Олимпиада «Физтех» по физике,

Класс 11

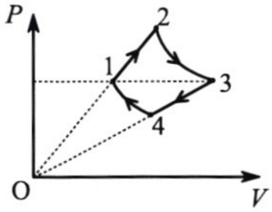
Вариант 11-06

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Шарик подвешен в поле тяжести на легкой упругой пружине с неизвестной жесткостью. Шарик поднимают вверх до положения, когда пружина не деформирована, и отпускают. При дальнейшем движении шарика вдоль вертикали в некоторые моменты времени силы, действующие на шарик со стороны пружины, отличаются в 2,5 раза, а модули ускорений равны.

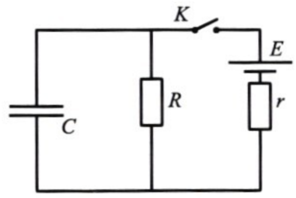
1) Найти модуль ускорения в эти моменты.
2) Найти отношение кинетических энергий шарика в эти моменты.
3) Найти отношение максимальной энергии деформации пружины к максимальной кинетической энергии шарика.

2. Идеальный одноатомный газ из состояния 1 с температурой T_1 расширяется в процессе 1-2 прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V. Затем газ расширяется в изотермическом процессе 2-3, сжимается в процессе 3-4 прямо пропорциональной зависимости давления от объема и сжимается в изотермическом процессе 4-1. В процессе 3-4 объем газа уменьшается в $k = 1{,}9$ раза. Давления газа в состояниях 1 и 3 равны.



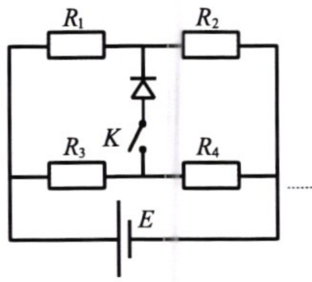
1) Найти температуру газа в процессе 2-3.
2) Найти отношение объемов газа в состояниях 2 и 4.
3) Найти молярную теплоемкость газа в процессе 3-4.

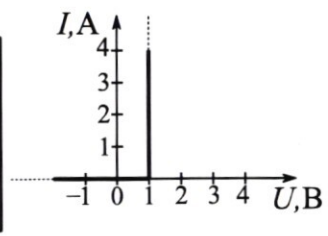
3. В электрической цепи (см. рис.) все элементы идеальные, конденсатор не заряжен. Величины E, R, C известны, $r = 2R$. Ключ К на некоторое время замыкают, а затем размыкают, когда скорость роста энергии конденсатора максимальна.



1) Найти напряжение на резисторе R сразу после замыкания ключа.
2) Найти заряд конденсатора непосредственно перед размыканием ключа.
3) Найти максимальную скорость роста энергии, запасаемой конденсатором.

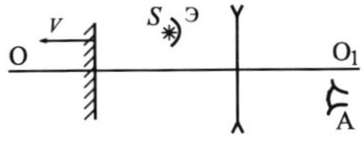
4. В цепи используется мостовая схема (см. рис.). ЭДС идеального источника $E = 12$ В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_4 = 22$ Ом. Вольтамперная характеристика диода показана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В.





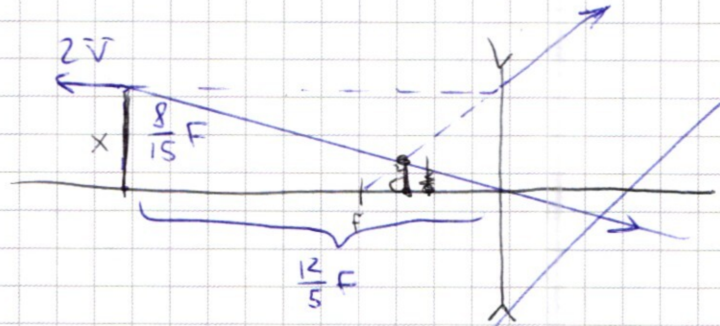
1) Найти ток через резистор R_1 при разомкнутом ключе К.
2) При каких значениях R_3 ток потечет через диод при замкнутом ключе К?
~~3)~~ При каком значении R_3 мощность тепловых потерь на диоде будет равна $P_D = 3$ Вт?

5. Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $-F\ (F > 0)$, плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси линзы OO$_1$. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO$_1$ и на расстоянии $4F/5$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO$_1$. В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $8F/5$ от линзы.



1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2) Под каким углом α к оси OO$_1$ движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3) Найти скорость изображения в этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Изменение продольного расстояния если

$$\frac{f}{d} = \frac{y}{x} \quad ; \frac{d}{dt} ;$$

$$\dot{d}\frac{f^2}{d^3} - \frac{f}{d^2}\dot{d}) = \frac{\dot{f}}{d} - \frac{f}{d^2}\dot{d} = \dot{y}\frac{1}{x} \text{ ; т.к. } x - \text{const}$$

$2V$

$$= \dot{d}\left(\frac{f}{d^2}\right)\left[\frac{f^2}{d^2} - 1\right]$$

$$\frac{f^2}{d^3}\dot{d} - \frac{2\cancel{F}\cdot 2V}{\frac{12}{5}\cancel{F}\frac{12}{5}F} = \dot{y}\frac{1}{x} \quad ; -\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}\Big| \frac{d}{dt}$$

$$\frac{\dot{d}}{d^2} = \frac{\dot{f}}{f^2}$$

$$\left(\frac{2\cancel{F}}{\frac{12}{5}\cancel{F}}\right)^2 \frac{1}{\frac{12}{5}F}\cdot 2V - \frac{5}{3}\frac{V}{\frac{12}{5}F} = \dot{y}\frac{1}{\frac{8}{15}F}$$

$$\Rightarrow \dot{f} = \frac{f^2}{d^2}\dot{d}$$

$$\frac{1}{\frac{12}{5}\cancel{F}}\left[\left(\frac{5}{6}\right)^2 2V - \frac{5}{3}V\right] = \dot{y}\frac{1}{\frac{8}{15}\cancel{F}} = \dot{y}\frac{15}{8}$$

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{12}_3}\left[\frac{25}{36}V\cdot 2 - \frac{5}{3}V\right] = \dot{y}\frac{\cancel{15}\,3}{\cancel{8}\,2} \Rightarrow \frac{9}{2}\dot{y} = \frac{25}{18}V - \frac{45}{18}V$$

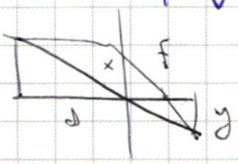
$=$

$$\dot{d}\,\frac{f}{d^2}\left[\frac{f^2}{d^2}-1\right]=\dot{y}\,\frac{1}{x}$$

$$2v\,\frac{2F}{\left(\frac{12}{5}F\right)^2}\left[\left(\frac{2F}{\frac{12}{5}F}\right)^2-1\right]=\dot{y}\,\frac{1}{\frac{8}{15}F}$$

$$4v\cdot\frac{25}{12^2\cdot \cancel{F}}\left[\left(\frac{5}{6}\right)^2-1\right]=\dot{y}\,\frac{15}{8\cancel{F}}$$

$$4v\,\frac{\cancel{25}^{5}}{12^2}\,\frac{-1}{6}\cdot\frac{11}{6}=\dot{y}\,\frac{\cancel{15}^{3}}{8}$$



$$\dot{y}=-\frac{8\cdot4\cdot5\cdot11}{36\cdot36\cdot3}v=-\frac{110}{9\cdot9\cdot3}v$$

$$\frac{f}{y}=\frac{d}{x}$$

$$\boxed{\frac{f}{d}=\frac{y}{x}}$$

$$\dot{y}=-\frac{110}{273}v$$

$\mathcal{D}$ т.к. $\dot{f}=\frac{f^2}{d^2}\dot{d}$

$$=\frac{5}{6}\,2v=\frac{5}{3}v$$

$$\Rightarrow\quad v_{\text{из.}}=\sqrt{\dot{f}^2+\dot{y}^2}=v\sqrt{\frac{25}{9}+\left(\frac{110}{273}\right)^2}$$

$$v_{\text{из.}}=v\sqrt{\frac{1}{9^5}}\cdot\sqrt{25\cdot9^4+110^2}\;\Leftarrow\;v\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{110^2}{9^5}}$$

$$=\frac{v}{3^5}\cdot\sqrt{33105+12100}\;\approx\;\frac{v}{3^5}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t)$

$= U \cdot I = \frac{dQ}{dt} =$

$-A\omega^2 \sin(\omega t) + \frac{k}{m}\cancel{A\sin(\omega t)} + \frac{k}{m}B \cancel{- g = 0}$

$ma = mg - kx$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x - g = 0$

$B = \frac{mg}{k}$

$x = \frac{2mg}{k}$

$\Delta x = 0$

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ $\quad \frac{kx^2}{2} = \frac{4g^2m^2}{2k} \ge \frac{g^2m^2}{2k}$

$x_0 = 0; \quad x = A\overset{\cos}{\cancel{\sin}}(\omega t) + B$

$U_2 + 1$

I $\quad -ma = mg - kx_1$

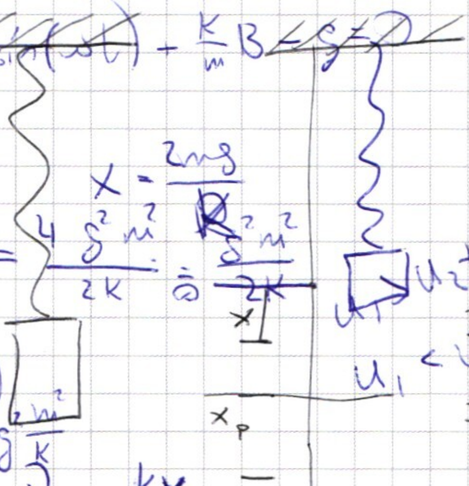
$U_1 < U_2 + 1$

$\upsilon = -A\omega \overset{\sin}{\cancel{\cos}}(\omega t)$

II $\quad -ma = mg - kx_2$

x

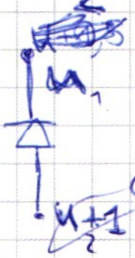
x_p



$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{g^2m^2}{k}$

~~$g = A\omega$~~

$\upsilon^2 = g^2 \frac{m}{k}$ $\quad \frac{kx}{2} = mg$



$x = A + B$

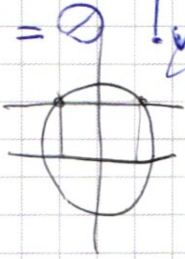
~~$a = g$~~

$A = -B$ $\quad \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx = 0$

$a - g =$

$-a - g =$

$A = -\frac{mg}{k}$



$\frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = mgx$

$g - a = \frac{k}{m}x_1$

$\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

$g + a = \frac{k}{m}x_2$

$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{k(x_p + \Delta x)^2}{2} = mg(x_p + \Delta x)$

$\upsilon = \frac{mg}{k}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$P_D = U_D I_D$

$\frac{g+a}{g-a} = 2,5$

$= g\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\quad \frac{m\upsilon_2^2}{2} + \frac{k(x_p - \Delta x)^2}{2} = mg(x_p - \Delta x)$

$g + a = 2,5g - 2,5a$

$\upsilon_1 = -\frac{mg}{k}\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

$=$

$3,5a = 1,5g$

$x = -\frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{mg}{k}$

$\frac{7}{2}a = \frac{3}{2}g$

$a = \frac{mg}{k}\frac{k}{m}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) = g\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

$\boxed{a = \frac{3}{7}g}$

$\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t_1\right) = -\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t_2\right)$

$=$

$a = g\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t_1\right)$

$-a = g\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t_2\right)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$206^2 =$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2}$ $\quad \frac{P_1}{P_4} = \frac{V_3}{V_4}$ $\quad 207^2$, $\times 207$, 1479, 414, 42849 $\quad V_4^2 = V_1 V_2$ $\quad 215^2 \times 215$, 1075, 215, 630, 225

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_3}{V_2}$ $\quad 205^2 \times 205$, 1025 $\quad \frac{P_4}{P_1} = \frac{V_1}{V_4}$ $\quad \times 206$, 206, 1236 $\quad V_2 = V_4$

$\times 110$, 110 $\quad \frac{P_1}{P_2} = 42025 \Rightarrow \frac{\ }{P_1}$ $\quad 4P_4 = P_2 \cdot P_4$ $\quad 42436$ $\quad 33105$ $\quad \times 6561$, 25

$\times 225$, 64 $\quad 205^2 \cdot$ $\quad \frac{P_1}{V_1} = k$ $\quad 33105$

$\frac{q}{C} = 289 - IR$ $\quad P_2 V_2 = R\nu T_2$ $\quad \frac{P_2}{V_2} = k$

$P_1 V_1 = R\nu T_1$

$\frac{q}{c} = \mathcal{E} + \frac{dq}{dt}R$ $\quad 200^2 = 40000$ $\quad$ Если 4, 8, 81, $\times 81$

$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightsquigarrow T_2 = T_1 ?$ $\quad 3^4 = 81^2$ $\quad 81$, 648, 6561 $\quad kV$

$\times 33105$, 12100 $\quad \cancel{120^2 = 14}$

$45205 \approx \frac{dQ}{dT} = c$ $\quad 25$ $\quad C_\nu = \frac{c}{\nu}$

$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 - 1 =$

$= -\frac{1}{6}\,\frac{11}{6}$ $\quad dQ = \frac{3}{2}R\nu\Delta T + dA$, $dA = pdV$

$= \frac{-11}{36}$ $\quad C_\nu = \frac{1}{\nu}\frac{dQ}{dT} = \frac{3}{2}R \times 241 + \frac{kV\,dV}{\nu\, dT}$

$\left(\frac{2F}{\frac{12}{5}F}\right)^2 - 1 =$

$\frac{1}{R_\Sigma} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ $\quad \times 15$, 15, 75, 15, 225, $+16$, 241 $\quad = \frac{3}{2}R + \frac{kR\, dV^2}{d(R\nu T)} = \frac{3}{2}R + \frac{kR\, d(pV)}{d(R\nu T)}$

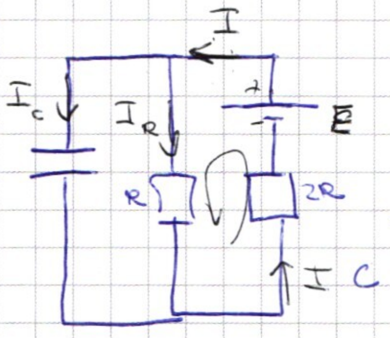
$= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$ $\quad \frac{2F}{\left(\frac{12}{5}F\right)^2}$ $\quad 361$, 280 $\quad = \frac{3}{2}R + kR$

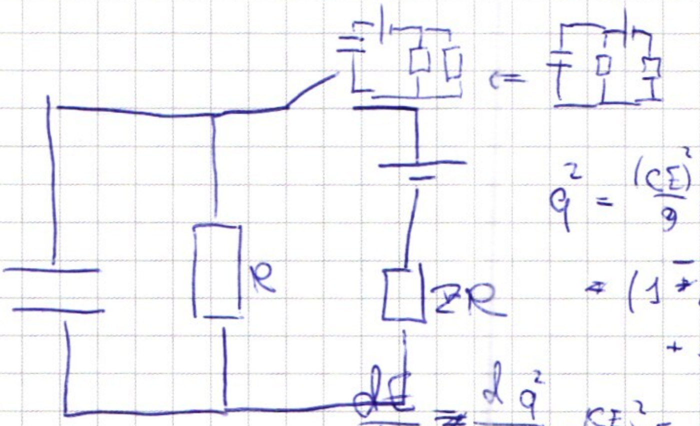
$190 + 90 + 81$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$q^2 = \frac{(CE)^2}{9}\left(1 - 2e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} + e^{-\frac{3t}{RC}}\right)$

$\frac{dq^2}{dt} = \left(\frac{CE}{9}\right)^2 \left[3e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} - 3e^{-\frac{3t}{RC}}\right]$

$R(I - I_c)t$

$-\ln(2) - \frac{3}{2}\frac{t}{RC} = -\frac{3}{1}\frac{t}{RC}$

$2RC\ln(2) = 3t$

$E = 2RI + RI_R = \frac{q}{C}$

$\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} = e^{-\frac{3t}{RC}}$

$I = I_R + I_c$

$dE_k = \frac{dq^2}{C}$

$t = \frac{2RC\ln(2)}{3}$

$\frac{dE_k}{dt} = P = \frac{q}{C}I = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{C}\right)$, $I = \frac{dq}{dt}$

$\boxed{t = \frac{2}{3}RC\ln(2)}$

$3q = CE\left(1 - e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}\right)$

$E = 3RI - R\frac{dq}{dt} \cdot 2/R$

$E = \frac{q}{C} + 2RI \cdot 3/R$

$e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} = \frac{CE - 3q}{CE}$

$E_k = \frac{q^2}{2C}$

$2\frac{E}{R} = 6I - 2\frac{dq}{dt}$

$3\frac{E}{R} = 3\frac{q}{RC} + 6I$

$\frac{d}{dt}\frac{dq^2}{dt} = \frac{2q\,dq}{dt}$

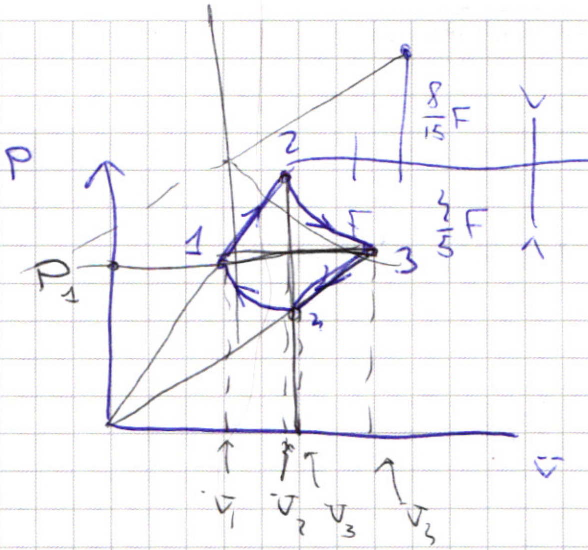
$\boxed{\frac{E}{R} = 3\frac{q}{RC} + 2\frac{dq}{dt}}$

$\frac{dt}{RC} = \frac{2}{3q - CE}dq$

$\frac{t}{RC} = -\frac{2}{3}\ln\left(\frac{CE - 3q}{\cancel{3q - CE}}\right)\Bigg|_{q(0)=0}^{q(t)}$

$= \frac{CE - 3q}{RC} = 2\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{1}{RC}dt = \frac{2}{CE - 3q}dq$

$\cancel{\Delta(v_k^2 - v_н^2)} = \Delta v^2 = (v + \Delta v)^2 - v^2 = \Delta v \cdot 2v = 2v\Delta v$



$$P_1 = K_1$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{P_1}{P_4} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\begin{cases} P_1 V_2 = P_2 V_1 \\ P_2 V_2 = P_1 V_3 \\ P_1 V_4 = P_4 V_3 \\ P_4 V_4 = P_1 V_1 \end{cases}$$

$$P_1 V_1 = R \nu T_1$$

$$V_3 = 1{,}9\, V_4$$

$$\frac{P_1}{P_4} = 1{,}9$$

$$1{,}9 = \frac{P_1}{P_4} = \frac{V_4}{V_1}$$

$$\Rightarrow \quad V_1 \cdot 1{,}9 = V_4$$

$$V_1 \cdot (1{,}9)^2 = 1{,}9\,(V_4) = V_3$$

$$P_1 V_2 = P_2 V_1 \qquad \frac{P_1 V_2 = P_2 V_1}{P_1 V_3 = P_2 V_2}$$

$$P_2 V_2 = P_1 V_3$$

$$V_2^2 = V_1 V_3$$

$$V_2^2 = V_1^2 \cdot (1{,}9)^2$$

$$\boxed{V_2 = V_1 \cdot 1{,}9}$$

$$\frac{1{,}9\, V_4 = V_3}{V_2 = V_1 \cdot 1{,}9}$$

$$\frac{V_4}{V_2} = \frac{V_3}{V_1 (1{,}9)^2} = 1$$

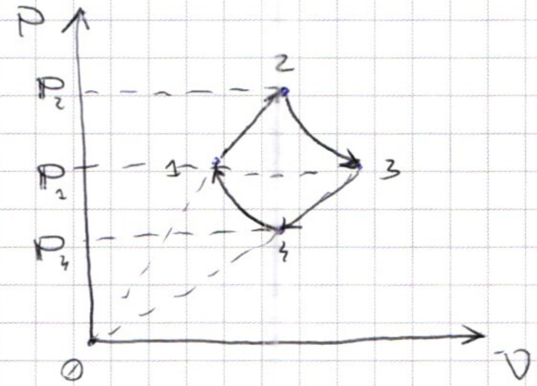
МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2



По закону Менделеева–Клапейрона:

$$PV = \nu RT.$$

Т.к. в процессах 2–3 и 4–1 – изотермы, то т.к. T – const, то:

$$P_2V_2 = P_3V_3 \quad и \quad P_4V_4 = P_1V_1$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_3}{V_2} \xLeftarrow{P_1 = P_3} \frac{P_2}{P_3} = \frac{V_3}{V_2} \quad ; \quad \frac{P_4}{P_1} = \frac{V_1}{V_4}$$

(индексы есть обозначения, в какой точке газ имеет такое давление, объём)

Т.к. в 1–2 и 3–4 давление и объём находятся в прямом соотношении, то

$$\left.\begin{matrix} P_3 = k_2V_3 \\ P_4 = k_2V_4 \end{matrix}\right| \left.\begin{matrix} P_1 = k_1V_1 \\ P_2 = k_1V_2 \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

, аналогично с 3–4 $\frac{P_1}{P_4} = \frac{V_3}{V_4}$

Получаются следующие уравнения:

$$\frac{P_1}{P_4} = \frac{V_3}{V_4} \; ; \; \frac{P_4}{P_1} = \frac{V_1}{V_4} \; ; \; \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_3}{V_2} \; ; \; \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Перемножая соотв. пары получаем

$$\circledast\quad 1 = \frac{V_3 V_1}{V_4^2} \quad ; \quad 1 = \frac{V_3 V_1}{V_2^2}$$

$$\Downarrow$$

$$V_4^2 = V_1 V_3 = V_2^2 \Rightarrow \boxed{V_2 = V_4}$$

По условию $V_3 = 1{,}9 \cdot V_4 = kV_4$

$\circledast$

$$\Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} = k \Rightarrow V_4 = kV_1$$

$$V_2 = kV_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = k$$

Распишем уравнение идеального газа для 1 и 2

$$P_1 V_1 = R\nu T_1$$

$$P_2 V_2 = R\nu T_2$$ ← температура на 2-3

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \frac{V_1 \cdot V_1}{V_2 \cdot V_2} = \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 T_1$$

$$\boxed{T_2 = k^2 T_1}$$

По второму закону термодинамики (для 3-4)

$$\Delta Q = \Delta U + P\Delta V \quad ; \quad U = \frac{3}{2} R\nu T$$

Но $C_\nu = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot \frac{1}{\nu}$ т.к. одноатомный

$\frac{1}{2}\Delta V^2$

$$C_\nu = \frac{1}{\nu}\frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} R \cancel{\nu \Delta T}}{\cancel{\nu \Delta T}} + \frac{k_2 V \Delta V}{\nu \Delta T} \quad ; \quad P = k_2 V$$

$$V\Delta V = \frac{1}{2}\Delta V^2$$

$$= \frac{3}{2}R + \frac{k_2 R \Delta V^2}{2R\nu\Delta T} = \frac{3}{2}R + \frac{R\Delta(k_2 V^2)}{2R\nu\Delta T} = \frac{3}{2}R + R\frac{\Delta(PV)}{2R\nu\Delta T}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{3}{2}R + \frac{R}{2}\frac{\Delta(R\nu T)}{\Delta(R\nu T)} = \frac{3}{2}R + \frac{1}{2}R = \boxed{\cancel{\tfrac{5}{2}R}\ 2R}$$

$$\boxed{2R}$$

~~$19 \cdot 19 = 171 + 19 \cdot 10 = 361$; $19(10+9) = 190 + 9(10+9)$~~

Т.к. $T_2 = k^2 T_1 = T_1 \cdot (1,9)^2$

$$= 3,61 \cdot T_1$$

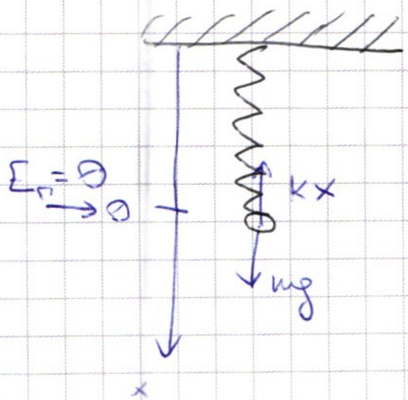
$$\frac{V_2}{V_3} = 1 \quad ; \quad c_\nu = \cancel{\frac{5}{2}R}\ 2R$$

Ответ: 1) $T_2 = 3,61 \cdot T_1$

2) $\frac{V_2}{V_3} = 1$

3) $c_\nu = \cancel{\frac{5}{2}R}\ 2R$

Задача N1



По второму закону Ньютона для шарика:

$$m\vec{a} = -k\vec{x} + m\vec{g}$$

⊛ $Ox: \ ma = mg - kx$

Если рассмотреть два этих момента, то т.к. a по модулю равно, то:

$$ma = mg - kx_1 \quad ; \quad \cancel{kx_1}$$

$$-ma = mg - kx_2$$

~~Т.к.~~ При делении на m отношение сил упругости не изменяется

$$a = g - \frac{k}{m}x_1 \qquad \Rightarrow \qquad g - a = \frac{k}{m}x_1$$
$$-a = g - \frac{k}{m}x_2 \qquad\qquad g + a = \frac{k}{m}x_2$$

Следовательно, $k\frac{x_2}{m} > \frac{k}{m}x_1 \Rightarrow \frac{kx_2}{kx_1} = 2{,}5$

$$\boxed{a = \frac{3}{7}g}$$

$$\frac{g+a}{g-a} = \frac{kx_2}{kx_1} = 2{,}5$$

$$g + a = 2{,}5g - 2{,}5a$$

$$\frac{7}{2}a = \frac{3}{2}g$$

Т.к. * — есть обычное уравнение гармонических колебаний, то

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) + B$$

$$\frac{dx}{dt} = v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{dv}{dt} = a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$$

Т.к. в $t = 0$ $v = 0$, то

$$0 = A\omega\cos(\varphi) \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2},$$ без потери общности $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \quad x = A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + B = -A\cos(\omega t) + B$$

$$v = A\omega\sin(\omega t)$$

$$a = A\omega^2\cancel{\sin}\cos(\omega t) \quad ; \quad ma = mg - kx$$

$$mA\omega^2\cancel{\sin}\cos(\omega t) = mg + kA\cos(\omega t) - kB$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

А максимальную скорость определим из полученной формулы:

$t=0$
$x=0$ $\Rightarrow$ $0 = -A\cos(0) + B$

$$A = B \Rightarrow A = \frac{mg}{K}$$

$$v = A\omega\sin(\omega t) \qquad \sin(\omega t) \text{ – максимальна} = 1$$

$$v_м = A\omega =$$

$$= \frac{mg}{K}\sqrt{\frac{K}{m}}; \qquad v_м^2 = g^2\frac{m}{K}$$

$$= g\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad E_{км} = \frac{mv_м^2}{2} = \frac{g^2m^2}{2K})$$

макс. энергия деф. пружины

$$A\ E_{пм} = \frac{Kx_м^2}{2} = \frac{K}{2}\left(\frac{2mg}{K}\right)^2 = \frac{4(mg)^2}{2K}$$

$$\frac{E_{пм}}{E_{км}} = \frac{\frac{4(mg)^2}{2K}}{\frac{(mg)^2}{2K}} = 4$$

Ответ:

1) $\frac{3}{7}g = a$

2) $1:1$, т.е. $\frac{\frac{mv_1^2}{2}}{\frac{mv_2^2}{2}} = 1$

3) $\frac{E_{пм}}{E_{км}} = 4$

$\Rightarrow \exists\, \omega t = \frac{\pi}{2}$

$$0 = mg - kB \to B = \frac{mg}{k}$$

т.к. уравнение верно $\forall t$

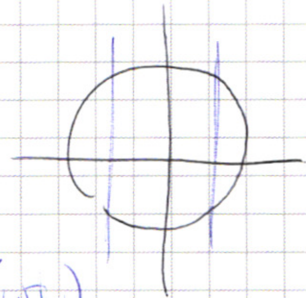
$$mA\omega^2 \cancel{\cos(\omega t)} = k\cancel{A}\,\cancel{\cos(\omega t)}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Т.к. в данные моменты a отличаются знаком, ~~так~~ что:

$$\cos(\omega t_1) = \cos(\omega t_2)\cdot(-1)$$

Тогда, $\sin(\omega t_1) = \pm \sin(\omega t_2)$



$$\Rightarrow \upsilon_1 = A\omega\sin(\omega t_1)$$

$$\upsilon_2 = A\omega\sin(\omega t_2) = \pm A\omega\sin(\omega t_1)$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \pm\upsilon_2,\ \text{то}\ \upsilon_1^2 = \upsilon_2^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{m\upsilon_1^2}{2} = \frac{m\upsilon_2^2}{2}}$$

~~По закону сохранения энер~~

Рассмотрим энергию тележки:

$$E = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx$$

т.к. так расположен нуль пот. энергии (в положении)

т.к. более сил нет, то

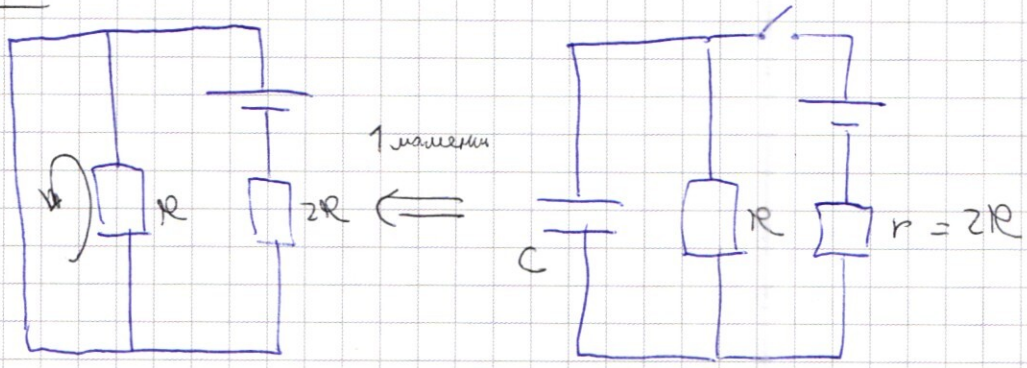
E — const, а т.к. в $t=0$ $\upsilon = 0$, $x = 0$, то $\boxed{E = 0}$

Когда натяжение максимально $\upsilon = 0$

$$\Rightarrow \frac{kx_m^2}{2} = mgx_m \Rightarrow x_m = \frac{2mg}{k}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

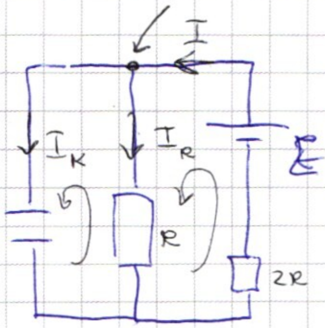
Задача №3



В первый момент после замыкания ключа заряд на конденс не успел накопиться ⇒

⇒ падения напряжения нет, и по II закону Кирхгофа:

$$U = RI = 0 \Rightarrow \boxed{U = 0}$$



По II закону Кирхгофа:

$$\mathcal{E} = 2RI + RI_R$$

$$RI_R = \frac{q}{C}$$

По I-ому: $I = I_R + I_K$, $I_K = \frac{dq}{dt}$

$$\mathcal{E} = 2RI_R + 2RI_K + RI_R$$

$$\mathcal{E} = 2R\frac{dq}{dt} + 3\frac{q}{C}$$

$$\frac{C\mathcal{E} - 3q}{2RC} = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{C\mathcal{E} - 3q} = \frac{dt}{2RC} \Rightarrow \int_{q(0)}^{q(t)} \frac{1}{C\mathcal{E} - 3q}\,dq = \int_{0}^{t} \frac{dt}{2RC}$$

Замечание: $\frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{3}Ln(CE-3q)\right) = -\frac{1}{3}\,\frac{1}{CE-3q}(-3) \Leftarrow= \frac{1}{CE-3q}$

$\Rightarrow -\frac{1}{3}Ln(CE-3q)$ — первообразная $\frac{1}{CE-3q}$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}Ln(CE-3q)\Big|_{q(0)=0}^{q(t)} = \frac{t}{2RC}$$

Рост энергии на конденсаторе есть:

$$\frac{dE_к}{dt} = U_к I_к = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right) = \frac{1}{2C}\frac{d}{dt}(q^2)$$

$$Ln\left(\frac{CE-3q}{CE}\right) = -\frac{3}{2}\,\frac{t}{RC}$$

$$\frac{CE-3q}{CE} = e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}$$

$$q = \frac{CE}{3}\left(1 - e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}\right)$$

$$q^2 = \frac{(CE)^2}{9}\left(1 - 2e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} + e^{-3\frac{t}{RC}}\right)$$

~~Будем $\tau = \frac{t}{RC}$~~

$$\frac{dE_к}{dt} = \frac{dq^2}{dt} = \frac{(CE)^2}{9}\left(3\frac{1}{RC}e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} - 3\frac{1}{RC}e^{-3\frac{t}{RC}}\right)$$

Для max. скорость роста максимальна, то "ускорение" — нуль

$$0 = \frac{d^2}{d^2t}q^2 = \frac{(CE)^2}{\cancel{9}(RC)^2}\left(\cancel{9}e^{-3\frac{t}{RC}} - \frac{\cancel{9}}{2}e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}\right)$$

$$e^{-3\frac{t}{RC}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}$$

$$-3\frac{t}{RC} = -Ln(2) - \frac{3}{2}\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{2RC\,ln(2)}{3}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$q = \frac{CE}{3}\left(1 - e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}}\right) =$$

$$= \frac{CE}{3}\left(1 - e^{-\cancel{\frac{3}{2}}\cancel{\frac{1}{RC}}\cdot\cancel{\frac{2}{3}}\cancel{RC}\ln(2)}\right) =$$

$$= \frac{CE}{3}\left(1 - e^{-\ln(2)}\right) = \frac{CE}{3}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{CE}{6}$$

$$\boxed{q = \frac{CE}{6}}$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{(CE)^2}{3RC}\left[e^{-\frac{3}{2}\frac{t}{RC}} - e^{-3\frac{t}{RC}}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \frac{(CE)^2}{3RC}\left[\frac{1}{2} - e^{-2\ln(2)}\right] = \frac{(CE)^2}{3RC}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{e^{\ln(4)}}\right)$$

$$= \frac{(CE)^2}{3RC}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] = \frac{(CE)^2}{12RC} = \boxed{E^2\frac{C}{12R}}$$

Ответ: 1) $\varnothing = u$

2) $q = \frac{CE}{6}$

3) $\frac{dE_k}{dt} = E^2\frac{C}{12R}$

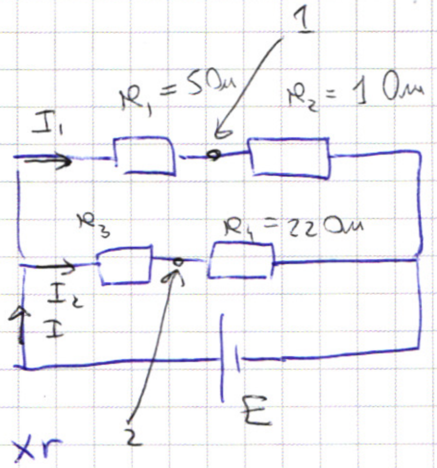
Задача №4

1)

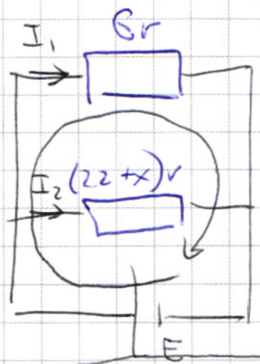
Если $r = 1$ Ом,

то $R_1 = 5r$, $R_2 = r$

$R_4 = 22r$, пусть $R_3 = xr$



$R_\Sigma = \sum_i R_i$ $\Downarrow$ т.к. последов. соединение



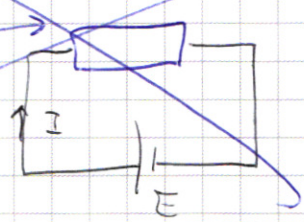
~~1) Для нижней схемы~~

$\cancel{I \frac{6(22+x)}{28+x} r = E}$

$\cancel{I = \frac{E}{r} \frac{28+x}{6(22+x)}}$

~~$\frac{1}{R_\Sigma} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ $\Downarrow$ т.к. параллельное соединение~~

$\cancel{\frac{6(22+x)}{28+x} r}$



II

1) По II закону Кирхгофа:

$I_1 6r = E$

$$\boxed{I_1 = \frac{E}{6r}}$$

2) Найдём разность потенциалов в точке 1 и в точке 2 (при закрытом диоде)

$$U_1 = I_1 \cdot r = \frac{E}{6}$$

$$U_2 = I_2 \cdot xr = \underbrace{I_2 r \cdot (22+x)} \frac{x}{22+x} = E \frac{x}{22+x}$$

По II закону Кирхгофа: $I_2 (22+x) r = E$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

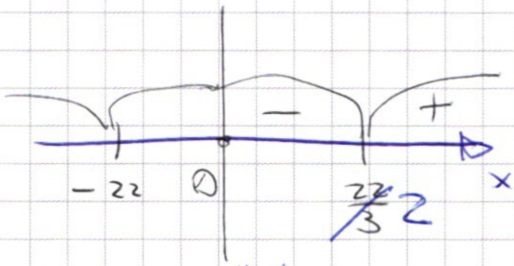
Т.к. диод закрыт, то

$\cancel{\frac{2}{3}} U_1 > U_2 + \cancel{1}$ — напряжение открытия

$\cancel{12+} \frac{E}{6} > E \frac{x}{22+x} + 1$, т.к. $E = 12$ В

$\cancel{12+} 2 > 12 \frac{x}{22+x} + 1$; $\quad \cancel{3}\,1 > 12 \frac{x}{22+x}$

$1 > \cancel{4}\,12 \frac{x}{22+x}$



$0 > \frac{\cancel{4}12x}{22+x} - \frac{22+x}{22+x}$

$0 > \frac{\cancel{3}11x - 22}{22+x}$

$x > 0$ т.к. не может быть $R < 0$

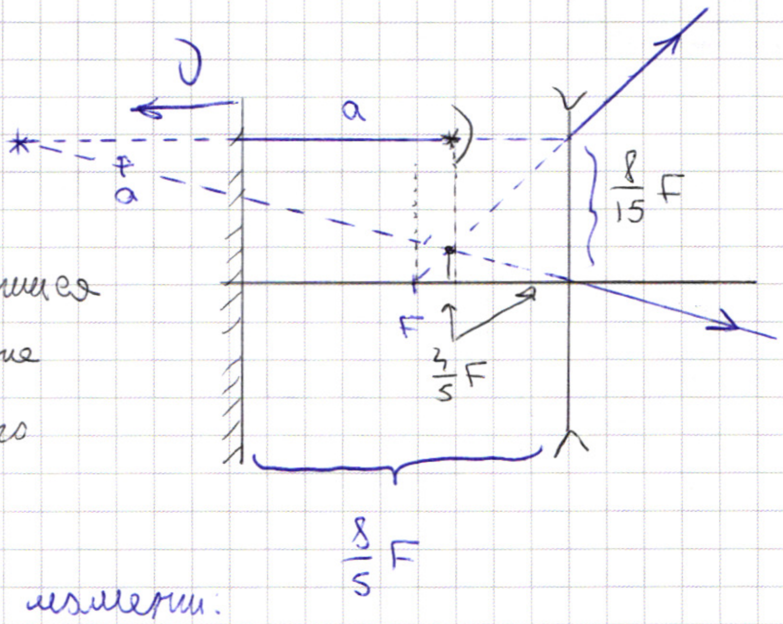
Получается, при $x \in [0; \cancel{\tfrac{22}{3}}\,2]$ — выполняется, т.е. диод закрыт, а если при $x > \cancel{\tfrac{22}{3}}\,2$ — диод открыт.

$R_3 \geq \cancel{\tfrac{22}{3}}\,2 r = \cancel{\tfrac{22}{3}}\,2$ Ом

<u>Ответ:</u> 1) $I = \frac{E}{6} = \cancel{1}\,2$ A

2) $R_3 > \cancel{\tfrac{22}{3}}\,2$ Ом

Задача N5



Зеркало имитирует источник, как будто он находится от неё на том же расстоянии, но по другую сторону.

Тогда, в этом моменте:

$$a = \frac{8}{5}F - \frac{4}{5}F = \frac{4}{5}F$$, тогда положение изображения источника от зеркала:

$$d = 2a + \frac{4}{5}F = \frac{12}{5}F$$

По формуле тонкой линзы, т.к. изображение мнимое, а линза – рассеивающая, то

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \qquad \left(\frac{5}{12} + 1\right)\frac{1}{F} = \frac{1}{f}$$

$$-\frac{1}{F} = \frac{5}{12}\frac{1}{F} - \frac{1}{f} \qquad \frac{17}{12}\frac{1}{F} = \frac{1}{f}$$

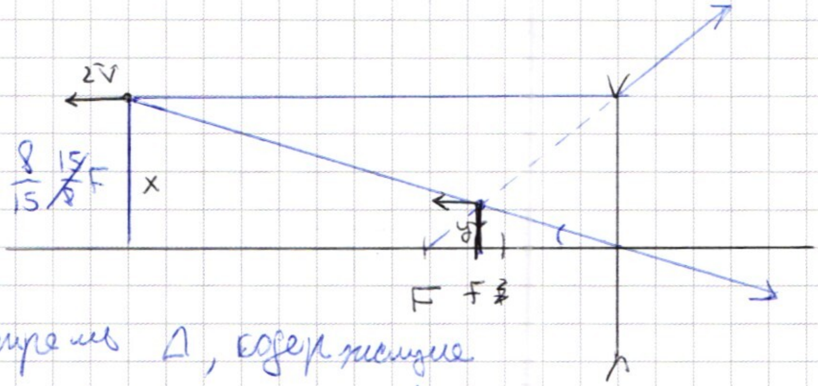
$$\boxed{f = \frac{12}{17}F}$$

$$\cancel{\frac{1}{f} = \frac{1}{2F} \Rightarrow \boxed{f = 2F}}$$

$$d = 2a + \frac{4}{5}F \Rightarrow \dot{d} = \upsilon = 2V$$

скорость изображения от зеркала.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Из Если рассмотрим Δ, содержащие f и y и Δ, сод. x и d, то легко заметим, что они подобны ⇒

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\cdot\Big|\ \frac{f}{d} = \frac{y}{x}\ ;\quad \text{А т.к. } -\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}\ \Big|\cdot\frac{d}{dt}$$

$$\frac{\dot f}{d} - \frac{f}{d^2}\cdot\dot d = \dot y\,\frac{1}{x} \qquad \frac{\dot f}{f^2} = \frac{\dot d}{d^2}$$

$$\dot d\,\frac{f^2}{d^2}\left[\frac{1}{d}\right] - \frac{f}{d^2}\,\dot d = \dot y\,\frac{1}{x} \qquad \dot f = \dot d\,\frac{f^2}{d^2}$$

$$\cancel{\dot f = 2V\left(\frac{5}{6}\right)^2}$$

$$\dot d\left[\frac{f^2}{d^2}\right]\left[\frac{1}{d} - \frac{1}{f}\right] = \dot y\,\frac{1}{x}$$

$$-\dot d\,\frac{f^2}{d^2}\,\frac{1}{F} = \dot y\,\frac{1}{x} \Rightarrow |\dot y| = \frac{x}{F}\,\frac{f^2}{d^2}\cdot\dot d$$

$$\cancel{|\dot y| = \frac{16}{15}\left(\frac{5}{6}\right)^2 V \Leftarrow \frac{\frac{8}{15}F}{F}\left(\frac{2F}{\frac{12}{5}F}\right)^2\cdot 2V}$$

$\dot y < 0$, т.к. изображение уменьшается

Из вевд $V_{из} = \sqrt{\dot y^2 + \dot f^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{16}{15}\right)^2 v^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 (2v)^2}$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 v \sqrt{\frac{16^2}{15^2} + 4^2} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 v \sqrt{\left(\frac{4}{15}\right)^2 \left[15^2 + 4^2\right]}$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \frac{4}{15} v \sqrt{225 + 16}$$

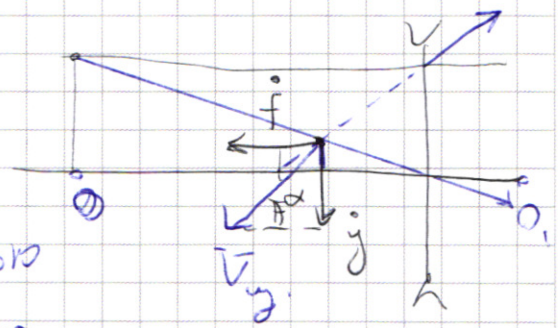
$$\dot y = -\frac{\frac{8}{15}F}{F}\left(\frac{\frac{12}{17}F}{\frac{12}{5}F}\right)^2 2v = -\frac{8}{15}\left(\frac{5}{17}\right)^2 2v$$

$$\dot f = \dot d \, \frac{f^2}{d^2} = 2v \cdot \left(\frac{5}{17}\right)^2$$

Из вевд $V_{из} = \sqrt{\dot y^2 + \dot f^2} = \left(\frac{5}{17}\right)^2 2v \sqrt{\left(\frac{8}{15}\right)^2 + 1}$

$$V_{из} = \frac{5^2}{\cancel{17^2}} \cdot 2v \cdot \frac{\cancel{17}}{\cancel{15}_{\,3}} \Leftarrow \left(\frac{5}{17}\right)^2 2v \cdot \sqrt{\frac{15^2 + 8^2}{15^2}}$$

$$\boxed{V_{из} = \frac{10v}{17 \cdot 3} = \frac{10}{51} v}$$



Угол между скоростью и осью определяется, исходя из рисунка, таким соотношением.

$$\tg\alpha = \frac{|\dot y|}{\dot f} = \frac{\frac{8}{15}\left(\frac{5}{17}\right)^2 \cancel{2v}}{\cancel{2v \cdot \left(\frac{5}{17}\right)^2}} = \frac{8}{15}$$

Ответ: 1) $f = \frac{12}{17}F$

3) $V_{из} = \frac{10}{51} v$

2) $\alpha = \arctg\left(\frac{8}{15}\right)$; $\tg\alpha = \frac{8}{15}$