

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $3 \cdot 3 \cdot 25 = 5 \cdot 6 \cdot 5 = 25 \cdot 13 \cdot 5 = 5^3 \cdot 27 = 5^3 \cdot 3^3$
 9^2



$$\cos 0 \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin 0 - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin 0 + \sin \frac{\pi}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} (\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0) = \frac{1}{2} (0 + 1) = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} (\cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} (-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} (\sin \frac{\pi}{2} + \sin 0) = \frac{1}{2} (1 + 0) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} (\sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} (\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\cos \left(\frac{y}{x} \right)^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 4y^2 + 12y = 0$$

$$(1) \quad (x-y)^2 - 4y^2 + 12y - 4x = 0$$

$$(x-y)^2 - 4(y^2 - 3y + 1) = 0$$

$$(x-y)^2 - 4(y^2 - 3y + 1) = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 4y^2 + 12y = 0$$

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$
 $-2 \sin 4x \sin 4x + 2 \cos 4x \sin 4x = \sqrt{2} \cos 4x$
 $-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\cos 2x + \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\cos 2x + \sin 2x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\sqrt{2} (\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{2} \sin 4x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pi n - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{8}, n \in \mathbb{Z}$$

$$f_1(x) = 3x \cos 4x - \sin 3x \sin 4x - \sin 3x \cos 4x - \sin 4x \cos 3x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\sin 4x (\sqrt{2} - \cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x \cos 2x - \sin 4x \cos 3x = 0$$

$$\sin 4x (\sqrt{2} - \cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x (\cos 3x - \sin 4x) = 0$$

$$\tan 4x = - \frac{\cos 3x - \sin 3x}{\sqrt{2} - (\cos 3x + \sin 3x)}$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \quad (1)$$

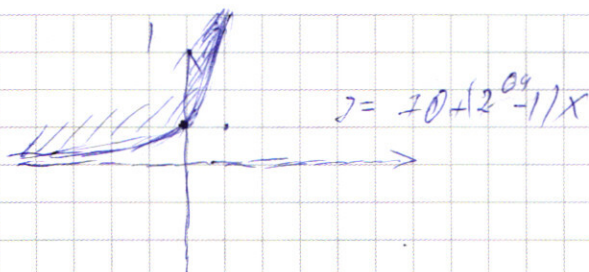
$$y \leq 10 + (2^{64} - 1)x$$

$$y > 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 10 + 2^{64} \cdot x - x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 10 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 2^{65 + \log_2 3} < y \leq$$



$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) - 2 \sin 7x \cos 7x$$

$$-2 \sin 7x \cos 7x + 2 \sin 7x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$-2 \sin 7x (\cos 7x + \sin 7x) - \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$-\sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x + \sin 7x) = 0$$

$$2 \cos 7x - \sin 7x + \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{4x} = y^2 \log x$$

$$\frac{y^5 \log x}{x^{\log x}} = y^2 \log x \cdot y^{\log x} \quad (1)$$

$$(1) \frac{(y^5 \log x)^5}{10^{\log x}} = (y^5 \log x)^2 \cdot 10^{\log x}$$

$$(y^5 \log x)^3 = 10^{\log x} \cdot 10^{\log x}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$|x| > 0, y > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$x(x-2) - 3(y-4) = 2xy$$

$$(|x|-4)^2 + (|y-3|)^2 = a$$

$$(x-y)^2 - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$1) y-3-x \geq 0, y-3+x \geq 0$$

$$3) y-3-x \geq 0, y-3+x < 0$$

$$y > x+3, y \geq 3-x$$

$$y > x+3, y < 3-x$$

$$y=12 \Rightarrow x+3 \leq 12, 3-x \leq 12-9 \quad |y-4| + |y-2| = 6$$

$$2) y-3-x < 0, y-3+x \geq 0$$

$$y=0, |-3-x| + |x-3| = 6$$

$$y < x+3$$

$$y > x-3$$

$$|x+3| + |x-3| = 6$$

$$x=3$$

$$1) x > 3 \Rightarrow x+3 + x-3 = 6$$

$$2x = 6$$

$$x=3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y=0$ $x=3$ 1) $y=1$ $x=9$ 3) $y-3 \leq x$ $y-3 \geq -x$

$x \in [-3; 3]$ 2) $x=3$ $y \leq 6$, $y \geq 0$ $x=3$

$x+1-x+5=6$ 3) $y-3-x \geq 0$ $y-3+x < 0$ $y \leq 6$, $y > 0$

$6=0 \Rightarrow x \in [2; 3]$ $x=-3$ $y \geq 6$, $y < 6$ $x=3$ $y \in [0; 6]$

$x < -3$ 4) $y-3 < x$, $y-3 < -x$ 4) $y-3 \leq x$, $y-3 \leq -x$

$-x-3-x+7=6$ $-2x=6$ $y=-3$, $-6 < x$, $-6 < -x$ $-2y+6=6$

$-2x=6$ $x=-3$ 1) $y-3 \geq x$, $y-3 \geq -x$ $y=0$, $x \in [3; 3]$

$x=-3$ 2) $y-6=6$ $y=12$, $y=6$ $x \leq 9$ $-x \leq 9$

$x \leq 9$ $x \geq 9$

$|x-4-x|+|x-4-x|=6$ $x \in [-9; 9]$ $y=6$

$|x+9|+|x-9|$ 2) $y-3 \geq x$ $y-3 \leq -x$

$2x+18=6$ $-2x=6$ $x=-3$

$|y|+|y-6|$ $y \geq 0$ $y \leq 6$ $\sqrt{5} = \sqrt{1} = 2\sqrt{2}R-5$

$\frac{x}{x+2R} = \frac{1}{4}$ $x=-3$ $y \in [0; 6]$ $\sqrt{5} = \frac{8}{3}$

$\frac{0^2 \sqrt{3}}{4} = 1 = 0, = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{12}{50} = \frac{KM}{RM_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{x+2R} = \frac{1}{2}$

$\frac{0^2 \sqrt{3}}{4} = 9$ $2x = x + 2R$

$0_2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $x = 2R \cdot 9R = 0^2 \Rightarrow 0 = 2R\sqrt{2} \Rightarrow \cos \angle = \frac{2R}{2R\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$0^2 =$ $-2x = 45^\circ \Rightarrow \angle = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle = 30^\circ$

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5$$

1) 8 мм

$$505$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$$

$$055$$

$$8 - 8 - 14 + 12 = -2 \frac{9^2}{8 \cdot 8 + 2 \cdot -18 - 21 + 12 =}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} = y^{20x} x^{-4x}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} = 2 \quad -8 \cdot 8 + 14 + 12 = +130$$

$$y^{54x} = 10^{4x} \cdot y^{24x}$$

$$y^{54x} = x^{4x} \cdot y^{24x}$$

$$y^{34x} = x^{4x}$$

$$10^{34x} = 10^{4x}$$

$$34x \cdot \lg y = 4x$$

$$34y = 4x$$

$$y^{54x} = x^{4x} \cdot y^{24x} \cdot y^{24x}$$

$$10^{54x} = 10^{4x} \cdot 10^{24x} \cdot 10^{24x}$$

$$34x \cdot \lg y = 4x^2 + 24x \cdot \lg y$$

$$4x \cdot \lg y = 4x^2$$

$$4x(\lg y - 4x) = 0$$

$$1 - 2xy$$

$$(y^5)^0 = y^{4y}$$

$$\begin{cases} 4x = 0 \\ 4y = 4x \end{cases} \begin{cases} x = 1(1) \\ x = y \end{cases}$$

$$(1) 1 - 2y - 4 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$3y^2 - 10y + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 9 = 16$$

$$y_{1,2} = \frac{10 \pm 4}{6} \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$1 - 2y - 4 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$-3y^2 + 10y - 3 = 0$$

$$3y^2 - 10y + 3 = 0$$

$$D = 100 - 36 = 64$$

$$y_{1,2} = \frac{10 \pm 8}{6} = \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$y^2 - 2y^2 - 4y - 3y^2 + 12y = 0$$

$$-4y^2 + 8y = 0$$

$$-4y(y - 2) = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \text{ не подходит } y > 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$y^3 - 2y^2 - 4y + 12 \quad | y-2$$

$$y^2 - 7y$$

$$y^2 - 7y$$

$$-4y + 12$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4
Дано:

$\omega \cap \sigma (D, R)$

$\angle \alpha = K$

$\beta \cap \omega = L$

$\gamma \cap \omega = M$

$\angle \alpha \beta \gamma = S$

$L \perp \sigma, L \cap \omega = Q$

$L \perp \sigma, L \cap \omega = Q$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

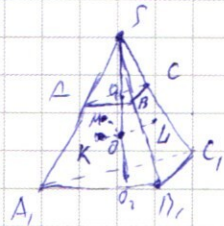
$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

$\angle \alpha = \angle \beta, \angle \beta = \angle \gamma$

Решение:

П.к. SK, SL, SM - высоты,
проекции K, L, M из точки $S \Rightarrow$

$$\Rightarrow SK = SL = SM, \angle SKO = \angle SLO = \angle SMO = 90^\circ, \angle KSO = \angle LSO = \angle MSO$$



$\triangle ABC$ - треугольник, описанный около сферы,

центр O_3 - точка O на $(ABC) \Rightarrow O_3 \perp (ABC)$,

$SO \perp (ABC)$ по условию $\Rightarrow O_3$ проекция S на $(ABC) \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC$ - пр-ая пирамида

Аналогично $\triangle ABC$ - пр-ая пирамида.

П.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$ и пирамиды $SABC$ и $SA_1B_1C_1$

подобны, то $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\frac{r(S_{ABC})}{r(S_{A_1B_1C_1})} \right)^2 \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{SO}{SO_1} \right)^2$, пусть $SO = x$, а $OO_1 = R = SO_1$,

тогда $\left(\frac{x}{x+2R} \right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{x+2R} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = x+2R \Leftrightarrow x = 2R$

Рассмотрим $\triangle KSO$, $\angle OKS = 90^\circ \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{2R+R} = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{3} = \angle LSO = \angle MSO$, $SK = SL = SM$, пусть они будут это -

ребрами в пирамиде $A_2B_2C_2$ ($A_2 = A \cap (KLM) \dots$) $\Rightarrow \triangle A_2B_2C_2$ - правильная

пирамида, $(KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow \frac{S_{A_2B_2C_2}}{S_{ABC}} = \left(\frac{r(S_{A_2B_2C_2})}{r(S_{ABC})} \right)^2$

O_4 - центр $(A_2B_2C_2)$, $SO_4 \perp (A_2B_2C_2) \Rightarrow O_4 \in SO$, $r(S_{A_2B_2C_2}) = SO_4$

SK - высота из S , SO_4 - высота $\Rightarrow SK^2 = SO \cdot SO_4 = 2R \cdot 4R \Rightarrow$

$\Rightarrow SK = 2R\sqrt{2}$. Рассмотрим $\triangle SKO_4$: $SO_4 = SK \cdot \cos \angle SKO = SK \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \angle SKO} =$

$= 2R\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = 2R\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{8}{3}R \Rightarrow S_{A_2B_2C_2} = S_{ABC} \cdot \left(\frac{SO_4}{SO} \right)^2 = \frac{8}{3}R \cdot R \cdot \frac{1}{4} = \frac{64}{9}$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{3}$, $\frac{64}{9}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{cyx} = y^{2cyx} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$(1) \left(\frac{y^5}{x}\right)^{cyx} = y^{2cyx} \quad \text{О.О.З.: } x > 0, y > 0$$

$$\frac{y^{5cyx}}{x^{cyx}} = y^{2cyx}$$

$$y^{5cyx} = x^{cyx} \cdot y^{2cyx+2cyx}$$

$$y^{5cyx} = x^{cyx} \cdot y^{2cyx} \cdot y^{2cyx} \quad | : y^{2cyx}, y^{2cyx} \neq 0 (y > 0)$$

$$y^{3cyx} = x^{cyx} \cdot y^{2cyx}$$

$$10^{cyx \cdot 3cyx} = 10^{cy^2x + 2cy^2y}$$

$$3cy^2y \cdot cyx = cy^2x + 2cy^2y$$

$$cy^2x - 3cy^2y \cdot cyx + 2cy^2y = 0$$

$$cy^2y \left(\frac{cy^2x}{cy^2y} - 3 \frac{cyx}{cy^2y} + 2 \right) = 0, \quad \frac{cy^2x}{cy^2y} = t$$

$$\begin{cases} cy^2y = 0 \\ t^2 - 3t + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ t^2 - 3t + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 5$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Вернёмся к пр. переменной

$$\begin{cases} \frac{cyx}{cy^2y} = 1 \\ \frac{cyx}{cy^2y} = 2 \end{cases} \begin{cases} x = y \\ cyx = 2cy^2y \end{cases} \begin{cases} x = y \\ cyx = cy^2y^2 \end{cases} \begin{cases} x = y \\ x = y^2 \end{cases}$$

Получившиеся значения ~~значения~~ в ~~уравнение~~ уравнение.

$$1) y=1$$

$$x^2 - 2x - 4x - 3 + 12 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x=3.$$

$$2) x=y$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$-4x(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \text{ не укл. } \text{или} & x>0 \\ x=2 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

$$3) x=y^2$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0, \quad y=0 \text{ не укл. } \text{или} & y>0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0, \text{ методом подбора выясняем, что корнем является } y=3$$

$$(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y^2+y-4=0 \quad (3) \end{cases}$$

$$(3) \quad y^2+y-4=0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ не укл. } \text{или} & y>0$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=y \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x = \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} = \frac{17-2\sqrt{17}+1}{4} = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (3; 1), (2; 2), (9; 3), \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$