

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что $64824 = 3^3 \cdot 4^4$. В связи с условиями задачи это означает два возможных набора цифр для двойного числа:

I. Три тройки, четыре семерки и одна единица. Действительно, тогда произведение цифр равно $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 64824$. Если пронумеровать все числа независимо, то существует $8!$ способов создать восьмизначное число. Кот.к. у нас есть 3 восьмизначных числа из одной тройки ("3") и четыре из другой ("4") необходимо разделить факториал на количество способов как упорядочить тройки, т.е. на $3!$ и на $4!$ соответственно. Итого $P_1(n) = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = 280$.

II Остаток девятка, две тройки, две единицы и четыре семерки.

Аналогично разбивая как в случае I, получаем, что

$$P_2(n) = \frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 420.$$

$$\text{Всего } P(n) = P_1(n) + P_2(n) = 280 + 420 = 700.$$

Ответ: 700 восьмизначных чисел.

Пусть:

№2

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 5x = 0.$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 (\sin 2x + \cos 2x) (\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 5x) = 0.$$

Данное выражение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, т. е.

$$\begin{cases} \sin 2x = -\cos 2x \\ \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = -\cos 5x \end{cases} \quad (1)$$

Заметим, что $\cos(5x + \pi) = -\cos 5x$.

попробуем подобрать углы углов.

Пусть, а также, что при $\sin 2x = 0$

$\cos 2x = \pm 1$, и при $\cos 2x = 0$ $\sin 2x = \pm 1$.

Тогда (1) равносильно:

$$\begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos(5x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k = 5x + 2\pi s, s \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k = -5x + 2\pi s, k, s \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi z, z \in \mathbb{Z}$$

$$4x = -\frac{5\pi}{4} + 2\pi z, z \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi z}{3}, z \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$x = -\frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi z}{4}, z \in \mathbb{Z}$$

Но при этом $x \in (3)$ $\sin 2x = 0$ или $\cos 2x = 0$, что не

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi z}{3}, z \in \mathbb{Z} \quad 2x = -\frac{\pi}{2}$$

Прим:

$$\cos 2x + \cos p = 2 \cos \frac{2+p}{2} \cos \frac{2-p}{2}$$

$$\sin 2x - \sin p = 2 \sin \frac{2-p}{2} \cos \frac{2+p}{2}$$

$$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} (\cos(2 - \frac{\pi}{4}))$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi z}{4}, z \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \frac{\ln(xy^2)}{\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases} \quad w/3.$$

1) Распишем ^{верхнюю} часть системы. Пусть
Прологарифмируем обе части по основанию e , предварительно заменив ОДЗ. (Это возможно, т.к.
 $x^2 \ln(xy^2)$ — число ~~то~~ положительное при $x \in \text{ОДЗ}$.)

$$\ln(-y) \left(\ln\left(-\frac{x}{y}\right) \right) = 2 \ln(xy^2) (\ln x). \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ:} \\ x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

Приведем выражение 1 к удобному виду, используя
правила логарифмирования:

$x++$ — из-за отрицательности
и св-ва логарифма.

$$\ln(-y) (4 \ln x - \ln(-y)) = 2 (\ln x + 2 \ln(-y)) (\ln x). \quad (2)$$

Пусть $\ln(-y) = a$, $\ln x = b$. Тогда преобразуем выражение (2).

$$a(4b - a) = 2(b + 2a)(b)$$

$$4ab - a^2 = 2b^2 + 4ab$$

$$2b^2 - 5ab + a^2 = 0.$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$2b^2 + a^2 - 3ab = 0.$$

$$(2b - a)(b - a) = 0. \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = \frac{a}{2} \\ b = a. \end{cases} \quad (3)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

н/ч

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x. \end{cases}$$

Заметим, что при $x < 0$ равенств нет, т.к.

$$\begin{cases} y > 4 \cdot 3^{28} \quad (3^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}) \\ y \leq 93. \end{cases}$$

Противоречие, т.к. $4 \cdot 3^{28} > 93$.

Значит нас интересуют $x \in (0; +\infty)$. Заметим, что при $x=0$ функция $f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$ равна $f(0) = 1 + 4 \cdot 3^{28}$, а функция $g(x) = 93 + (3^{28} - 3)x$ равна $g(0) = 93$, т.е. при $x=0$

$g(x) < f(x)$. Нам нужно, чтобы $g(x) \geq f(x)$. (По условию)

Заметим две вещи, срывая нам всевозможные x :

1) Рассмотрим $g'(x)$ и $f'(x)$:

$$f'(x) = 3^x \ln 3 \quad (\text{По правилу дифференцирования})$$

$$g'(x) = 3^{28} - 3. \quad \text{Заметим, что при } x \in (0; 28) \text{ функции}$$

$g'(x)$ возрастает быстрее чем функция $f(x)$, поэтому

если в какой-то момент x функции $f(x)$ растёт быстрее.

2) $f(4) = g(4)$ и $f(31) = g(31)$. (Это нетрудно проверить, вводя функцию). Это значит (следствие из п.1), что $f(x) \leq g(x)$ при $x \in [5; 30]$.

и/у (продолжение)

найден минимальное значение при $x=5$, а далее найдем алгоритм.

$$y \rightarrow 3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 3 \cdot 31 + 3^{28} \cdot 5 - 15 = 3^{28} \cdot 5 + 3 \cdot 26. \text{ Т.к. и } y \in \mathbb{Z}, \text{ то количество}$$

равно разности. Минимального y и максимального y :

$$\Delta y_5 = y_{\max} - y_{\min} = 3^{28} \cdot 5 + 3 \cdot 26 - (3^5 + 4 \cdot 3^{28} + 1) = 3^{28} - 166 = \Delta y_5$$

Построим алгоритм, при переходе от $n \in \mathbb{N} [5; 29]$ к $n+1$

$\in [6; 30]$ $y_{\min}$ увеличивается на $3^{n+1} - 3^n = 3 + 2 \cdot 3^n$, а

$y_{\max}$ увеличивается на $3^{28} - 3$. Каждое пар (x, y) , удов.

условию задачи, можно считать так: это количество

y и $y_{\min}$ y , подставляя для n (числа) y и $y_{\min}$ под-ва значения y , подставляя и n и $n+1$ $x \in [5; 30]$

$$\Delta y_5 = 3^{28} - 166.$$

$$\Delta y_6 = 3^{28} y_5 + 3^{28} - 3 - 2 \cdot 3^5$$

$$\Delta y_7 = y_6 + 3 y_5 + 3^{28} - 3 - 2 \cdot 3^6.$$

$$\Delta y_{30} = y_{29} + 3^{28} - 3 - 2 \cdot 3^{29}.$$

Мы получили рекуррентное соотношение. Заметим, что

сумму $y_5 + y_6 + y_7 + \dots + y_{30}$ можно представить как

$$25 y_5 + 25 \cdot 25 \cdot (3^{28} - 3) - 2(3^5 + 3^6 + 3^7 + \dots + 3^{29}).$$

Последнее слагаемое есть член геометрической прогрессии

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 (продолжение)

Нас, в частности, интересуют окружности с центрами в точках m, B и m, C . Заметим (из графика), что при $a < 49$ окружности (эти окружности в m, B и m, C) не пересекают квадрата, при $a = 49$ они касаются квадрата в точках $S \in \{-8; 8\}$ и $U \in \{-8; -8\}$ соответственно, и при $a > 49$ каждая из них пересекает квадрат в двух точках, т.е. решений ≥ 2 . Докажем, что при $a > 49$ будет всегда большее ^(крате $a = 289$) два решения:

В силу симметрии отн. осей Ox ясно, что (центры окружностей, m, B и m, C ~~и~~), что каждая точка пересечения квадрата этими окружностями могут совпадать лишь при единственном радиусе. Из графика и т. Пифагора видно, что ~~то~~ этот радиус равен $R = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$. (Смотря на рис. 2 $CM = R$), т.е. $a' = 17^2 = 289$.

Найдем ~~по~~ ^{меньше} ~~первый~~ $a_{\min}$, при которой окружности (центры в m, A и m, D будут касаться квадрата, и $a_{\max}$ (при этих же условиях) из графика видно, что $t_1 = AP$ (см. рис. 2) t_1 (по т. Пифагора) равен $t_1 = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{113} \Rightarrow a_{\min} = 113 = t_1^2$.

№5 (продолжение)

2) Графики градиент функции, удовлетворяющей условию $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 6$ являются четырьмя окружностями (или частями окружностей, ограниченных осями Ox и Oy) с центрами в точках $A \{8; 15\}$, $B \{-8; 15\}$, $C \{-8; -15\}$ и $D \{8; -15\}$ и радиусами $R = \sqrt{6}$.
 - ^{интервал} ^{изучим}
 Картина графиков в ^{интервал} ^{изучим} зависимости и ^{изучим} ^{изучим} его:

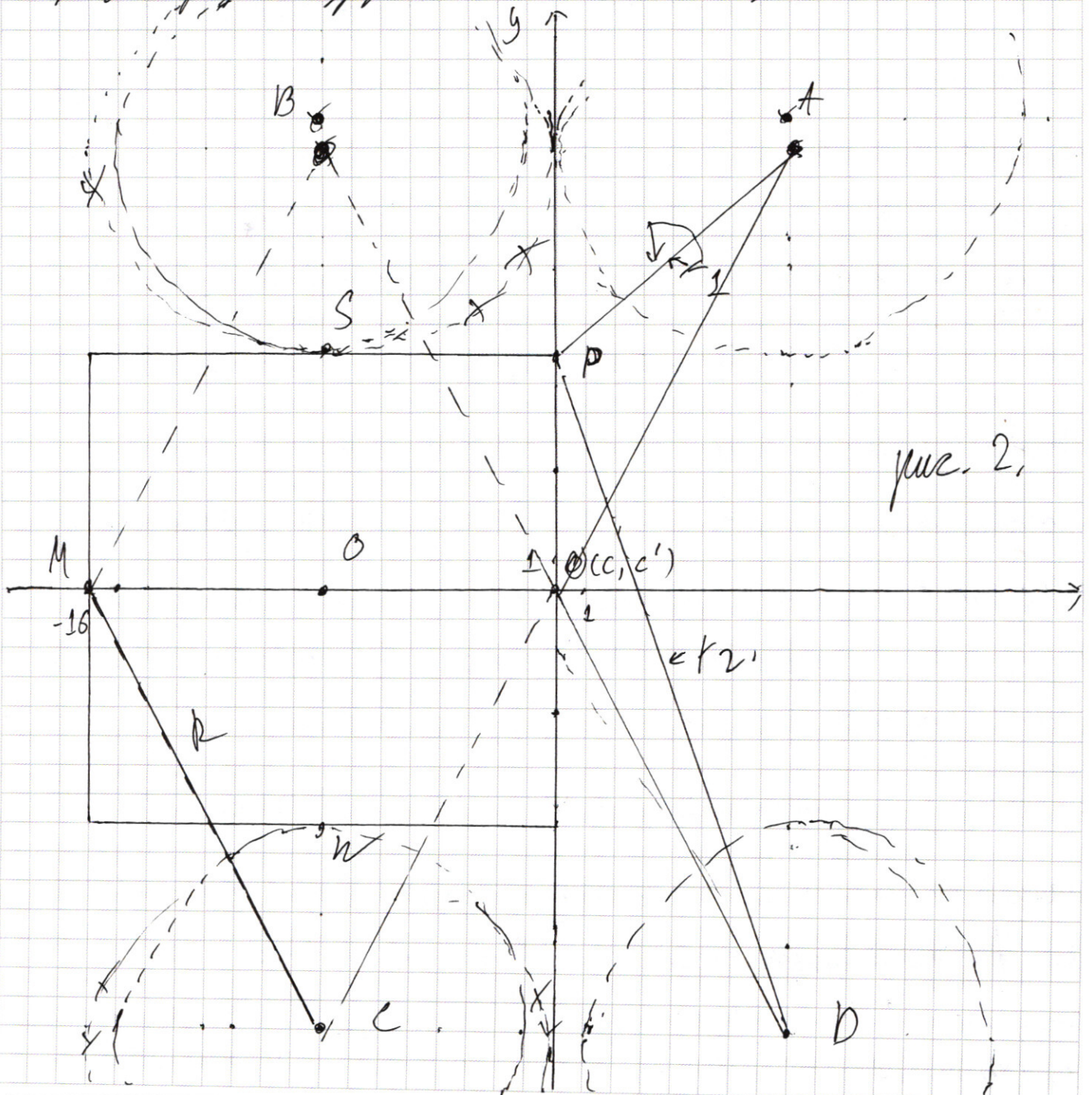
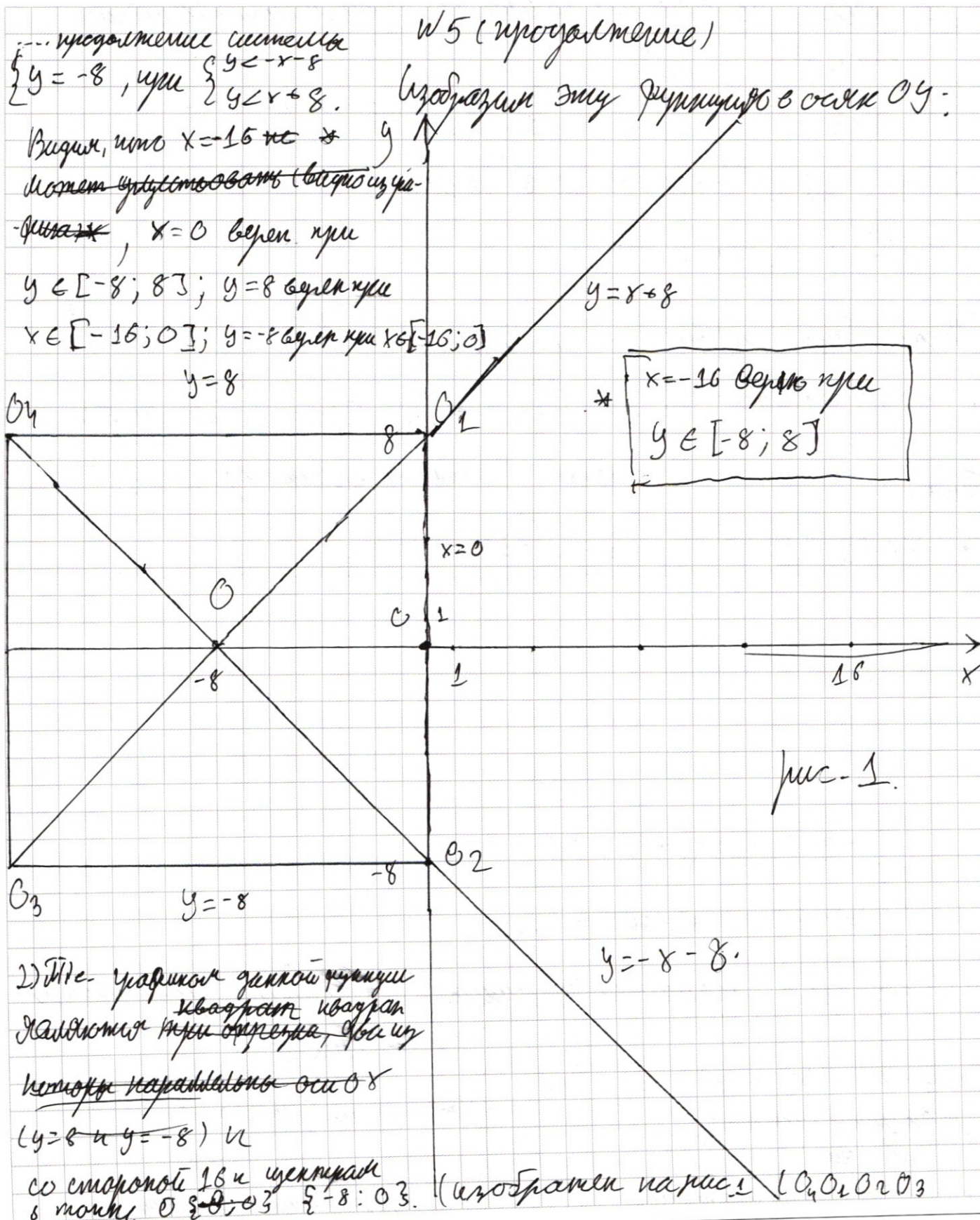


рис. 2.

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 9
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№4 (продолжение)

с начальным первым членом $a_1 = 3^5$ и коэффициентом (исходным) прогрессии $q = 3$. Всего членов у нас 25, так что, сумма данной прогрессии будет равна (по формуле суммы геометрической прогрессии):

$$S_1 = \frac{3^5(1-3^{25})}{1-3} = \frac{3^5(3^{25}-1)}{2} = \frac{3^{30}}{2} - \frac{3^5}{2}. \text{ Тогда } 2S_1 = 3^{30} - 3^5$$

$$26 \cdot y_5 = 26 \cdot (3^{28} - 166) = 26 \cdot 3^{28} - 4136$$

$$25 \cdot (3^{28} - 3) = 25 \cdot 3^{28} - 45$$

$$\text{Тогда общая сумма } S' = 2S_1 + 26 \cdot y_5 + 25(3^{28} - 3) = (3^{30} - 3^5) + (-243 - 4136 - 45) = 3^{28} \cdot 60 - 4454 = 3^{29} \cdot 20 - 4454.$$

Пусть:

Ответ: S' - какой-то целый нар ($x; y$)

$$* x \in [5; 30] \quad S = 3^{29} \cdot 20 - 4454.$$

№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a. \end{cases}$$

1) Изобразим графически функцию $f(x)$, которая удовлетворяет

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16; \quad f(x): \begin{cases} x=0, \text{ при } \begin{cases} y > -x-8 \\ y < x+8 \end{cases} \\ x=16, \text{ при } \begin{cases} y < -x-8 \\ y > x+8 \end{cases} \end{cases}$$

... продолжение системы:

$$\begin{cases} y \leq 8, \text{ при } \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y > x+8 \end{cases} \end{cases}$$

... продолжение системы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

α $t_2 = \frac{DP}{\dots}$ (см. рис. 2) и по т. Пифагора

$$D't_2 = \sqrt{8^2 + (22)^2} = \sqrt{588} \Rightarrow \alpha_{\max} = t_2^2 = 588. \text{ Заметим,}$$

что $\alpha' \in (\alpha_{\min}; \alpha_{\max})$, т.е. при $\alpha' = 289$ окружности ^{вспомогательные} с центрами в т. А и т. В касаются квадрата в точках С и С'. Но из графика ясно, что точки т. В, т. С и т. С' совпадают, а это значит, что все четыре окружности пересекают (или касаются) квадрата в точках т. В и т. М $\{ -15; 8 \}$

$\{0; 0\}$. Тогда условие, что система имеет ровно два решения, выполняется при $\alpha = 49$ и $\alpha = 289$

Ответ: $\alpha = 49$ или $\alpha = 289$.

н/б.

Решение.

Дано:

$$R = 14$$

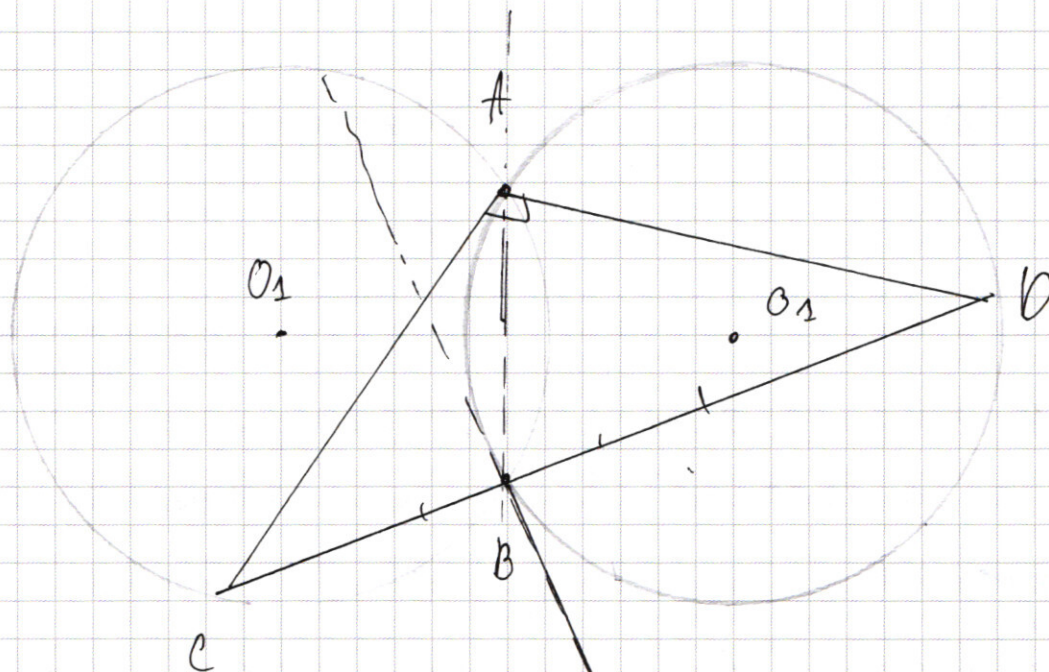
$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD; BC = 16$$

$$CF = ?; S_{ACF} = ?$$

✓6 (продолжение)

Также, связь переносимости к СВ происходит через м.м.



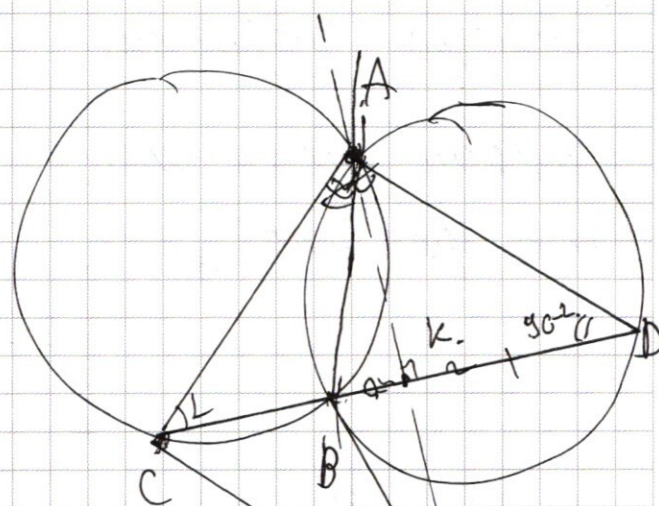
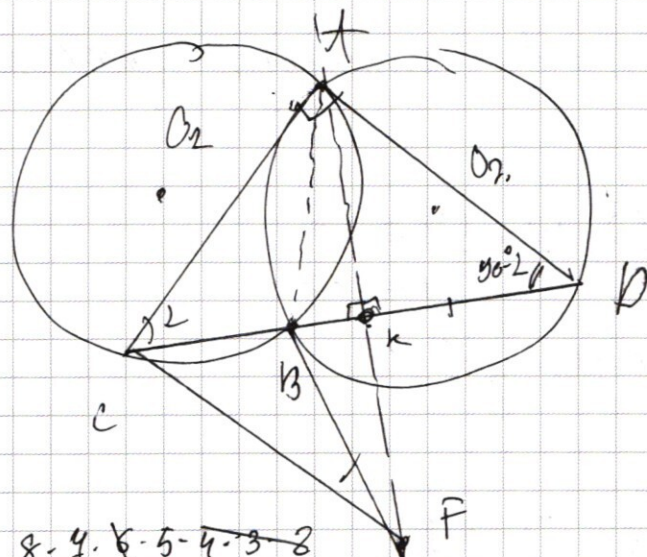
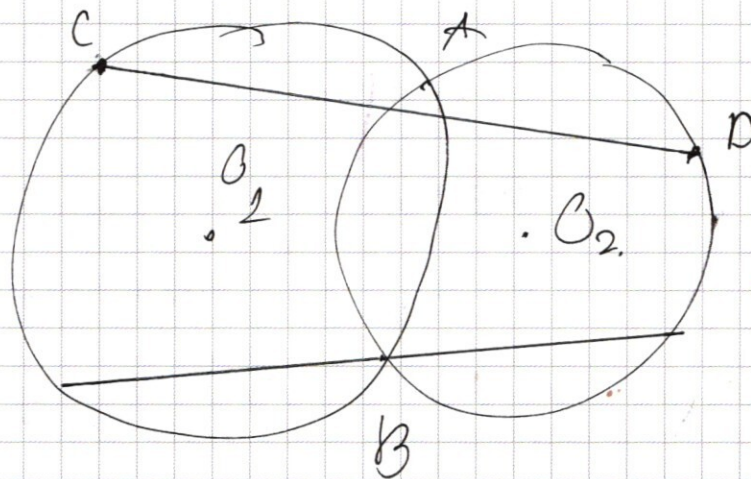
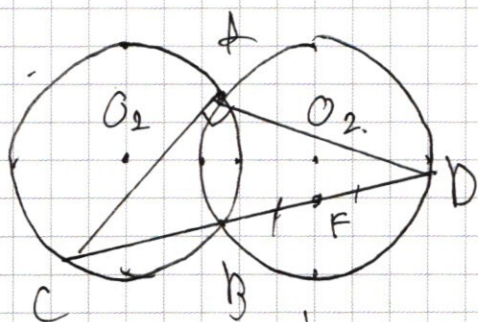
1). $\angle CAB = \angle BAC$, т.к. эти углы в равных окружностях опираются на равные отрезки $CB = BD$ по условию, радиусы также $r = 1$;
 $\Rightarrow \angle CAB = \angle BAC = 45^\circ$, т.к. $\angle CDB = \angle CAB + \angle BAC = 90^\circ$.

~~AB 2) AB - медиана в прямоугольном треугольнике
 $\Delta C \neq D \Rightarrow AB = CB = BD$ по свойству медианы в прямо-
 - угольном треугольнике.~~

3) $\triangle CAB$ (также можно $\triangle BAC$) — равнобедренный (т.е.) и угол при основании равен 45° (п.1) $\Rightarrow \triangle CAB$ — прямоугольный и равнобедренный, и $\angle ACB = \angle ABC$ (по аналогии) $= 45^\circ \Rightarrow \triangle CAB$ — прямоугольный равнобедренный.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

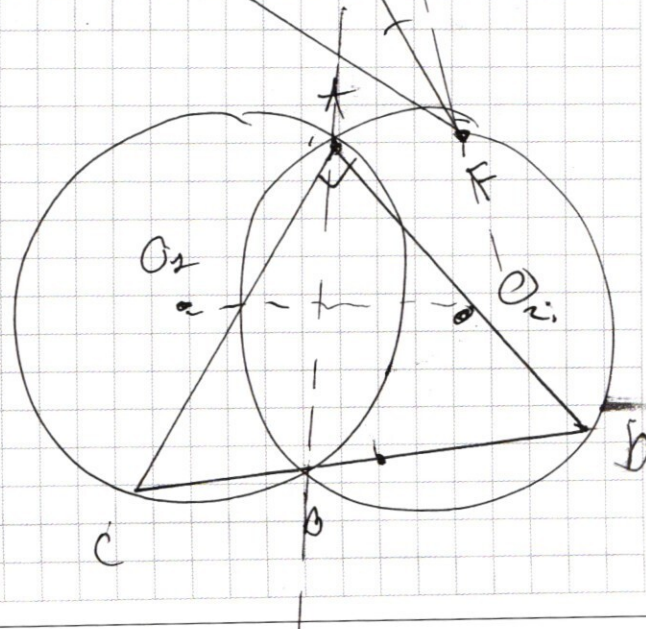
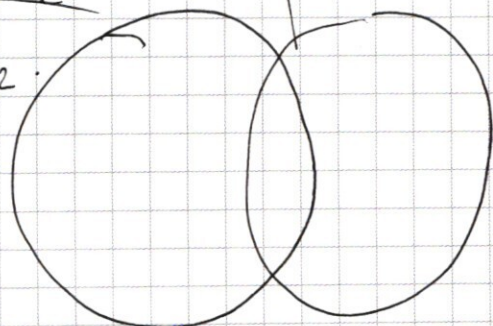
W/B.



8-4-6-5-4-3-2

4-3-2

48-4-2



$$\begin{array}{r}
 60 + 18 = 243 - 1. \\
 \begin{array}{r}
 33 \\
 \times 166 \\
 \hline
 26 \\
 1998 \\
 332 \\
 \hline
 4316
 \end{array}
 \end{array}$$

8

$$30 - 5 = 25.$$

$$4136 + 243$$

$$4329 + 45 \quad \sqrt{5}$$

$$\begin{cases}
 4454. & \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 0. \end{cases}
 \end{cases}$$

Изобразить графиком $f(x) = |x|$, который упрощает
верхнюю часть системы.

$$\text{это граф это } f(x): \begin{cases} x = 0, \text{ при } \begin{cases} y \geq -8 \\ y \leq 8 \end{cases} \\ x = 16 \text{ при } y \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 3^{31} + 4 \cdot 3^{28} = 3 \cdot 31 + 3^{28} \cdot 31 - 3 \cdot 31. \\
 3^{28} (24 + 4)
 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{array}{r} 64824 \overline{) 9} \\ 63 \\ \hline 18 \\ 17208 \\ \hline \end{array}$$

$$9 - 7203 = 3^3 \cdot 2401.$$

$$64824 = 3^4 \cdot 4 \cdot 1.$$

3^4 , это 3^4 , 3^4 ... 3^4 ... 3^4 ...

... ..

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 4} \\ 21 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 22 \\ 21 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$225 - 64 =$$

$$289 = 1$$

$$P_{10} = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2} = 280.$$

ответ: 280 чисел.

№5.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16. \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a. \end{cases}$$

$$(x+y+8) + (x-y+8) = 16.$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0. \end{cases} \Rightarrow x = 16.$$

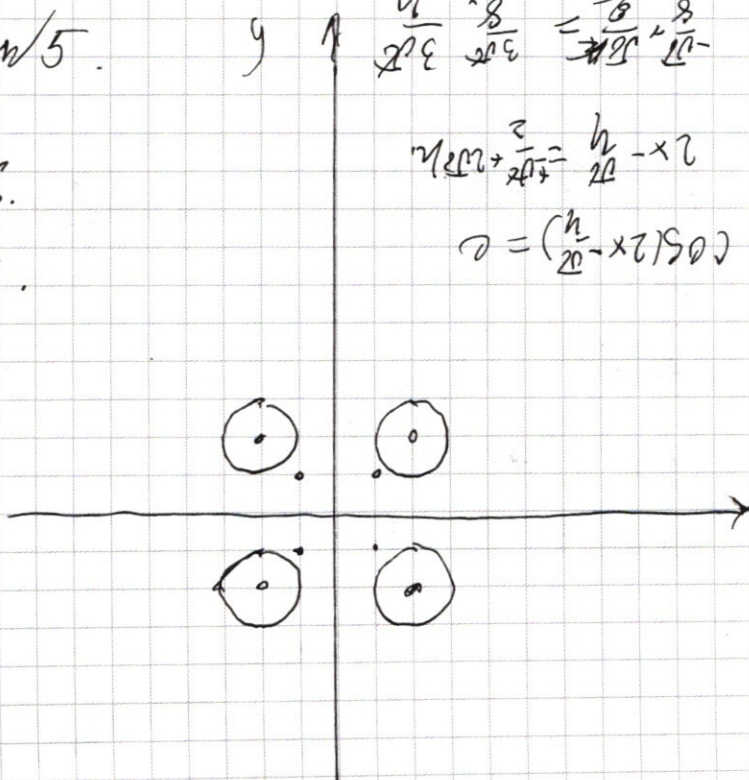
$$(3^x)^{1/3} = 3^x / 3.$$

$$3^x / 3 = 3^x - 1.$$

$$\frac{1}{2^x} \cdot \frac{8}{2^x} = \frac{8}{2^x} \cdot \frac{8}{2^x}$$

$$2^x + \frac{8}{2^x} = \frac{8}{2^x} - x^2$$

$$0 = \left(\frac{8}{2^x} - x^2 \right) / 50$$



$$x \geq -8 - y$$

$$x \geq y - 8.$$

$$2x \geq -18$$

$$x \geq -9$$

$$f = 3^{28} - 3 - 2 \cdot 3^k.$$

$$x=5 \quad 3^5 + 4 \cdot 3^{28}; \quad y \leq 3^{28} + 3^5 - 15 = 3^5 + 3 \cdot 28.$$

$$3^x | n3 \text{ и } (3^{28} - 3).$$

$$3^{28} + 3^5 - 3 \cdot 28 = 3^{28} + 165$$

$$\text{при } x \geq 28, \quad 3^x | n3 > (3^{28} - 3).$$

$$243 - 60 - 18 = 180 - 15 = 165$$

$$3^{28} + 165 + (3^{28} + 165 - 2)$$

$$x=29.$$

$$y > x$$

$$y > 3^{29} + 4 \cdot 3^{18} = 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \geq$$

$$y \leq y \leq (3^{28} - 1) \cdot 29.$$

при каждом переходе от
см.

$$y > 3^{31} + 4 \cdot 3^{28} = 31 \cdot 3^{28}$$

$$y_n > 2 \cdot 3^n \quad y_{n+1} - y_n \leq 2 \cdot 3^n.$$

$$y < 31 \cdot 3 + (3^{28} - 3) 31 = 31(3^{28}) \text{ и т.д. нас интересует}$$

$$\text{целые числа } x \in \mathbb{Z} \in [1; 31].$$

$$x \geq 4.$$

$$y \leq 3^{28} \cdot 4 - 42.$$

$$x \in [4; 31].$$

$$81$$

$$y \leq 3^7 - 3^{28} \cdot 4 = -$$

$$y > 3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y < 3 \cdot 31 + 15 \cdot 5 \cdot 3^{28} - 15.$$

$$y < 5 \cdot 3^{28} + 3 \cdot 26.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + 2\sqrt{-9}y + 3y + 12\sqrt{-9} + 4y = 0 \quad // 2$$

$$\sqrt{-9}(-y\sqrt{-9} + 2y + 3\sqrt{-9} + 12 + 4\sqrt{-9}) = 0.$$

$$z(z^3 - 2z^2 + 4z + 12) = 0.$$

$$24 - 18 - 24 - 18 + 21 + 12.$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 34x = 0 \quad \begin{matrix} 24 - 18 - 24 + 12 \\ 39 - 39 = 0. \end{matrix}$$

$$2(\cos 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x) + \sqrt{2}(\cos 2x - 1) = 0.$$

$$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0.$$

$$\sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0.$$

$$\frac{1}{4}(14 + 1 - 2\sqrt{14}) = \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Все варианты - - -

$$\begin{cases} \sin 2x = -\cos 2x & \Rightarrow \tan x = 1 & 2x = \frac{\pi}{4} + \sqrt{2}k \\ \sqrt{2}(\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0. \end{cases}$$

$$\cos 5x = -\cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$-\cos 5x = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$-\cos(5x) = \cos(5x + \sqrt{2})$$

$$\cos(5x + \sqrt{2}) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$



$$5x + \sqrt{2} + 2\sqrt{2}k = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\sqrt{2}k.$$

$$\cos(5x + \sqrt{2}) = \cos 5x \cos \sqrt{2} - \sin 5x \sin \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} z^3 - 2z^2 - 4z + 12 \quad | \quad z - 3 \\ z^3 - 3z^2 \quad \quad \quad \\ \hline 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 12 \\ 2^2 - 4z - 4z \end{array}$$

$$\begin{array}{r} z^2 - 4z - 4z \\ 1 \cdot 8 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5x + \sqrt{2} + 2\sqrt{2}k = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\sqrt{2}k \\ -1 \pm 3 \quad 1 + 10 = 14. \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{cases} -\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{\ln(-y)}} = x^{\frac{2}{\ln(xy^2)}} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases} \quad \checkmark 3.$$

$$y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D_y = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2 =$$

$$4(x-1)^2 \geq 0.$$

$$y = -x-4 \pm (2x-1)$$

$$\begin{aligned} x &> 0. \\ 0 &\leq 0. \end{aligned}$$

$$y = -x-4 \pm 2|x-1|$$

$$(x+2)^2 + 3x^2 - 12x = D$$

$$x^2 + 4x + 4 + 3x^2$$

$$4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2 =$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2. \quad 4(x-1)^2.$$

Проверим.

$$y \leq 0.$$

$$xy^2 > 0$$

$$\log \ln.$$

$$x > 0.$$

$$\ln(-y) / \log_2(-\frac{x}{y}) = 2 / \ln(xy^2) / \log_2(x). \quad y^2 = 6 \quad y = 3.$$

$$x, y \neq 0.$$

$$y^2 + 6y - 3 = 36.$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln(3)} = 1$$

$$\ln(-y) \cdot (\ln(-y/x) - \ln(-y)) =$$

$$2(\ln x + 2\ln(-y))(\ln x)$$

$$x \in (0, 1).$$

$$y = -x-4 \pm 2|x-1|.$$

$$y = -3x-2 \quad \text{Проверим??}$$

$$y = -3x$$

$$y = x-6.$$

$$y = -x-4 \pm 2(1-x).$$