МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра(
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Разложим число 3375 по простые:

$3375 = 3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5\cdot\cancel{1}$;

Т.к. это пр-ие цифр, а цифры $\leqslant 9$, то 2 варианта:

I) $9\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5\cdot1\cdot1\cdot1$ — это наши 8 цифр

II) $3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5\cdot1\cdot1$ — ан-но

Найдем кол-во возможных чисел для I:

$9\cdot3\cdot5_1\cdot5_2\cdot5_3\cdot1_1\cdot1_2\cdot1_3$; я присвоил индексы (номера)

При учёте порядка индексов у нас $8!$ вариантов.

Теперь для каждого из этих чисел нас не волнует порядок 1ых $\Rightarrow \frac{8!}{3!}$ вариантов.

ан-но для 5ок $\Rightarrow \frac{8!}{3!\cdot3!}$ вариантов.

Т.е. для первого случая $\frac{8!}{3!\cdot3!}$ чисел.

P.S. у нас найдутся числа — 1_1 — 1_2 — 1_3 —
— 1_2 — 1_1 — 1_3 —
...
их $3!$, отсюда деление

Ан-но для II — $\frac{8!}{3!\cdot3!\cdot2!}$ чисел

Ответ: $\frac{8!}{3!\cdot3!}+\frac{8!}{3!\cdot3!\cdot2!} = 4\cdot5\cdot7\cdot8 + 2\cdot5\cdot7\cdot8 = 30\cdot56 = 1680$

Ответ: 1680 ~~вар~~ чисел.

Задача 3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}; & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0; & (2) \end{cases} \quad ОДЗ: x, y > 0$$

Исследуем (1):

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}; \quad \frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2(\lg x + \lg y)} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y};$$

$$\frac{y^{3\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg y}; \quad \left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg y};$$

$$\left(\frac{x}{y^3}\right)^{\lg x} = y^{-2\lg y}; \quad \lg x \uparrow$$

~~Зафиксируем y, будем менять x:~~

~~I) $x < y^3$~~

~~Тогда $\frac{x}{y^3} < 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{y^3}\right)$~~

I) $x = y$ – корень

II) $x = y^2$ – корень

$$\left(\frac{y^3}{y^2}\right)^{\lg y^2} = y^{\lg y^2} = y^{2\lg y};$$

Зафиксируем y:

I) $x = y^n$, $y \neq 1$, тогда

$$\left(\frac{y^3}{y^n}\right)^{\lg y^n} = y^{2\lg y}; \quad \left(\frac{y^3}{y^n}\right)^{\lg y^n} = \left(y^{3-n}\right)^{n\lg y} = y^{(3-n)n\lg y} = y^{2\lg y}$$

Зн-ит $(3-n)n \overset{\neq 0}{\lg y} = 2 \underset{\neq 0}{\lg y}$;

~~I) $y = 1$~~

~~II)~~ $n = 1$ or $n = 2$, т.е. для любого $y \neq 1$ $x = y$ и $x = y^2$ ед-ые корни

$(3-n)n = 2$

$n^2 - 3n + 2 = 0$

$(n-1)(n-2) = 0$

II) $y = 1$, тогда

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = 1; \quad x = 1$$

Т.е. для $y = 1$ $x = 1$ ед. корень

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим в (2):

$x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0$; I) $x=y=1$

$1-2-4-3+12=4\neq 0$ не подх.

II) $x=y$

$x^2-2x^2-4x-3x^2+12x=0$

$x=0$ корень, но ОДЗ

$x-2x-4-3x+12=0$

$\boxed{x=2=y}$;

III) $x=y^2$

$y^4-2y^3-4y^2-3y^2+12y=0$

$y=0$, но ОДЗ:

$y^3-2y^2-7y+12=0$

$\boxed{y=3 \text{ - корень}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x=\sqrt{3}}$ $-\sqrt{3}$ не в ОДЗ

$(y-3)(y^2+y-4)=0$

$y^2+y-4=0$; $D=17$

$y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$; - корень $\Rightarrow$ $x=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}$

$y=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ - не в ОДЗ, т.к. <0

Ответ: $(2;2)$;

$(\sqrt{3};3)$;

$\left(\sqrt{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}};\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$.

Задача 5.

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6; & (1) \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a; & (2) \end{cases}$$

Исследуем (1):

$|y-3-x|+|y-3+x|=6;$

ОДЗ: т.к. $|A|+|B| \geq |A+B|$, то $|A+B| \leq 6$

I) $|y-3-x+y-3+x| \leq 6;$

$|2y-6| \leq 6;\ y \in [0;6]$

II) $|A|+|B| \geq |A-B|$

$|\cancel{y}-\cancel{3}-x-\cancel{y}+\cancel{3}-x| \leq 6$

$|2x| \leq 6 \Rightarrow x \in [-3;3]$

Будем раскр. модули:

I) $y-3 \geq x$; $y-3 \geq -x$

$3 \geq 3$ $\quad 3 \geq -(-3)$

$y=6$ — $x \in [-3;3]$

II) $y-3 \leq x$; $y-3 \leq -x$

$-3 \leq (-3)$ $\quad -3 \leq -(3)$

$y=0$ — $x \in [-3;3]$

III) $y-3 \geq x$; $y-3 \leq -x$

$0-3 \geq -3$ $\quad 6-3 \leq -(-3)$

$x=-3$ — $y \in [0;6]$

IV) $y-3 \leq x$; $y-3 \geq -x$

$6-3 \leq 3$ $\quad 0-3 \geq -3$

$x=3$ — $y \in [0;6]$

Исследуем (2):

$(x-4)^2+(y-3)^2=a$ — окр-ть с центром $(4;3)$

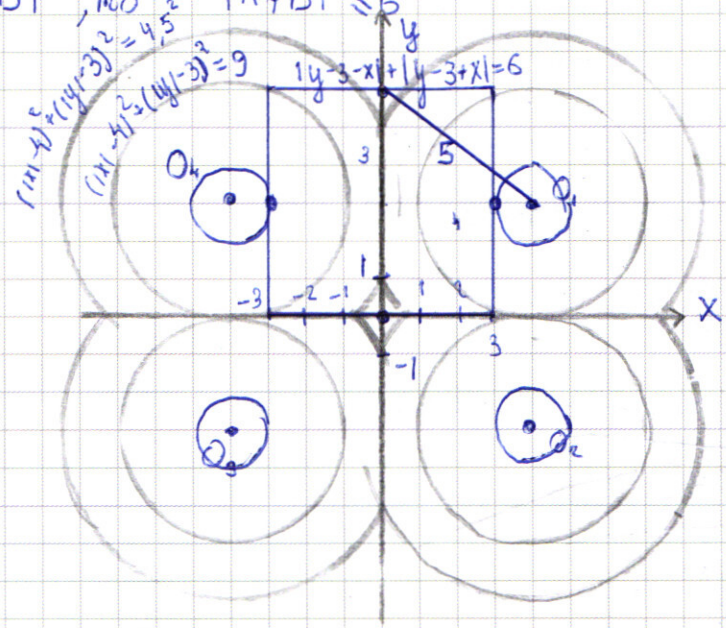
$\downarrow |x|$

$(|x|-4)^2+(y-3)^2=a$

$\downarrow |y|$

$(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a$, т.е. 2 преобр-ния.

Построим графики:



Очевидно, что симметрия отн. O_y. Рассм. 1ю четверть

Будем ~~искать~~ менять R окр-ти:

$R \in (0;1)$ — нет корней (из графика)

$R=1$ — один корень не на $O_y \Rightarrow$ 2 корня на всем гр-ике

$R \in (1;5)$ — 2 корня не на $O_y \Rightarrow$ 4 корня всего (P.S. можно не рассм. нижние круги, т.к. корни опр. верхними)

$R=5$ — 2 корня на $O_y \Rightarrow$ 2 всего

$R>5$ — нет корней

$R=\sqrt{a}$;

Ответ: $a=1$; $a=25$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 2.

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 4x\,(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}\,(\cos^2 4x - \sin^2 7x)$;

$-\sqrt{2}\sin 4x\,(\sin 7x + \cos 7x) = (\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$

I) $\sin 7x = -\cos 7x$;

$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, \ \forall k \in \mathbb{Z}$

$\boxed{x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi}{7}k, \ \forall k \in \mathbb{Z}}$

II) $-\sqrt{2}\sin 4x = \cos 7x - \sin 7x$

$\sqrt{2}\sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$;

$\sin 4x$

$\cancel{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 4x = 2\sin 4x \cos\frac{\pi}{4} = \sin(4x + \frac{\pi}{4}) + \sin(4x - \frac{\pi}{4})}$

$2\sin^2 4x = 1 - 2\sin 7x \cos 7x = 1 - \sin 14x$;

$\sin^2 4x = \frac{1 - \cos 8x}{2}$; $\cos 8x = 1 - 2\sin^2 4x$

$1 - \cos 8x = 1 - \sin 14x$;

$\cos 8x = \sin 14x$

$8x = \pm\left(\frac{\pi}{2} - 14x\right) + 2\pi k$

$\left[\begin{array}{l} 8x = \frac{\pi}{2} - 14x + 2\pi k, \ \forall k \in \mathbb{Z} \\ 8x = 14x - \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ \forall k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k}{11}, \ \forall k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}, \ \forall k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

Ответ: $x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi}{7}k$;

$x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k}{11}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}$;

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

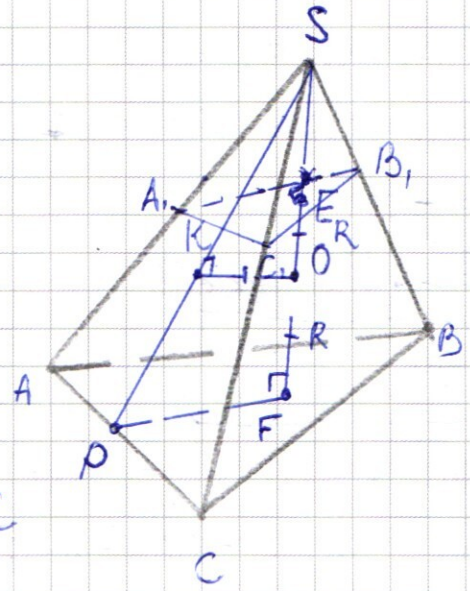
Рассм тетраэдр обр. этими пл-тями ($\perp SO$)

$A_1B_1C_1 \perp SO$ и кас. ω

$ABC \perp SO$ и кас. ω

Зн-ит $A_1B_1C_1 \parallel ABC$

$\Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \overset{k}{\sim} \triangle ABC$

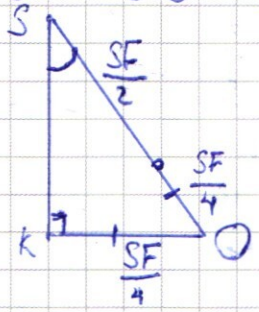


$k = \frac{1}{2}$ (т.к. площади $k = \frac{1}{4}$)

$SA_1B_1C_1 \overset{\frac{1}{2}}{\sim} SABC \Rightarrow SE = \frac{1}{2} SF$

Очевидно: $SE = SF - 2R \Rightarrow R = \frac{SF}{4}$;

Рассм. $\triangle KSO$:



$\sin\angle KSO = \frac{1}{3}$;

$\boxed{\text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin\frac{1}{3}.}$

Также из подобия $\frac{S_{сеч\,KLM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{SO}{SF}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$S_{сеч\,KLM} = \frac{9}{16} S_{ABC} = \frac{9}{4} = 2{,}25$

$\boxed{\text{Ответ: } 2{,}25.}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ cos

$2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2} = (\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2})(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2})$

$\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin^2\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sin\frac{\alpha-\beta}{2} + \cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\boxed{\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2};}$

$\left(\sin\frac{\alpha-\beta}{2} + \cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\left(\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\pi}{2} + \beta}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{2} - \beta}{2} =$

$= 2\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha+\beta}{2}\right) = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\boxed{\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2};}$

$\alpha+\beta$

$\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\pi}{2} + \beta = \frac{\beta-\alpha}{2}$ $\sin\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos 11x - \cos 3x = -2\sin 4x \cos \sin 7x$

$\sin 11x - \sin 3x = 2\sin 4x \cos 7x$

$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sqrt{2}\sin 4x\,(\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2}\cos 14x = (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$(\cos 7x - \sin 7x)$

$(\cos 7x + \sin 7x)$

I) $\cos 7x = \sin 7x$

II) $\sqrt{2}\sin 4x = \cos 7x + \sin 7x;$

$\sqrt{2}\sin 4x = 0$

$\frac{\pi}{2} - \alpha$ $\frac{\pi}{2} - \beta$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$

$\prod a_n = 3375$

$\prod = 3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5$

3375	3
1125	3
375	3
125	5
25	5
5	5

I) 9 – 1
3 – 1
5 – 3
1 – 3

II) 3 – 3
5 – 3
1 – 2

8 7 6 5 4 3 2 1

$\frac{8!}{3!\,3!} = \frac{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot3} = 4\cdot5\cdot7\cdot8$

$\frac{8!}{3!\,3!\,2!} = 2\cdot5\cdot7\cdot8 =$

$\boxed{30\cdot7\cdot8} = 30\cdot56 = \boxed{1680}$

Задача 2.

$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sin\alpha + \sin\beta = \sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$; $\sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}$

$= 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}$

$\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}$

$= \left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right)^2 - \left(\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)^2 =$

$= \sin^2\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin^2\frac{\beta}{2}\right) - \left(1-\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\frac{\beta}{2} =$

$= \sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\beta}{2}$

Задача 7

$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \le 70 + (2^{64}-1)x \end{cases}$$

$$70 + (2^{64}-1)x - 2^x - 3\cdot 2^{65} =$$
$$= 70 - 2^x$$

$$2^x + 3\cdot 2^{65} + 2^{64}x$$
$$70 + 2^{65}x - \cancel{2^{64}}x$$

$$2^{65} = 2^{64} + 2^{64} - 1 + 1$$

$$y > 2^x + 3(2k+2)$$
$$y \le 70 + kx$$

$$70 + kx > 2^x + 3(2k+2)$$

I) $\cancel{x < 2}$ $\quad (2^{64}-1)x$

$\cancel{2^{64}x < 2^{65}}$

$x = 65$

$$70 + (2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$$

$\cancel{x <}$

$$2^{64}\cdot x - x + 70 > 2^x + 3\cdot 2^{65}$$
$$4\cdot 2^{65}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

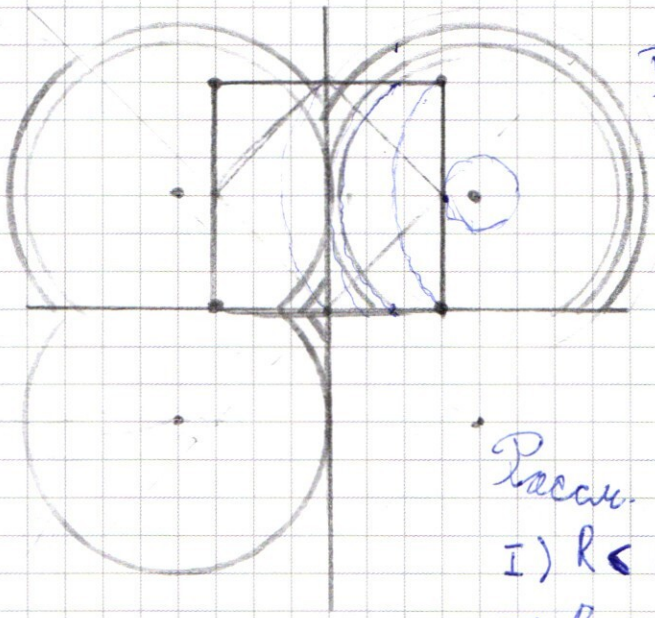
Задача 5.

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a \end{cases}$$

2 решения

~~Рас~~

I



Рассм. для I ч-ти

I) $R<1$ – нет корней

II) $R=1$ – 1 корня

III) $R\in(1;\sqrt{10})$ – 2 корня

IV) $R\in(\sqrt{10};$

$x=3$

$-y+3+x-y+3-x=6$

$x=-3$

$y=0$

$y-3-x-y+3-x=6$

$|y-3-x|+|y-3+x|=6$

I) $y-3>x$ >0

$y-3-x+y-3+x=6$ $y=6$

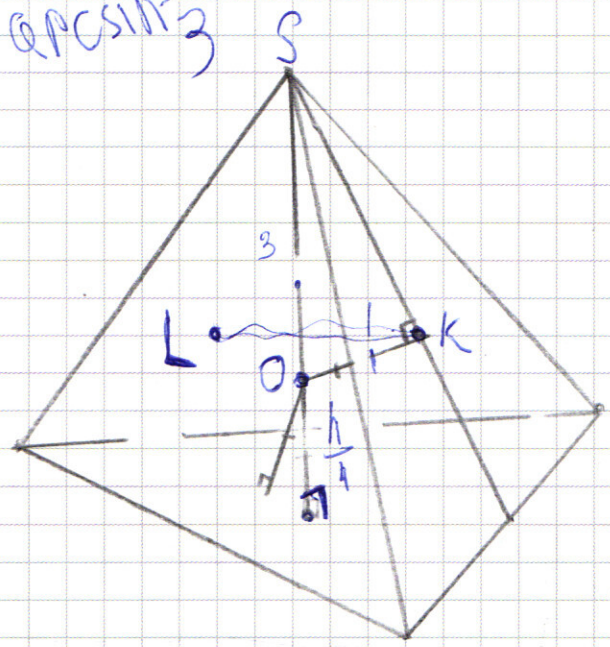
II) $y-3<x$

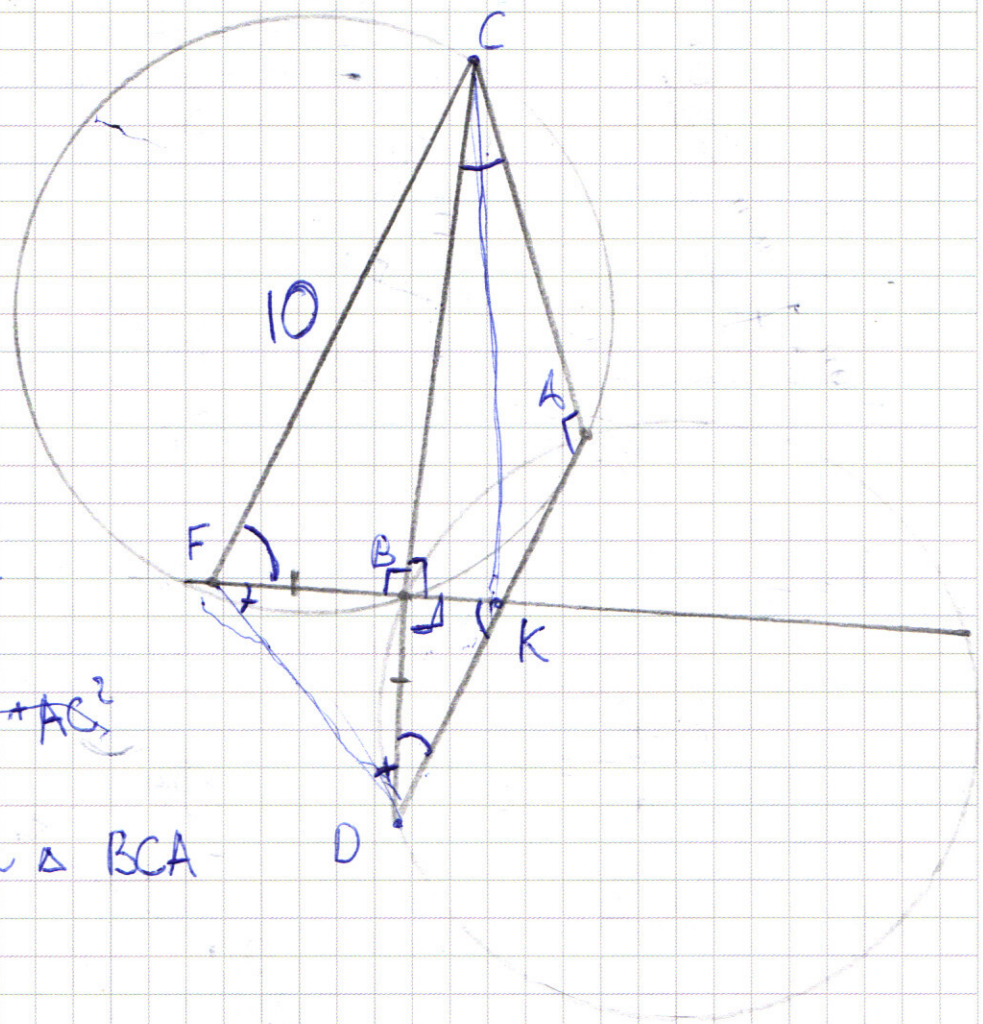
$a=1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\arcsin\frac{1}{3}$





$\cancel{DB \cdot DC = AD^2}$

$DC^2 = AD^2 + AC^2$

$DC^2 = \cancel{DC \cdot BD + AC^2}$

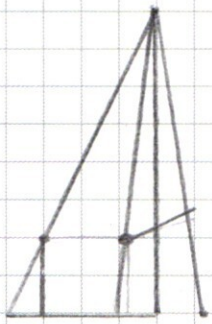
$\triangle DKB \sim \triangle BCA$

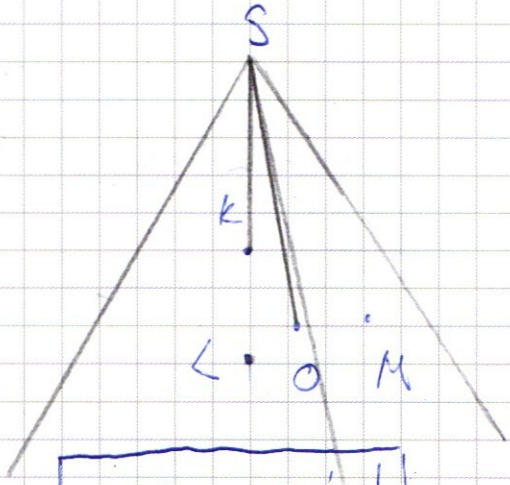
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

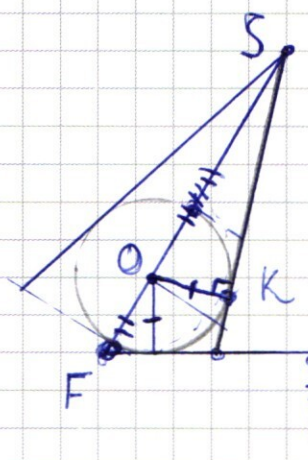
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

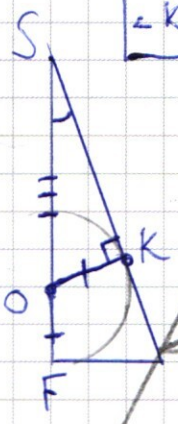


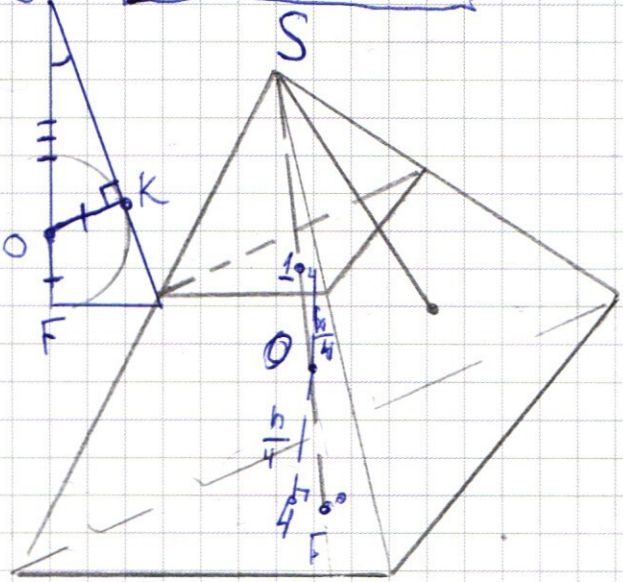


$\boxed{\angle KSO = \arcsin\frac{1}{3}}$



$\frac{SO}{OF} = 3$





$R = \frac{h}{4}$

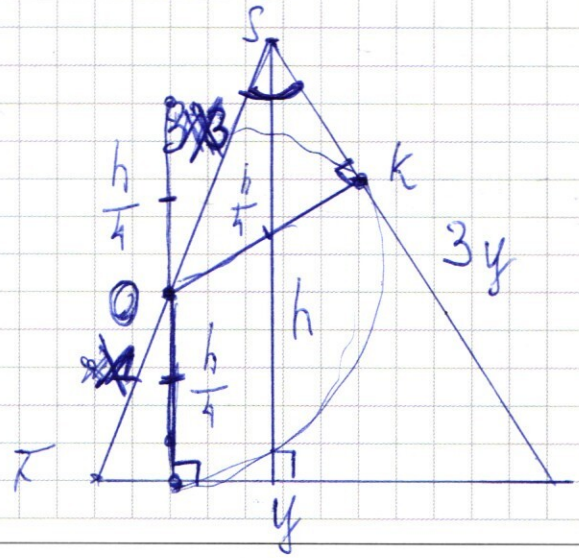
$\frac{h-2R}{h} = \frac{1}{2}$

$\cancel{h = 2h - 2R}$

$\cancel{R = \frac{h}{2}}$

$\cancel{R_0 = \frac{h}{2}}$

$R =$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x} \cdot y \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$(x-y)^2$

$x(x-4) - 3y(y-4) - 2xy = 0$

$y^{2\lg xy} = y^{2(\lg x + \lg y)} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y}$

$x > 0$
$y > 0$

$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y}$

$y^{3\lg x} = x^{\lg x} y^{2\lg y}$

$x = y^2$ – корень

$\left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = (y^2)^{\lg y}$

I) $y < 1$

$x = y$ – корень $(y^3 \leq y)$

$x = y$ – подх

$\left(\frac{x}{y^3}\right)^{\lg x} \uparrow$

$a^x \uparrow$ if $a \geq 1$

I) $x \leq y^3$ / 1 корень $x = y$

II) $x \geq y^3$ / 1 корень $x = y$

$$\boxed{\begin{matrix} x = y \\ x = y^2 \end{matrix}}$$

$\sqrt{2}\sin 4x = \sin 7x + \cos 7x$

$\cancel{2\sin\frac{\pi}{4}\sin 4x}$

$\sqrt{2}\sin 4x = \sin 3x\cos 4x + \sin 4x\cos 3x + \cos 3x\cos 4x - \sin 3x \overset{\sin}{\cancel{\cos}} 4x$

$\sqrt{2}\sin 4x = \sin 3x(\cos 4x - \sin 4x) + \cos 3x(\sin 4x + \cos 4x)$

$\cancel{2}\sin^2 4x = \cancel{2}\sin 7x\cos 7x$

$\boxed{\sin^2 4x = \sin 7x\cos 7x}$

$\sin\frac{\pi}{2} - 2\sin\beta =$

$\cancel{\cos}$

$\sin^2 4x = \frac{1}{2}\sin 14x = \frac{1-\cos 8x}{2}$ $\cancel{= 2\sin}$

$\sin^2 4x = \frac{-\cos 8x + 1}{2} = \frac{\sin^2 4x - \cos^2 4x + \cancel{\sin^2 4x + \cos^2 4x}}{2}$

$\sin 14x = \overset{\cos 0}{1} - \cos 8x = -2\sin\frac{0-8x}{2}\sin\frac{0+8x}{2} =$

$= 2\sin^2 4x$

$\cos 8x + \sin 14x = 1$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right) = \sin 14x$

$\cancel{\sin}\ \cos 8x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 14x\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)