МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М.

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

Если произведение цифр $\vdots\, 7 \Rightarrow$ хотя бы одной из цифр числа ~~может~~ должна быть $7 \Rightarrow$ в нашем восьмизначном числе ровно 4 семёрки ($64827 \,\vdots\, 7^4$)

Если же оно $\vdots\, 3 \Rightarrow$ хотя бы одна из цифр $\vdots\, 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ это либо 3 либо 6 либо 9.

6 не может быть так как $6 \,\vdots\, 2$, а $64827 \not\vdots\, 2$

Если есть 9, то она ровно одна (если хотя бы 2, то $9 \cdot 9 = 3^4$, а $64827 \not\vdots\, 3^4$) $\Rightarrow$ если в нашем восьмизначном числе 9, то оно состоит из цифр: 7, 7, 7, 7, 3, 9, 1, 1 Итого: $8 \cdot 7 \cdot C_6^2$ (8 сп. поставить 9 на одно из 8 мест, 7 сп. поставить 3 т.к. одно место занято и C_6^2 сп. поставить 2 единицы в оставшиеся 6 мест, а остальные места — семёрки)

Если же 9 нет, то восьмизн. число сост. из цифр: 7, 7, 7, 7, 3, 3, 3, 1.
аналогично таких чисел $8 \cdot C_7^3$ (8сп. поставить 1 и C_7^3 — три тройки в ост. 7 мест.)

Таким образом, всего $8 \cdot C_7^3 + 8 \cdot 7 \cdot C_6^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 1120$

Ответ: таких чисел 1120.

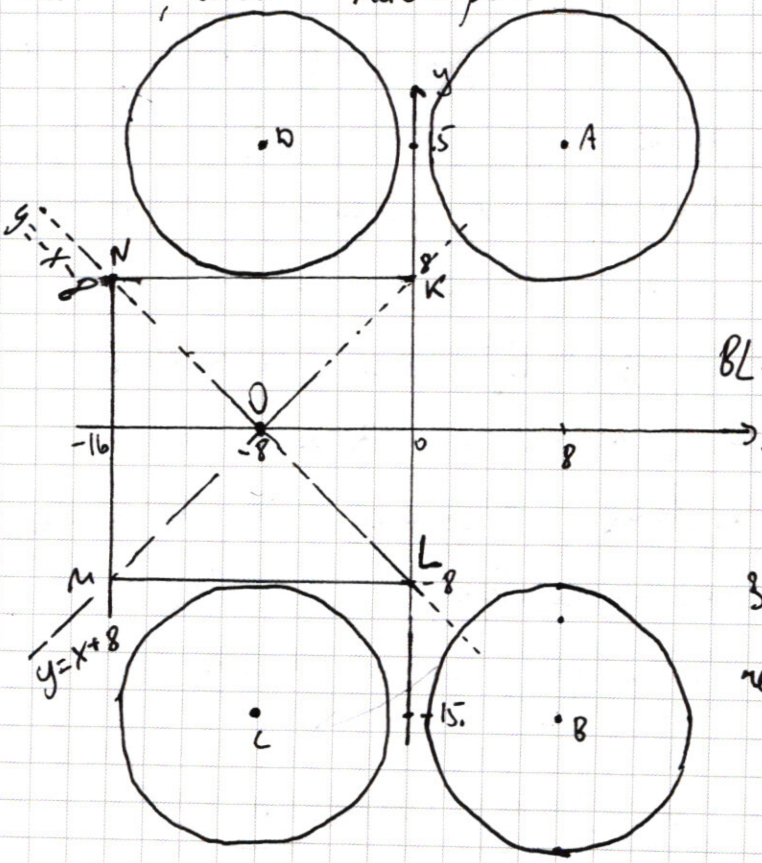
Задача №5

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 & ① \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a & ② \end{cases}$$

~~Заметим, что~~ ~~уравнение~~ график функции ① ~~на~~

Заметим, что график уравнение ① на координатной плоскости выглядит как квадрат со стороной 16 и центром в т. $(-8;0)$, а график ② - 4 окружности с радиусами $\sqrt{a}$ и центрами в точках: $(15;8)$; $(-15;8)$; $(15;-8)$; $(-15;-8)$

Таким образом будет два решения если две окр. (расположенные ближе) коснутся квадрата, а другие две нет 1 сл., либо наоборот 2 сл.



1 сл.: в таком случае

$OD = OC = \frac{16}{2}+\sqrt{a} = 15$

$\sqrt{a}=7$

$a=49$

$BL = AK$ - ближайшее расстояние от ц. других окр.

$AK = BK = \sqrt{8^2+7^2} = \sqrt{105} > \sqrt{a} = \sqrt{49}$

Значит будет всего 2 пересечение => всего 2 корня

Аналогично если окр. с центрами A и B коснутся точек M и N соответственно (в этом случ. радиусы окр. с центрами C и D будут $> CK = CN = DM = DL$ (~~крайние~~ N и K самые удалённые т.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

от окр. с центром C, а M и L от окр. с ц. D)

В этом случае радиусы окр. будут $= BN = AM = \sqrt{(8+16)^2+(8+15)^2} =$

$= \sqrt{24^2+23^2}$, тогда $a = 24^2+23^2 = 1099$

Ответ: при $a = 49$ и 1099 будет только 2 решения

Задача №3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ $-y>0 \Rightarrow y<0$

$xy^2>0 \Rightarrow x>0$

(2) $y^2+2y(x+2)-3x^2+12x=0 \qquad D=4((x+2)^2+3x^2-12x)=4(2x-2)^2$

$y = \frac{-2x-4 \pm |2(2x-2)|}{2} = \cancel{\frac{-x-2\pm(2x-2)}{}} = x-4 \ ; \ -3x$

2 сл. ; I сл.

$y=-3x$

I сл. $\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(-(-3x))} = x^{2\ln(x\cdot(-3x)^2)}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^7}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x} = \frac{x^{2\ln 9x^7}}{x^{6\ln 3x}} = x^{2\ln 9x^7-6\ln 3x} = x^{8\ln x-2\ln 3} = x^{2\ln\frac{x^4}{3}}$

$\ln\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x} = \ln x^{2\ln\frac{x^4}{3}} \qquad \ln x = t$

$\ln 3x\cdot(-\ln 3) = (2\ln x^4-2\ln 3)\ln x$

$(\ln 3+t)(-\ln 3) = (8t-2\ln 3)t$

$8t^2-2\ln 3\cdot t+\ln 3\cdot t+\ln^2 3=0$

$8t^2 - t\ln 3 + \ln^2 3 = 0 \quad D = \ln^2 3 - 8\cdot 4\cdot \ln^2 3 = -31\ln^2 3 < 0 \Rightarrow \varnothing$

II случай $y = x-4 < 0 \Rightarrow x < 4$

$$\left(\frac{-x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$$

$$\frac{1}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = \frac{x^{2\ln(x(x-4)^2)}}{x^{7\ln(4-x)}} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x) - 7\ln(4-x)} = x^{\ln\frac{x^2}{(4-x)^3}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = \ln x^{\ln\frac{x^2}{(4-x)^3}}$$

$$\ln(4-x)\cdot(-\ln(4-x)) = (2\ln x - 3\ln(4-x))\ln x$$

$$-\ln^2(4-x) = 2\ln^2 x - 3\ln(4-x)\cdot\ln x$$

$x \neq 1$! $\quad$ $x = 1$

$$-\frac{\ln^2(4-x)}{\ln^2 x} = 2 - 3\frac{\ln(4-x)}{\ln x} \qquad \frac{\ln(4-x)}{\ln x} = t$$

$$-\ln^2 3 = 2\ln^2 1 - 3\ln 3\cdot\ln 1$$

$$-\ln^2 3 = 0 - 0 = 0$$

$\varnothing$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t = 2; 1$$

$$\frac{\ln(4-x)}{\ln x} = 2$$

$$\ln(4-x) = \ln x^2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

нен по ОДЗ

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0 \qquad 0 < \frac{-1+\sqrt{17}}{2} < 4$$

$$\frac{\ln(4-x)}{\ln x} = 1$$

$$\ln(4-x) = \ln x$$

$$4 - x = x$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2;\ \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

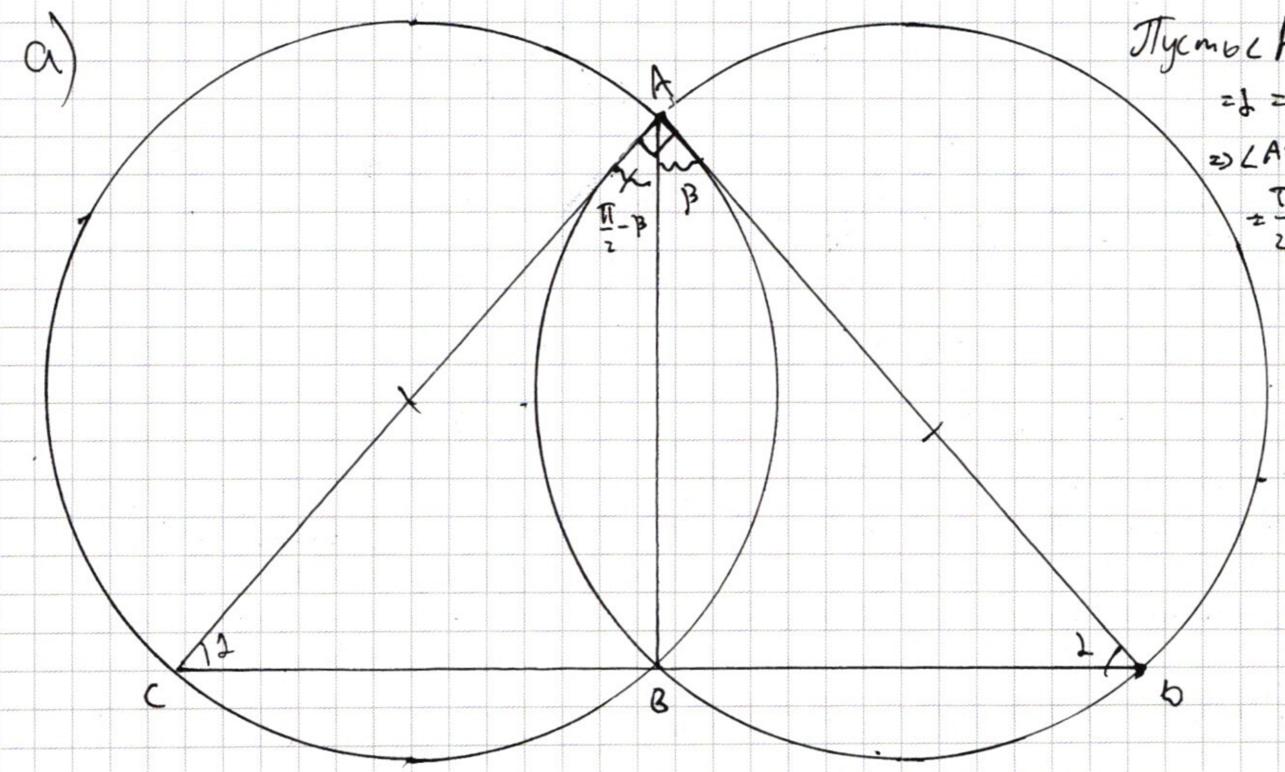
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №6

$R=17$

а)



Пусть $\angle ACD = \alpha \Rightarrow \angle ADC = \frac{\pi}{2}-\alpha$

~~Откл.~~ по т. sin △ABC $\frac{AB}{\sin\alpha}=2R$ $AB=2R\sin\alpha$

по т. sin △ABD $\frac{AB}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}=2R$ $AB=2R\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=2R\cos\alpha$] $\Rightarrow$

~~$2R\sin\alpha=2R\cos\alpha$~~ $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\alpha=1$ $\alpha=\frac{\pi}{4}+\pi n$ (это углы △ $\Rightarrow$

$\Rightarrow n=0$) $\alpha=\frac{\pi}{4}=\angle ACD=\angle ADC$ $\Rightarrow$ △ACD р/б $\Rightarrow AD=AC$

Пусть $\angle BAD=\beta$, а $\angle BAC=\frac{\pi}{2}-\beta$ ($\angle CAD=\frac{\pi}{2}$)

Тогда $\angle ABC=\pi-\frac{\pi}{2}+\beta-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+\beta$ (сумма ∠ △ = 180°),

а $\angle ABD=\pi-\angle ABC=\frac{3\pi}{4}-\beta$ (смежный с ∠ABC)

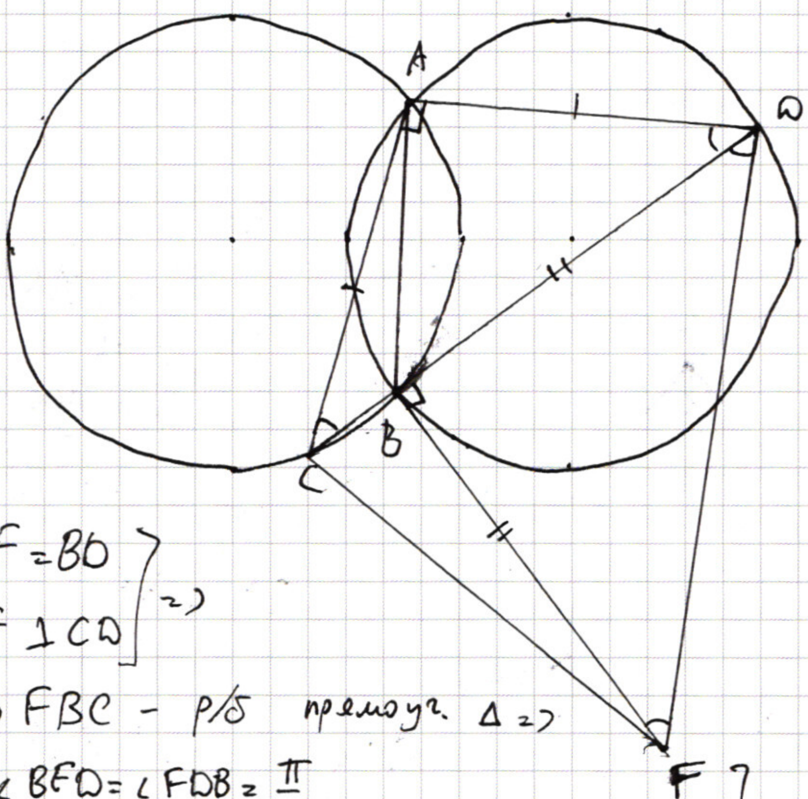
~~AD~~ ~~откл.~~ по т. sin △ABD $\frac{AD}{\sin(\frac{3\pi}{4}-\beta)}=2R$ $AD=2R\sin(\frac{3\pi}{4}-\beta)=$

$=AC$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

а $BD = 2R \cdot \sin\beta = BF$ (по усл.) $\Rightarrow$ $DF = \sqrt{2}\,BD$ (по т. Пифагора)



$R = 17$

$CB = 2R \cdot \cancel{\cos\beta} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

(по т. sin)

для $\triangle ABC$

$\left.\begin{array}{l} BF = BD \\ BF \perp CD \end{array}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow FBC$ – р/б прямоуг. $\Delta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BFD = \angle FDB = \frac{\pi}{4}$

$\triangle ACD$ – прямоуг. р/б $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = \frac{\pi}{4}$ $\Big] \Rightarrow \angle ADF = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\angle CAD = \frac{\pi}{2}$ $\Big] \Rightarrow$

$\Rightarrow AC \parallel DF$ ($\angle ADF + \angle DAC = \pi$ ~~[illegible]~~ соотв. при прямых AC и DF и сек. AD) $\Rightarrow ACFD$ – трапеция ~~и~~.

$AD \perp AC$ и $AD \perp DF$ $\Big] \Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow CF = \sqrt{AD^2 + (DF - AC)^2} = \sqrt{4R^2 \cdot \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \beta\right) + \ldots}} = \cancel{\sqrt{34^2 \cdot \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \beta\right) + \left(2\sqrt{2} \cdot 17 \cdot \sin\beta - 34 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \beta\right)\right)^2} = 34\sqrt{-\frac{\cos\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sin\beta}{\sqrt{2}} + \sin^2\beta}}$

$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2}$ (т. Пифагора)

$CF = \sqrt{(2 \cdot 17 \cdot \sin\beta)^2 + (2 \cdot 17 \cdot \cos\beta)^2} = 34\sqrt{2(\sin^2\beta + \cos^2\beta)} = 34\sqrt{2}$

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Если $CB = 16 = 2\cdot 17\cdot \cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{8}{17} \Rightarrow \sin\beta = \sqrt{1-\frac{64}{289}} = \frac{15}{17}$

$\cancel{\frac{CF}{CB} = \cos(\angle BCF) = \frac{34\sqrt2}{16} =}$

$\cancel{\frac{CB}{CF} = 34\sqrt2}$

$$\frac{CB}{CF} = \frac{16}{34\sqrt2} = \frac{4\sqrt2}{17} = \cos(\angle BCF) \Rightarrow \sin\angle BCF = \frac{\sqrt{257}}{17}$$

$$S_{ACF} = \frac{AC\cdot CF\sin(\angle ACF)}{2} = \frac{\cancel{2}\cdot 17\cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4}-\beta\right)\cdot 34\sqrt2\cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}+\arccos\frac{4\sqrt2}{17}\right)}{\cancel{2}} =$$

$$= 578\sqrt2\cdot\left(-\frac{\cos\beta}{\sqrt2}+\frac{\sin\beta}{\sqrt2}\right)\left(\frac{4\sqrt2}{17\sqrt2}+\frac{\sqrt{257}}{17\sqrt2}\right) = \sqrt2\,(15-8)(4\sqrt2+\sqrt{257}) =$$

$$= 7(8+\sqrt{514}) = 56 + 7\sqrt{514}$$

Ответ: $CF = 34\sqrt2$; $S_{ACF} = 56 + 7\sqrt{514}$.

Задача №2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt2\cos 4x = 0$ выделим амплитуду и фазу

$\sqrt2\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt2\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt2\cos 4x = 0$

$\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$

$2\cos(5x)\cdot\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$ $\qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{\cos\alpha+1}{2}}$

подставим вместо $\frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}$

$2\cos 5x\cdot\sqrt{\frac{\cos\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+1}{2}} + \cos 4x = 0$

$\sqrt2\cos 5x\cdot\sqrt{\sin 4x+1} + \cos 4x = 0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\cos 5x \cdot \sin 2x = -\sqrt{2}\cos 4x$

$\sqrt{2}\cos 5x = \frac{\sin^2 2x - \cos^2 2x}{\cos 2x + \sin 2x}$

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow -\sqrt{2}\cos 4x = 0$

$x = \frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{8}$

$\sqrt{2}\cos 5x = \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}\cos(2x + \frac{5\pi}{4})$

$\cancel{tg 2x = -1}$

$\cancel{2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n}$

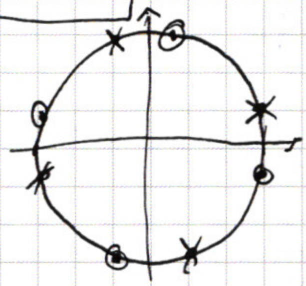
$\cos 5x - \cos(2x + \frac{5\pi}{4}) = 0$

$tg 2x = -1$

$-\sin\left(\frac{5x + 2x + \frac{5\pi}{4}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{5x - 2x - \frac{5\pi}{4}}{2}\right) = 0$

$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$

$\boxed{x = \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{8}}$



$\frac{7}{2}x + \frac{5}{8}\pi = \pi n$

$\frac{3x - \frac{5\pi}{4}}{2} = \pi n$

$x = \frac{2\pi n - \frac{5}{4}\pi}{7}$

$x = \frac{2\pi n + \frac{5\pi}{4}}{3}$

$n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{2\pi n}{7} - \frac{5}{28}\pi$; $\frac{2\pi n}{3} + \frac{5\pi}{12}$; $\frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{8}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

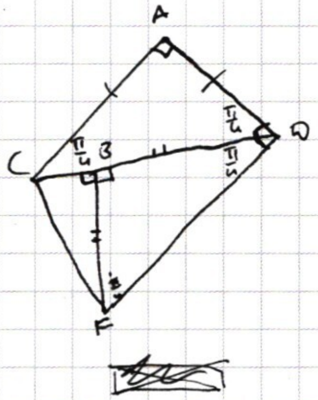
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0$

$y^2+2y(x+2)-3x^2+12x=0$

$D=(x+2)^2+3x^2-12x=4x^2-8x+4=(2x-2)^2$

$y=-x-2\pm|2x-2|=x-4;\ -3x$



$\frac{-x^7}{-3x}=\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x}=x^{2\ln(9x^7)}$ $x\neq 1$

$\ln 3x\cdot\log_x\left(\frac{x^6}{3}\right)=2\ln(9x^7)\cdot$

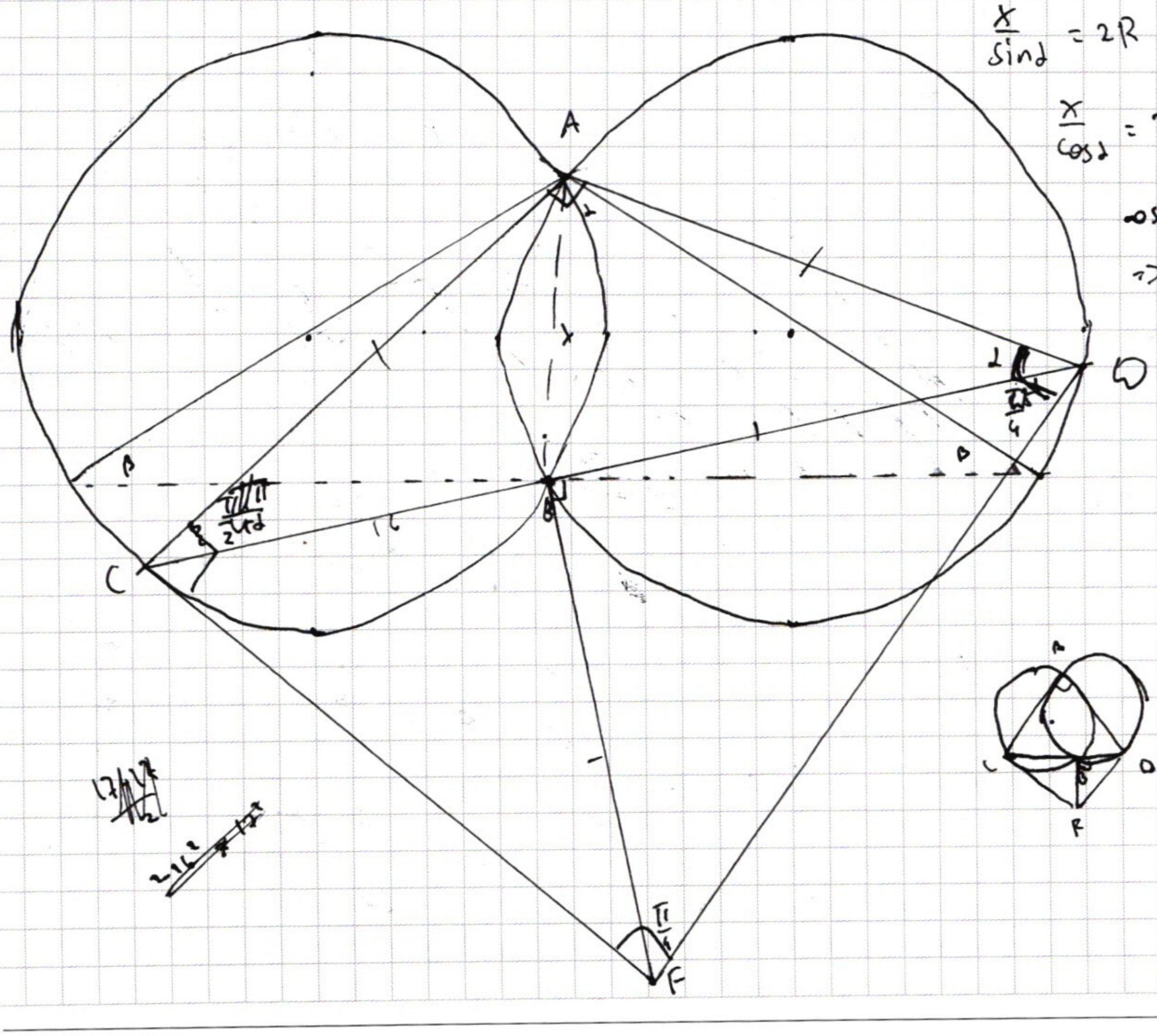
$\frac{x}{\sin\alpha}=2R$

$\frac{x}{\cos\alpha}=2R$

$\cos\alpha=\sin\alpha\Rightarrow$

$\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{4}$

$AF=34$



- [x] черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

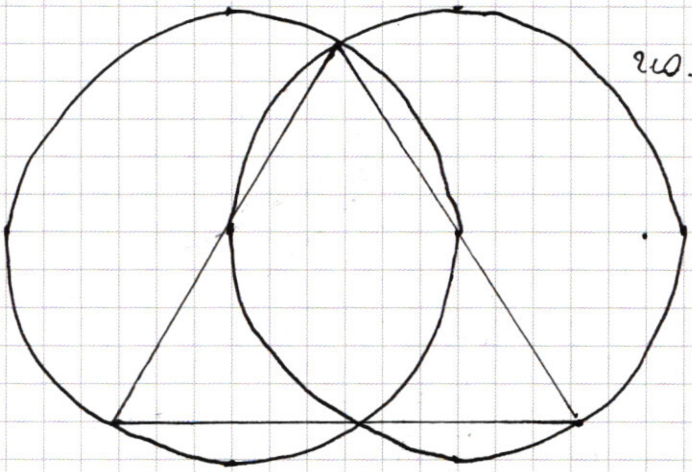
$y = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$

$y = 83 + 3(3^{27} - 1)x$

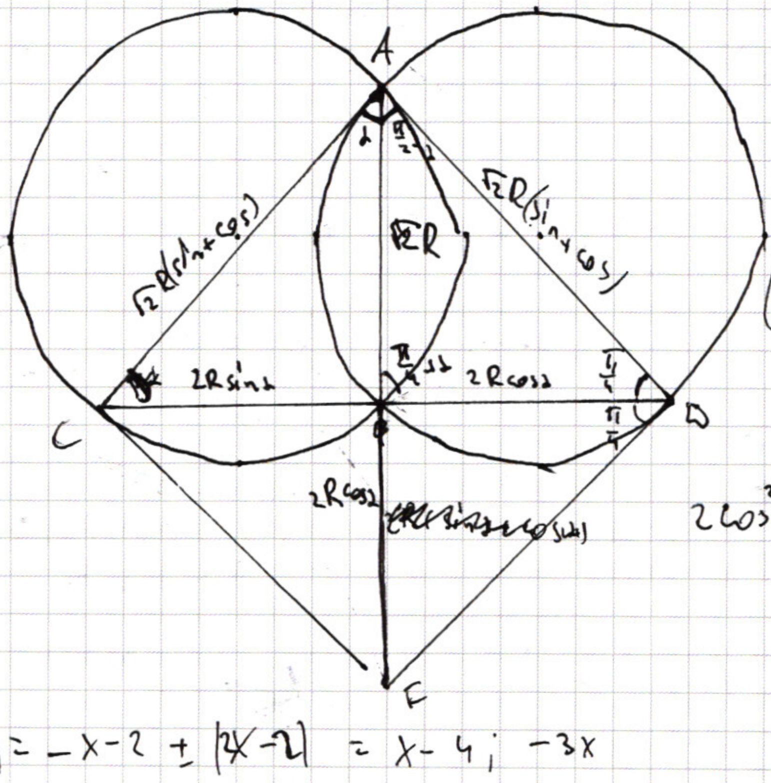
$2\cos 4x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha + 1}{2}}$

$\sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$



$2R \cdot \sin\alpha \quad 2R \cdot \cos\alpha$



$2R^2 = (2R)^2(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + 4R$

$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \cos^2\alpha - 2\sqrt{2}\cos\alpha \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$

$2\cos^2 5x \sin 4x + 2\cos^2 5x = \cos^2 4x$

$y = -x - 2 \pm |2x - 2| = x - 4;\ -3x$

$\left(\frac{x^7}{-y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \qquad 2\ln 9x^7 - 6\ln 3x = -2\ln 3 + 8\ln x -$

$4\ln 3 + 14\ln x - 6\ln 3 - 6\ln x$

$8\ln$

$\left(\frac{x^4}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^7}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^7 - 6\ln 3x} \quad t_4 = x^{8\ln x - 2\ln 3} = x^{2\ln \frac{x^4}{3}}$

$\begin{array}{r} 34 \\ \times 17 \\ \hline 238 \\ 34 \\ \hline 578 \end{array}$

$1 - \frac{32}{289}^2$

$= 257$

$-\ln 3x \cdot \ln 3 = 2\ln\frac{x^4}{3} \cdot \ln x \qquad -(t + \ln 3)\ln 3 = (8t - 2\ln 3)t$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0$

$2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 5x$

$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4} + 7x)$

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

$2\sin 2x \cdot \cos 5x + 2\cos 5x \cdot \cos 2x =$

$2\cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

$= \cos 5x ($

$\cancel{2\cos 5x \cdot (\frac{\cos 2x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}})}$

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

№1

64827	9
7203	3
2401	7
343	7
49	7
7	7

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

$y<0$

$x>0$

3 3 3 1

9 3 1 1

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$D = 4x^2 -$

$C_8^3 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot C_6^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} + 8\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} =$

$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 (1+3)}{6} = 56 \cdot 20 = \boxed{1120}$

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$x+y+8^{\geq 0} + x-y+8^{\geq 0}$

$x=0$

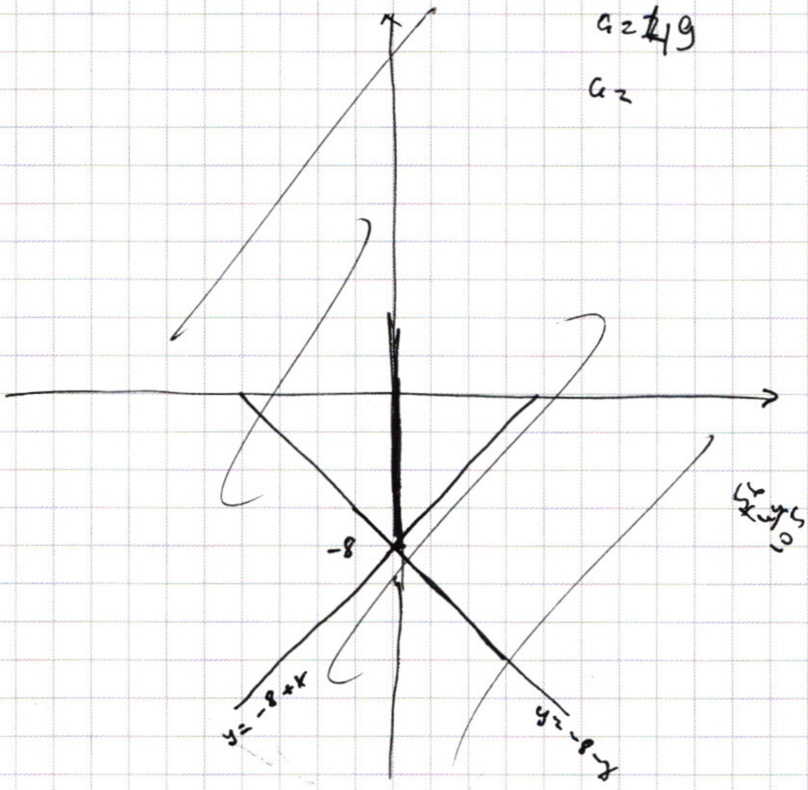
$y = -8 \pm x$

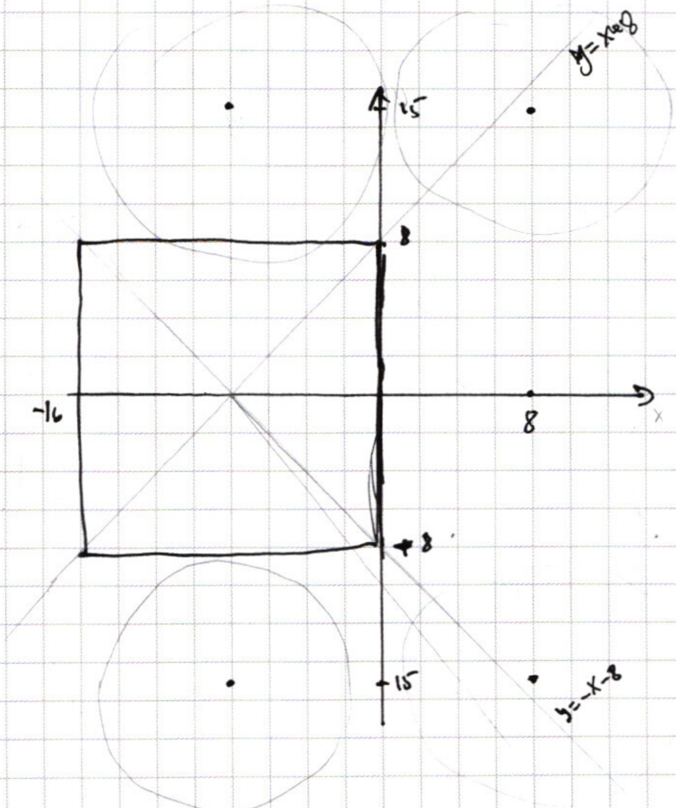
$y = x+8$

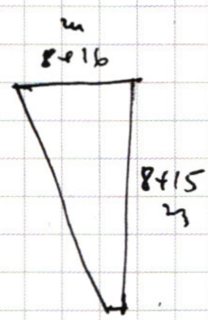
$y = -8-x$

$a = 49$

$a =$







$\times\frac{24}{24}$ 96, 48, 576

$\times\frac{23}{23}$ 69, 46, 529

$a = 24^2 + 23^2 =$

$$\begin{array}{r} 529 \\ +576 \\ \hline 1059 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)