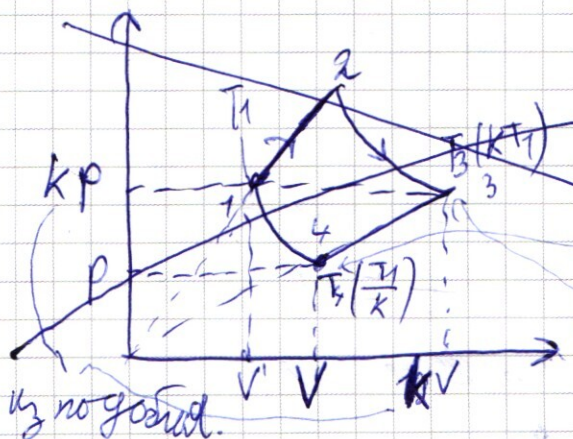
$$P = \text{const} \cdot V$$

$$\frac{C_p - C_v}{C_v} = -1$$

$$C_p - C_v = R = C + C_v$$

$$C = \frac{C_p + C_v}{2} = \frac{\frac{1}{2}R + R + \frac{1}{2}R}{2} = R$$

на 3 пункта



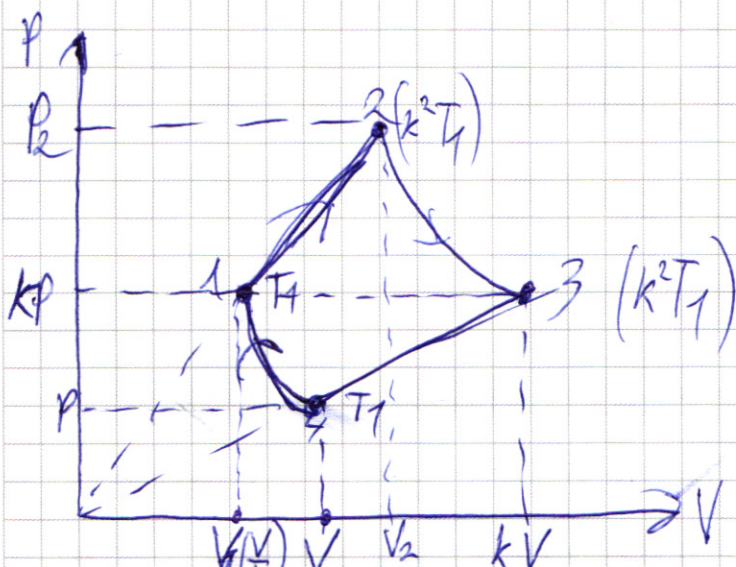
$$Q_{\text{проц}} = 2R(T_2 - T_1)$$

$$RT_4 = PV$$

$$RT_3 = k^2 PV$$

$$RT_1 = kPV \Rightarrow T_1 = kT_4 \Rightarrow T_3 = kT_1$$

$$T_3 = k^2 T_4$$



$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 19 \\ \hline 152 \\ + 15 \\ \hline 361 \end{array}$$

м.к. $P = \text{const} \cdot V$, то $P_1 = P_3 = kP$

$$k^2 PV = \nu RT_3$$

$$PV = \nu RT_1 \Rightarrow T_3 = k^2 T_1 \Rightarrow T_2 = k^2 T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{T_3}{k^2}$$

$$\nu RT_1 = kPV$$

$$V_1 = kV \frac{T_1}{T_3} = kV \cdot \frac{1}{k^2} = \frac{V}{k}$$

$$\nu RT_1 = kP \cdot \frac{V}{k}$$

используем

$$\frac{P_2}{kP} = \frac{V_2}{V/k} = \frac{V_2 k}{V}$$

$$P_2 = \frac{V_2 k^2 P}{V}$$

$$P_2 V_2 = \nu R k^2 T_1$$

$$\frac{V_2^2 k^2 P}{V} = k^2 \nu RT_1$$

или

$$\nu RT_1 = kPV_1$$

$$V_1 = \frac{V}{k}$$

Таким образом $P_2 = n \cdot kP$
 $V_2 = n \cdot \frac{V}{k}$ (из линейной зависимости)

$$P_2 V_2 = \nu R k^2 T_1$$

$$n^2 VP = \nu R k^2 T_1$$

$$\text{м.к. } PV = \nu RT_1$$

$$n^2 = k^2 \Rightarrow n = k, \text{ т.е.}$$

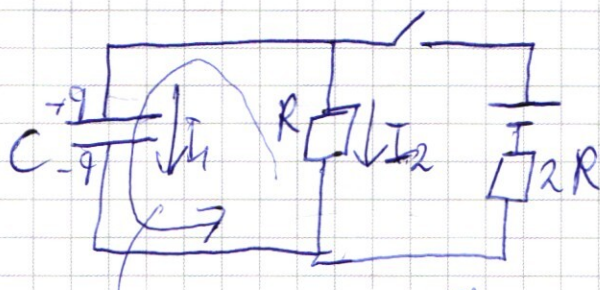
$$V_2 = kV_1 = k \frac{V}{k} = V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V}{V/k} = 1 \text{ — объем не изменился}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) Сразу после замыкания ключа.



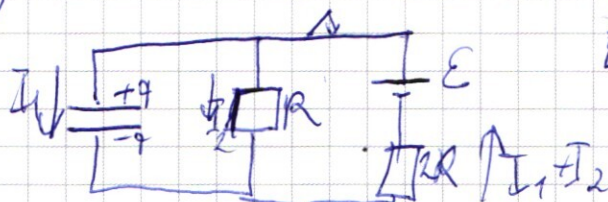
U - напряжение на конденсаторе.

Закон Кирхгофа

$$I_2 R = \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow U_R = I_2 R = 0$$

напряжение на R
 $N = \frac{d(\frac{q^2}{2C})}{dt} = \frac{q}{C} \cdot I = UI$

2)



N_{max} когда мощность $N = UI$
~~аккумулятора~~

$$I_1 = \frac{N}{U}$$

$$\frac{q}{C} = U = \mathcal{E} - 2rI$$

~~$\mathcal{E} - 2rI$~~

$$\frac{q}{C} = I_2 R \Rightarrow I_2 = \frac{q}{RC}$$

$$\mathcal{E} = I_2 R + 2R(I_1 + I_2)$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + 2R(I_1 + \frac{q}{RC})$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + 2RI_1 + \frac{3q}{C} = \frac{3q}{C} + 2RI_1$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E} - \frac{3q}{C}}{2R}$$

$$\frac{N}{U} = \frac{\mathcal{E} - \frac{3q}{C}}{2R} \Rightarrow N = \frac{\mathcal{E}U}{2R} - \frac{3U^2}{2R}$$

N_{max} при $\frac{\mathcal{E}}{2R} - \frac{3U}{2R} = 0$, т.е. $U = \frac{\mathcal{E}}{3}$ на 2 пункт.

$N_{max} = \frac{\mathcal{E}U}{2R} - \frac{3U^2}{2R}$ ответ на 3 пункт.

$$N_{max} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \cdot \frac{\mathcal{E}}{3} - \frac{3}{2R} \cdot \frac{\mathcal{E}^2}{9} = \frac{\mathcal{E}^2}{12R} - \frac{\mathcal{E}^2}{24R} = \frac{\mathcal{E}^2}{24R}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C U^2 \right)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{29 \cdot I}{2C} = \frac{4 \cdot I}{C} = U$$

N 4

Напряжение на R_1

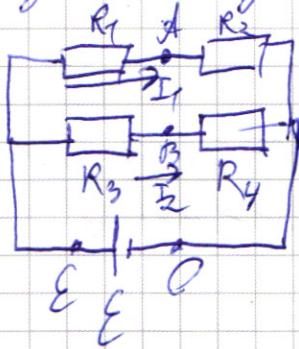
$$U_{R_1} = I_1 R_1 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ В}$$

ответ на 1.

Рассмотрим замкнутый

контур, когда ключ не

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{5+6} = 2 \text{ А}$$



$$I_1 (R_1 + R_2) = E \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{5+6} = 2 \text{ А}$$

$$I_2 (R_3 + R_4) = E \Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{12}{R_3 + 22}$$

$$\varphi_A = E - I_1 R_1 = E - \frac{E R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\varphi_B = E - I_2 R_3 = E - \frac{E R_3}{R_3 + R_4}$$

чтобы ток протекал по узлу снизу,

чтобы $\varphi_B - \varphi_A \geq U_0$

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{E R_1}{R_1 + R_2} - \frac{E R_3}{R_3 + R_4} \geq U_0$$

$$\frac{12 \cdot 1}{5+1} - \frac{12 R_3}{R_3 + 22} \geq 1$$

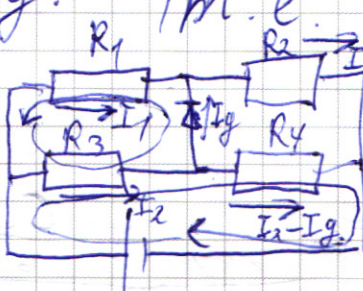
$$\frac{12 R_3}{R_3 + 22} \leq 1$$

$$12 R_3 \leq R_3 + 22$$

$$R_3 \leq 2 \text{ Ом}$$

ответ на 2

3) Мощность на диоде $P = U_0 I_g$, где I_g - ток через диод.



$$I_g = \frac{P}{U_0}$$

(I_2 и I_1 - другие токи в ветвях 1 и 2)

$$E = I_2 R_3 + (I_2 - I_g) R_4$$

$$I_1 R_1 + U_0 = I_2 R_3$$

Продолжение на странице 11

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\varepsilon = I_2 R_3 + (I_2 - I_g) R_4 \quad \text{and} \quad I_1 R_1 + U_0 = I_2 R_3 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 R_1 + U_0}{R_3}$$

$$\varepsilon = I_2 (R_3 + R_4) - I_g R_4 \Rightarrow \varepsilon =$$

$$\varepsilon = \frac{(I_1 R_1 + U_0) (R_3 + R_4)}{R_3} - I_g R_4$$

$$\frac{(\varepsilon + I_g R_4) R_3}{R_3 + R_4} - U_0 = I_1 R_1$$

$$I_2 = \frac{I_1 R_1 + U_0}{R_3} = \frac{(\varepsilon + I_g R_4) R_3}{R_3 + R_4} + U_0 \bigg/ R_3$$

$$\varepsilon = I_1 R_1 + (I_1 + I_g) R_2 = I_1 (R_1 + R_2) + I_g R_2 =$$

$$= \frac{(\varepsilon + I_g R_4) R_3}{R_3 + R_4} - U_0 (R_1 + R_2) + I_g R_2$$

~~$$\varepsilon = \frac{I_g R_2}{R_1 + R_2} (R_3 + R_4) + U_0$$~~

$$\frac{(\varepsilon + I_g R_4) R_3}{R_3 + R_4} = \frac{(\varepsilon - I_g R_2) R_4}{R_1 + R_2} + U_0$$

$$(\varepsilon + I_g R_4) R_3 = \left(\frac{(\varepsilon - I_g R_2) R_4}{R_1 + R_2} + U_0 \right) (R_3 + R_4)$$

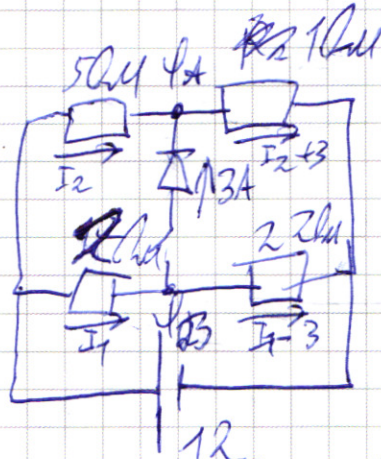
$$R_3 (\varepsilon + I_g R_4) - \frac{(\varepsilon - I_g R_2) R_4}{R_1 + R_2} (R_3 + R_4) = U_0 (R_3 + R_4)$$

$$R_3 = R_4 \left(\frac{(E - I_g R_2) R_4}{R_1 + R_2} + U_0 \right) = \frac{22 \left(\frac{12 - 3 \cdot 1 \cdot 22}{5 + 1} + 1 \right)}{\frac{E + I_g R_4 - \frac{(E - I_g R_2) R_4}{R_1 + R_2} - U_0}{12 + 3 \cdot 22 - \frac{(12 - 3 \cdot 22)}{5} - 1}} =$$

$$= \frac{22 \left(\frac{3}{2} \cdot 22 + 1 \right)}{11 + 66 - \frac{3}{2} \cdot 22} = \frac{22 \cdot 34}{44} = 17$$

ответ на 3.

Проверим.



$$12 = 5I_2 + I_2 + 30 = 6I_2 + 30$$

$$12 = 5I_2 + I_2 + 3 \Rightarrow 6I_2 = 9$$

$$I_2 = \frac{3}{2} A$$

$$12 = I_1 \cdot 17 + 22(I_1 - 3) = 39I_1 - 66$$

$$78 = 39I_1 \Rightarrow I_1 = 2 A$$

$$U_A = I_2 \cdot 5 = \frac{15}{2}$$

$$U_B = 17 \cdot 2 = 34$$

$$5I_2 + I_2 + 3 = 12 \quad I_2 = \frac{3}{2}$$

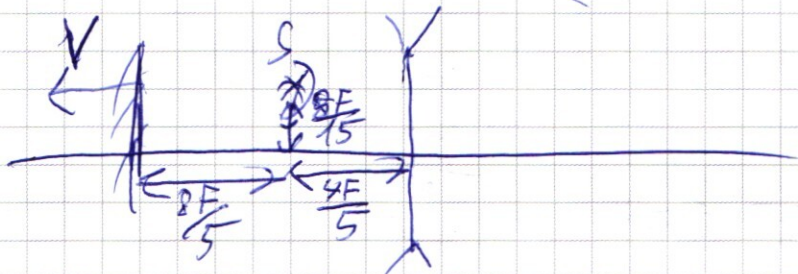
$$2I_1 + 22(I_1 - 3) = 12$$

$$24I_1 = 78$$

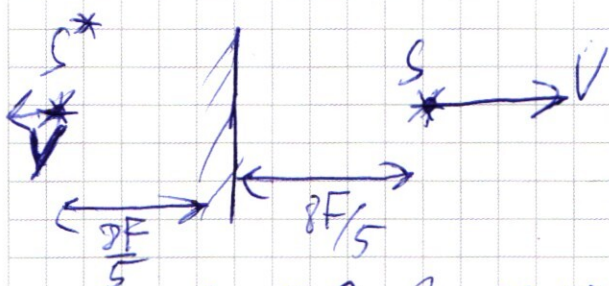
$$I_1 = \frac{78}{24} = \frac{13}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

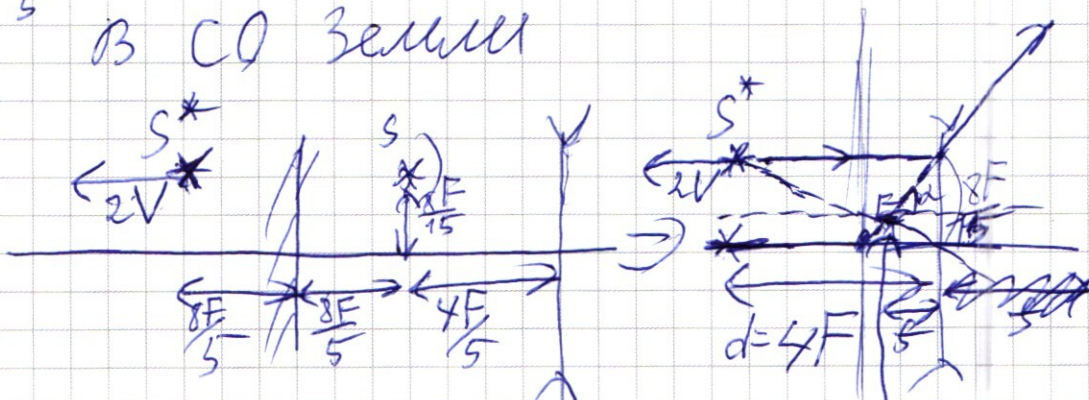
N5



В СО ~~по~~ зеркала



В СО Земли



S^{**} - мнимый, прямой, уменьшенный S^{**}

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{4F} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{F} = \frac{5}{4F} = \frac{1}{4F/5} \Rightarrow \boxed{f = \frac{4F}{5}} \Rightarrow \Gamma = \frac{f}{d} = \frac{4F}{5F} \cdot \frac{1}{4F/5} = \frac{1}{5}$$



$$h = \frac{8F}{15} \cdot \Gamma = \frac{8F}{15} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8F}{75}$$

$$\text{tg} \alpha = \left(\frac{8F}{15} - \frac{8F}{75} \right) / \left(\frac{4F}{5} \right) = \left(\frac{8F}{3} - \frac{8F}{15} \right) / 4F = \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = 8/15} \quad \text{ответ на 2}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$U_{11} = 1 \cdot 2V = \frac{1}{25} \cdot 2V = \frac{2V}{25}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$\cos^2 \alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{64}{225} + 1}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17}$$

$$U = \frac{U_{11}}{\cos^2 \alpha}$$

$$U_{11} = 1 \cdot 2V = \frac{2V}{25}$$

$$U = \frac{2V}{25} \cdot \frac{17}{15} = \frac{34V}{25 \cdot 15} = \frac{34V}{375}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 25 \\ \hline 15 \\ \hline 125 \\ + 15 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$U = \frac{34}{375} V \approx \frac{1}{11} V \approx 0,1V$$

ответ на 3

$$\frac{34}{375} \approx \frac{1}{11}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

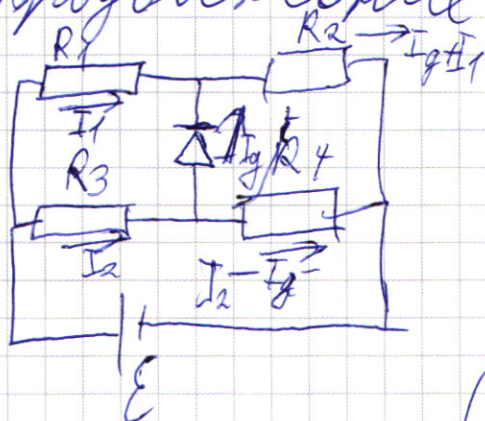
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 12
(Нумеровать только чистовики)

Прогнозирование задачи 4



///

$$E = I_1 R_1 + (I_g + I_1) R_2$$

$$E = I_2 R_3 + (I_2 - I_g) R_4$$

$$E = I_1 (R_1 + R_2) + I_g R_2$$

$$E = I_2 (R_3 + R_4) - I_g R_4$$

$$I_1 = \frac{E - I_g R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{E + I_g R_4}{R_3 + R_4}$$

$$-I_1 R_1 + I_2 R_3 = U_0$$

$$\frac{E + I_g R_4}{R_3 + R_4} \cdot R_3 - \frac{E - I_g R_2}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = U_0$$

$$\frac{12 + 3 \cdot 22}{R_3 + 22} \cdot R_3 - \frac{12 - 3 \cdot 1}{5 + 1} \cdot 5 = 1$$

$$\frac{48 R_3}{R_3 + 22} - \frac{11}{2} = 1$$

$$\frac{48 R_3}{R_3 + 22} = \frac{11}{2}$$

$$156 R_3 = 11 R_3 + 242$$

$$145 R_3 = 242$$

$$R_3 = \frac{242}{145}$$

$$48 R_3 = \frac{11}{2} R_3 + 22 \cdot \frac{11}{2}$$

$$(48 \cdot 2 - 11) R_3 = 22 \cdot 11$$

$$R_3 = \frac{22 \cdot 11}{156 - 11} = \frac{22 \cdot 11}{139} = \frac{374}{139} \approx 2.69$$

$$R_3 \approx 1.6$$

ответ
на 3

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 22 \\ \hline 22 \\ + 220 \\ \hline 242 \\ - 374 \\ \hline -132 \\ - 132 \\ \hline -264 \\ - 264 \\ \hline -528 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 242145 \\ - 37411 \\ \hline 204734 \\ - 204734 \\ \hline 0 \end{array}$$