

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} &= y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y &= 0 \end{aligned} \right.$$

I ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

II $\begin{cases} \lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = 2 \lg(xy) \cdot \lg|y| & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\lg x (5 \lg|y| - \lg|x|) = 2 \lg|y| (\lg|x| + \lg|y|)$

Снимем модули, т.к. $x, y > 0$:

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x = 2 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$\lg x_{1,2} = \frac{3 \lg y \pm \sqrt{9 \lg^2 y - 8 \lg^2 y}}{2} = \frac{3 \lg y \pm \lg y}{2} = \frac{3 \lg y \pm \lg y}{2}$$

$$\begin{cases} \lg x = 2 \lg y \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg(y^2) \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y^2 \\ x = y \end{cases} \begin{cases} x, y \text{ все еще} > 0 \\ \text{т.к. } t = \lg t - \lg y \text{ при } t > 0 \end{cases}$$

Подставим $x=y$ в уравнение (2):

$$y^2 - 2y \cdot y - 4y - 3y^2 + 12y = 0$$

$$-4y^2 + 8y = 0 \quad | :(-4)$$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y-2) = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 - \text{не подх. по ОДЗ} \\ y = 2 \Rightarrow x = y; x = 2. \end{cases}$$

Подставим $x=y^2$ в ур-ние (2):

$$(y^2)^2 - 2 \cdot y^2 \cdot y - 4 \cdot y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 - \text{не подх. по ОДЗ.} \\ y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Подбором убедимся, что $y=3$ явл. реш. (3):

$$27 - 18 - 21 + 12 = 0$$

1	-2	-7	12
3	1	1	-4
			0

$$(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y^2+y-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y^2 \\ x=9 \\ x = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

не удовл. ОДЗ

Ответ: $(2; 2); (9; 3); \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$

✓1.

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$; число восьмизначное $\Rightarrow$ в нём ^{1 тройка} либо 3 тройки, 3 пятёрки, 2 единицы, либо 1 девятка; 3 пятёрки и 3 единицы (др. ^{комбинаций} цифр, кот. могут давать такое произведение, в 8-значном числе быть не может). Всего вариантов может быть:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$= 7 \cdot 8 \cdot 5 (2+4) = 56 \cdot 30 = 1680$$

Ответ: 1680.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

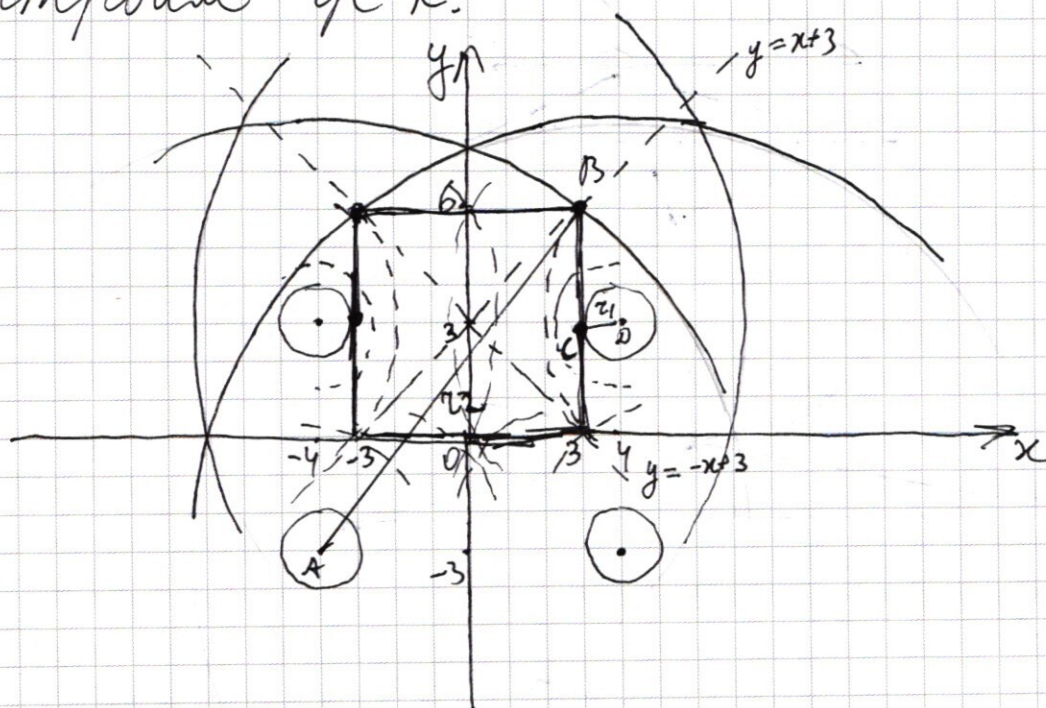
$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) Рассмотрим все случаи раскрытия модулей:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \\ y-3-x+y-3+x=6 \end{cases} \vee \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \leq -x+3 \\ y-3-x-y+3-x=6 \end{cases} \vee \begin{cases} y \leq x+3 \\ y \geq -x+3 \\ -y+3+x+y-3+x=6 \end{cases} \vee \begin{cases} y \leq x+3 \\ y \leq -x+3 \\ -y+3+x-y+3+x=6 \end{cases} \\ & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \\ y=6 \end{cases} \vee \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \leq -x+3 \\ x=-3 \end{cases} \vee \begin{cases} y \leq x+3 \\ y \geq -x+3 \\ x=3 \end{cases} \vee \begin{cases} y \leq x+3 \\ y \leq -x+3 \\ y=0 \end{cases} \end{aligned}$$

(2) Решением этого ур-ния будут 4 окр-ти с центрами в т.т. $(4; 3)$; $(-4; 3)$; $(4; -3)$; $(-4; -3)$ и радиусом $R = \sqrt{a}$

Построим ур-к.



Нетрудно заметить, что 2 реш. будет только при $a = z_1^2$ и $a = z_2^2$ (при некот. др. a окр-ти на xy -к нанесены пунктирно-вино, что решения не два).

Найдём z_1 и z_2 .

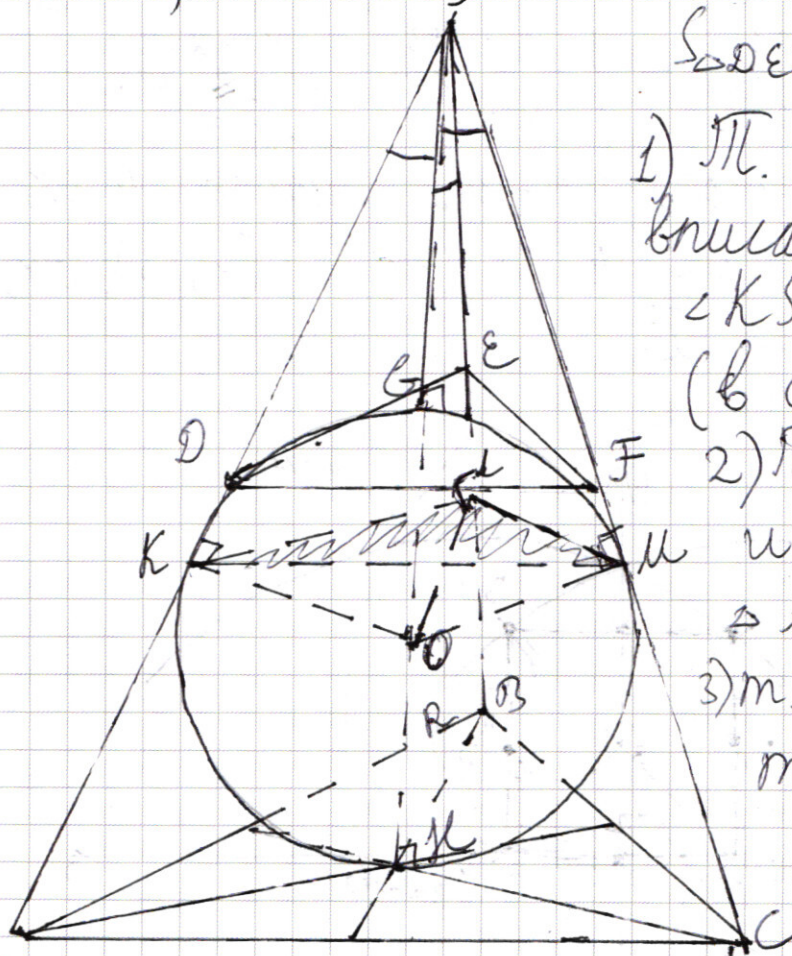
$$z_1 = \sqrt{4-3} = 1 \Rightarrow a = 1^2 = 1.$$

$$z_2 = \sqrt{(3-(-4))^2 + (6-(-3))^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \\ = \sqrt{(3-(-4))^2 + (6-(-3))^2} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{49+81} = \sqrt{130} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 130$$

Отв.: $a = 1$; $a = 130$.

№4.



$$S_{\triangle DEF} = 1; S_{\triangle ABC} = 4.$$

1) Пл. к. ~~окр-та~~ сфера вписана в угол, то $\angle KSO = \angle MSO = \angle LSO$ (в силу симметрии)

2) Пл. к. $(DEF) \perp SO$ и $(ABC) \perp SO$, то $\triangle ABC \sim \triangle DEF$;

$$3) \text{т.к. } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{4}{1}, \\ \text{то } \frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

4) Пл. к. $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, то в темр. $SABC$ соотв. (по углу и ~~отн. сторон~~ 2 углам) $\triangle ASK \sim \triangle ASE$, $\triangle ASB \sim \triangle ASE$; $\triangle BSK \sim \triangle ESF$; $AS = 2SD$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

5) Из подобия фигур также следует:

$$\frac{SG}{SK} = \frac{SO}{SA} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{SG}{2R+SG} = \frac{1}{2}; SG = 2R, \text{ где } R - \text{радиус сферы.}$$

$$6) \angle SOK = 90^\circ;$$

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{SG+OG} = \frac{R}{2R+R} = \frac{1}{3}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}; \text{ так как } \angle OSK = \angle OSU = 90^\circ$$

7) $\angle SOK = 90^\circ$; по т. Пифагора $SK = \sqrt{OS^2 - OK^2} = 2\sqrt{2}R$ и $\triangle SOK$

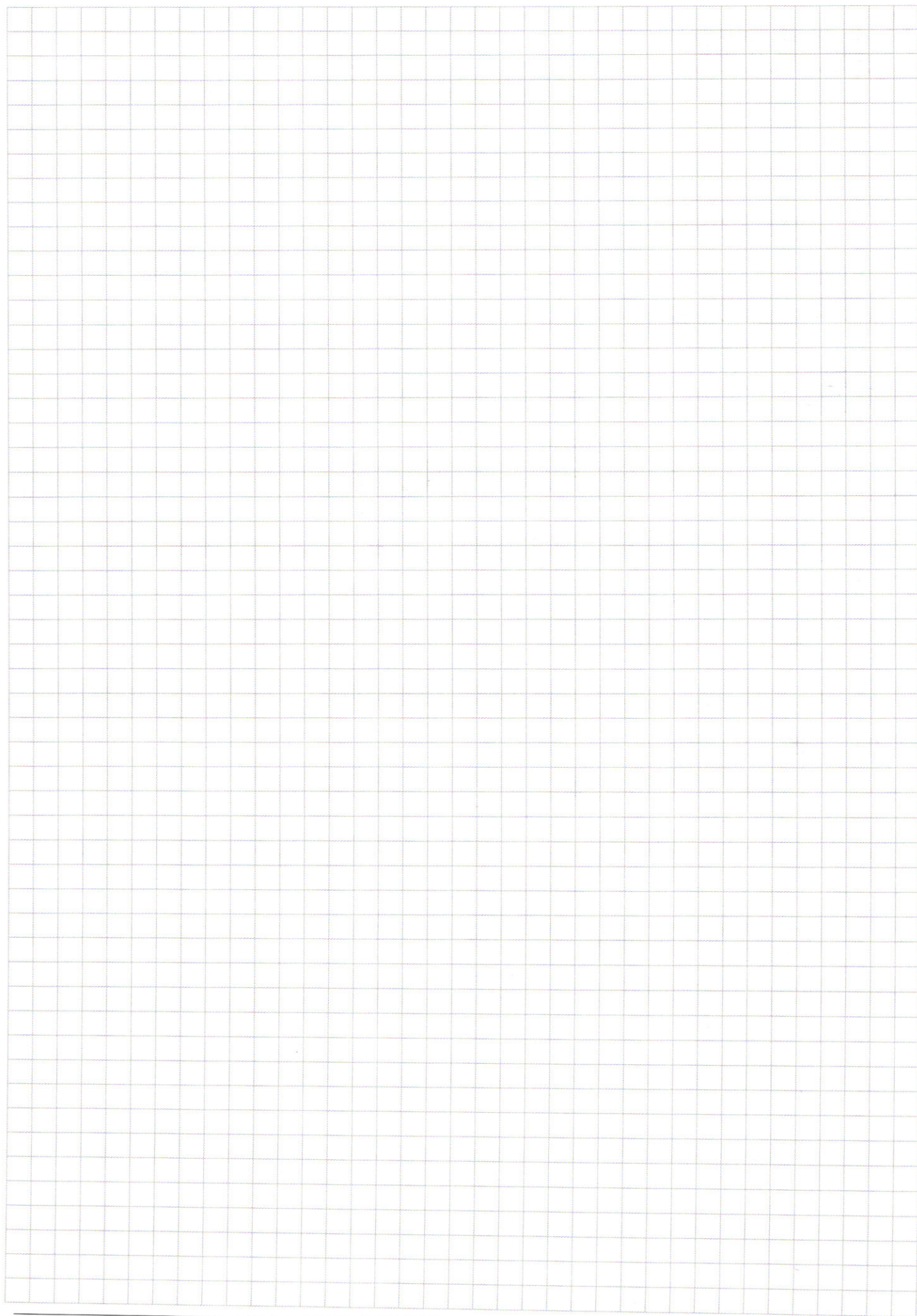
8) $\triangle SAK$ по т. Пифагора $AK = \sqrt{SK^2 - SA^2}$ из подобия ($\angle KSO = \angle KSO$, $\angle K = \angle K$) $\frac{SK}{SK} = \frac{SO}{AS}$

$$AS = SO \cdot \frac{SK}{SK} = 3R \cdot \frac{2\sqrt{2}R}{2\sqrt{2}R} = \frac{6}{\sqrt{2}}R = 3\sqrt{2}R$$

9) По св-ву кас. $SK^2 = SL^2 = SM^2 = 2\sqrt{2}R$; также $AS = BS = CS = 3\sqrt{2} \Rightarrow \triangle KLM \sim \triangle ABC$; $\frac{SK}{AS} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\triangle KLM} = S_{\triangle ABC} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 4 \cdot \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{3}$; $\frac{16}{9}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

Дано:

$$R_{O_1} = R_{O_2} = 5;$$

$$\angle CAD = 90^\circ;$$

$$BF = BD.$$

1) Задача, про
 $\angle CAD = 90^\circ$ если

а) Пусть $AD \cap \omega_1 = E$,
пл. к. $BF \perp CD$,

то $\angle AEF \in BF$ (т.к.
 $\angle CBE$ прямой как опир.
на диам. окр-ти); CE - диам.,
т.к. $\angle CAE = 90^\circ$.

б) Пусть $\angle ACE = \alpha$,
тогда $\angle BCE = \alpha$ в си-
му симметрии
 $\triangle KAC$ и $\triangle KBC \Rightarrow$
 $\Rightarrow AE = BE$,

3) $\triangle ABE$ - р/б $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle EAB = \angle ABE = \angle ACE$ (как
впис., опир. на одну дугу в окр-ти ω_1)

4) $\angle BGD = \angle BAD$ как впис. в $\omega_2 \Rightarrow \triangle ACE = \triangle DGB$
по углам и гипотенузе $\Rightarrow BD = AE = BE$

N2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin \frac{14x}{2} \sin \frac{8x}{2} - 2 \sin \frac{8x}{2} \cos \frac{14x}{2} = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\left[\sin 7x + \cos 7x = 0 \mid : \cos 7x; \cos 7x \neq 0 \text{ и } \sin^2 7x + \cos^2 7x = 1 \right]$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$$

$$\left[\begin{aligned} \tan 7x &= -1. \end{aligned} \right.$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sqrt{2} \left(\sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x \right)$$

$$\left[7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) \right.$$

$$\left[x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \right.$$

$$4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad m, n, k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pi - \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi m$$

$$\left[x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \right.$$

$$-3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad m, n, k \in \mathbb{Z}$$

$$11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m$$

$$\left[x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \right.$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi l}{3} \quad (нужно l = -k) \quad m, l, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi l}{3}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}; m, l, n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6 (продолжение)

5) П.к. $BD = BE = BF$, то $\triangle CEF$ - вых. и
мед. $\Rightarrow \triangle CEF$ - р/б; $CF = CE = 10$; $\angle BCF = \angle BCE = 2$

6) ~~П.к. BF перпендикулярна к CD по т. Пифагора~~
~~и при данной $\angle B$ п. (б) условие~~

5) 1) $BC = 6 \Rightarrow \triangle CBF$ по т. Пифагора $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} =$
 $= 8$, $\sin 2 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

2) в $\triangle AFC$ $AC = BC = 6$ (из рав-ва $\triangle ACE = \triangle BCE$);
 $S_{\triangle AFC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \sin 32 = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot (3 \cdot \frac{4}{5} - 4 \cdot (\frac{4}{5})^3) =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot (\frac{12}{5} - \frac{256}{125}) = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot \frac{44}{125} = \frac{792}{125}$

Ответ: 10 ; $\frac{792}{125}$.

Прим.: если $AD \perp \omega$, то на основе п. (б)
можно найти CF (рис. будет симметр. тому, что
в задаче, $C \leftrightarrow D$). ~~$CF = BF \sqrt{2}$~~
(это не так)

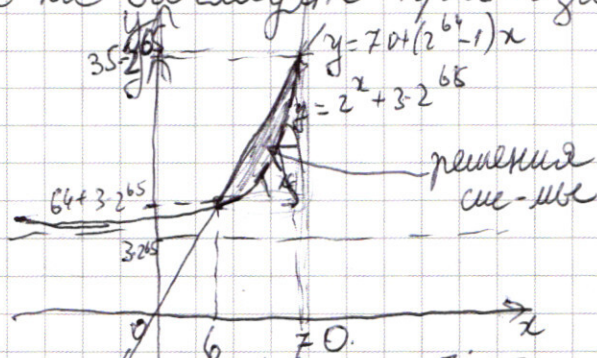
Прим.: если $AD \perp \omega$, то $CF = BF \sqrt{2}$ (если на
рис. приведённом мной в задаче, поменять т. C и
т. D местами), $\angle FCB = \angle BCE = 45^\circ$; $S_{\triangle AFC} =$
 $= \frac{1}{2} \cdot CF \cdot AC \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{2} \cdot (6\sqrt{2} + 6) = 18\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$, но
тогда CF ищется лишь с использованием п. (б),
поэтому за основное решение я взял то, что
рассматривалось с "официальным" ответом.

№ 7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

При $x=6$ $2^6 + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1) \cdot 6$

г-ки выглядят приблизительно так:



При $x=70$:

$$2^{70} + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1) \cdot 70$$

III. 0. кол-во решетчат будет равно "целая"

$$(70 - 6 - 1) \cdot (35 \cdot 2^{65} - 64 - 3 \cdot 2^{65}) - S, \text{ где } S - \text{площадь заштрихованной фигуры} = 63 \cdot (2^{70} - 64) - S$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$+ 2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\cos^2 7x + \sqrt{2} \cos 7x \sin 4x = \sin^2 7x - \sqrt{2} \sin 7x \sin 4x$$

$$\sin 4x$$

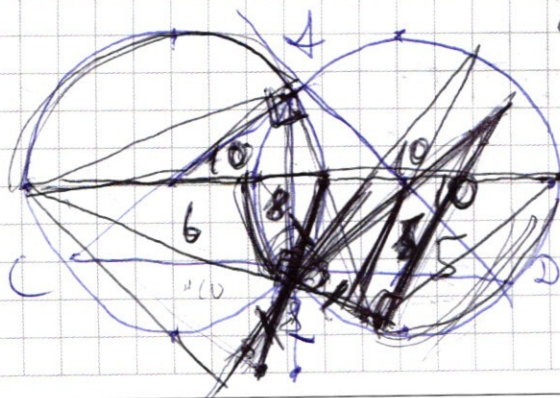
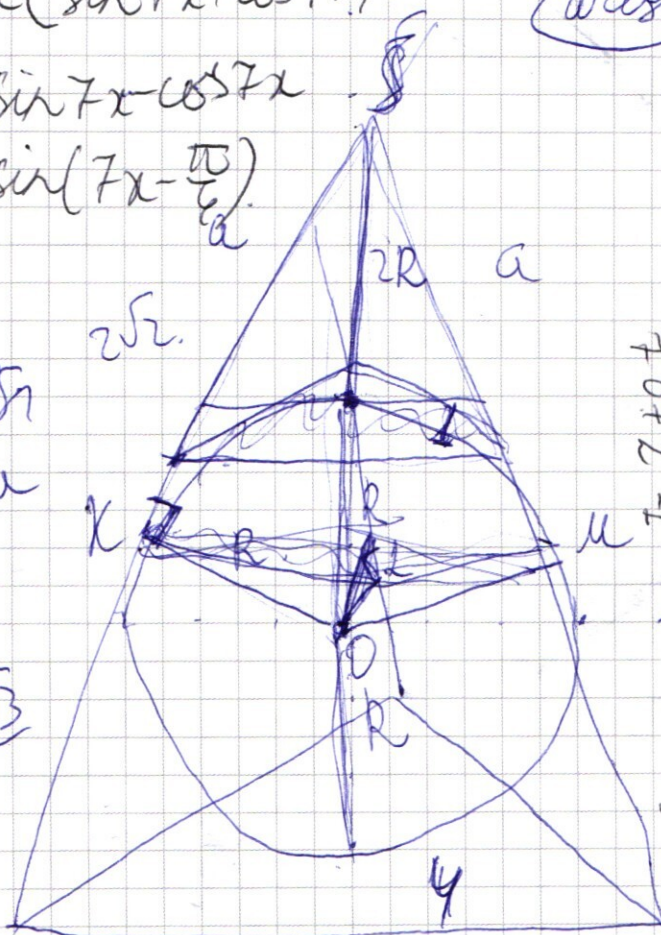
$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\arcsin \frac{1}{3}$$

$$\tan 7x = -1$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$$

$$\sin 4x = \sin(7x - \frac{\pi}{2})$$

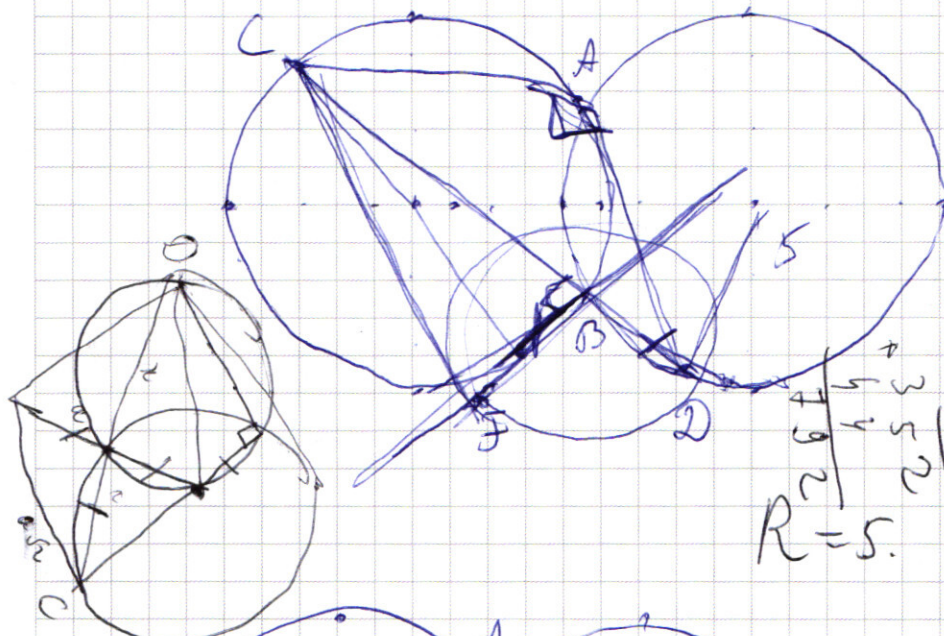


$$\begin{cases} y > 2^{x+3} \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \\ 70 + (2^{64} - 1)x > 2^{x+3} \cdot 2^{65} \end{cases}$$

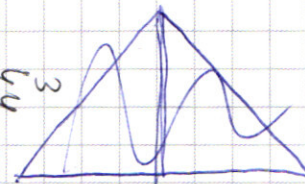
$$y \geq 2^{x+3} \cdot 2^{65}$$

cos 11°

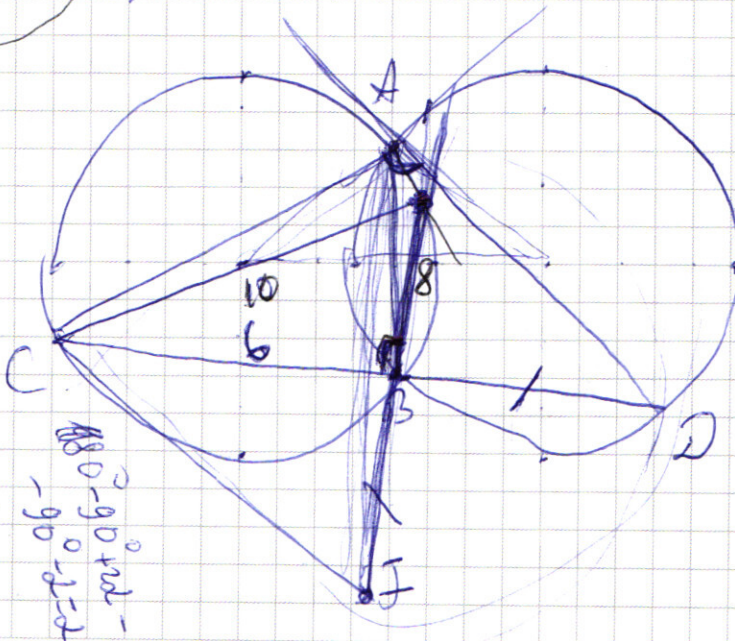
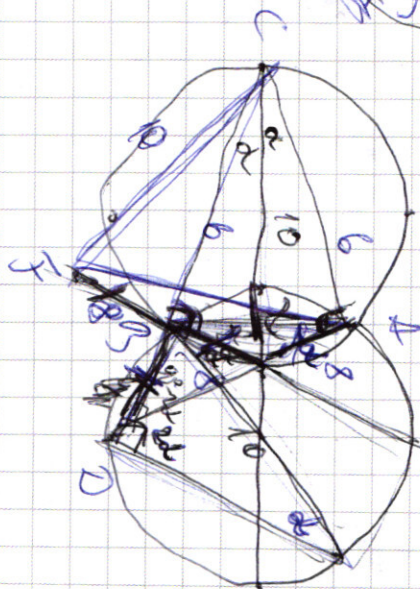
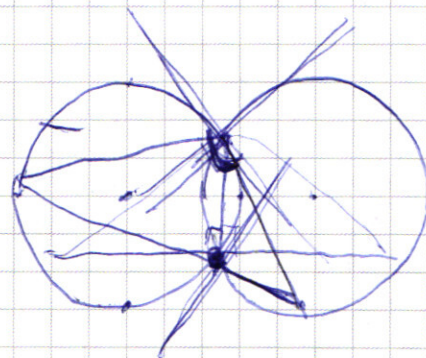
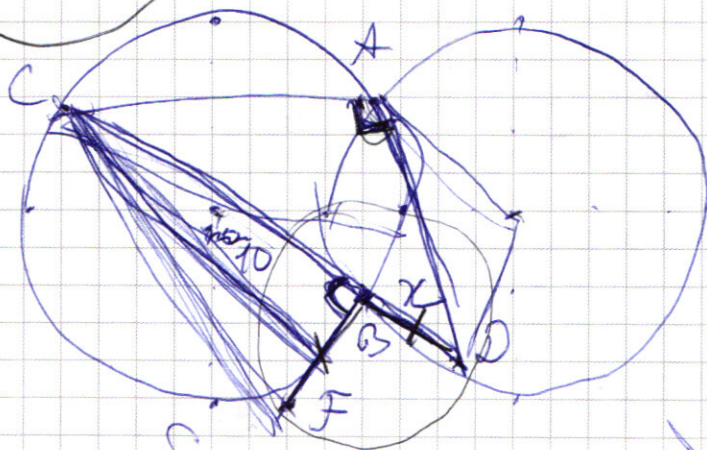
$$(2^{64} - 1)x > 2^{x+3} \cdot 2^{65} - 70$$



$$\frac{25}{12} = \frac{300}{44}$$



R=5.



$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha - 2 \sin^3 \alpha = \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x=y: (2; 2)$$

$$y^2 - 2y^2 - 4y - 3y^2 + 12y = 0$$

$$-4y^2 + 8y = 0$$

$$y^2 = 2y$$

$$\begin{cases} y=0 & x=0 \\ y=2 & x=2 \end{cases}$$

$$y=0: \ominus$$

$$x=y^2:$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$8 - 8 - 14 + 12 \leq 0$$

$$27 - 18 - 21 + 12 = 0$$

1	-2	-7	12
3	1	1	-4
			0

$$(x-3)(x^2+x-4)=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \quad x = 3$$

$$y = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}}, \quad y = \sqrt{3}$$

$$y \geq x+3 \quad y-3-x+y-3-x=6$$

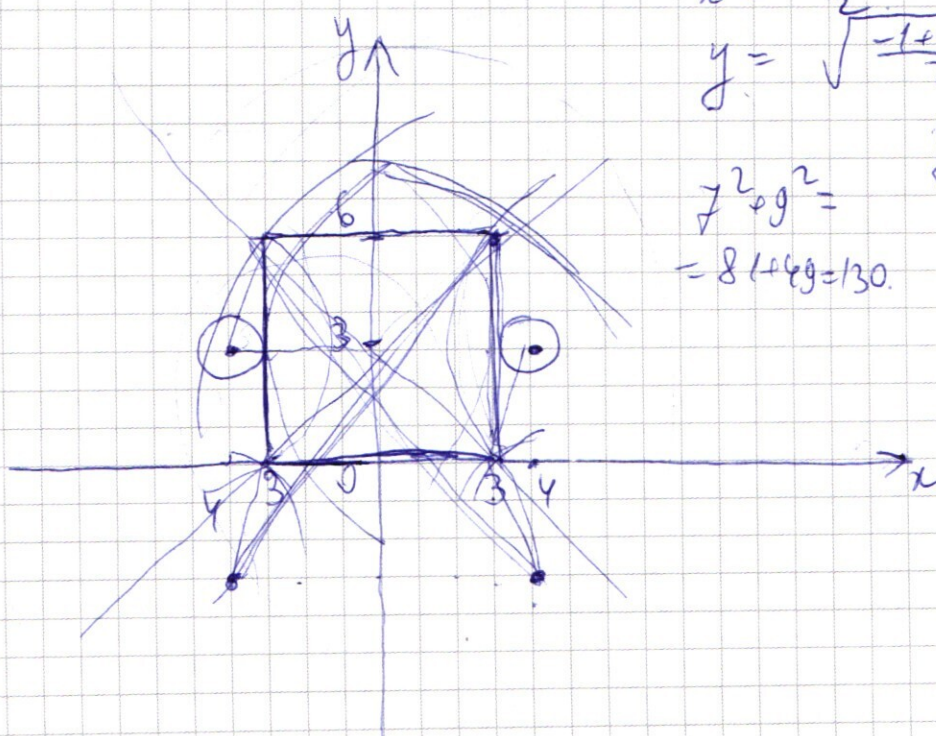
$$y \geq -x+3 \quad 2y=12$$

$$y=6$$

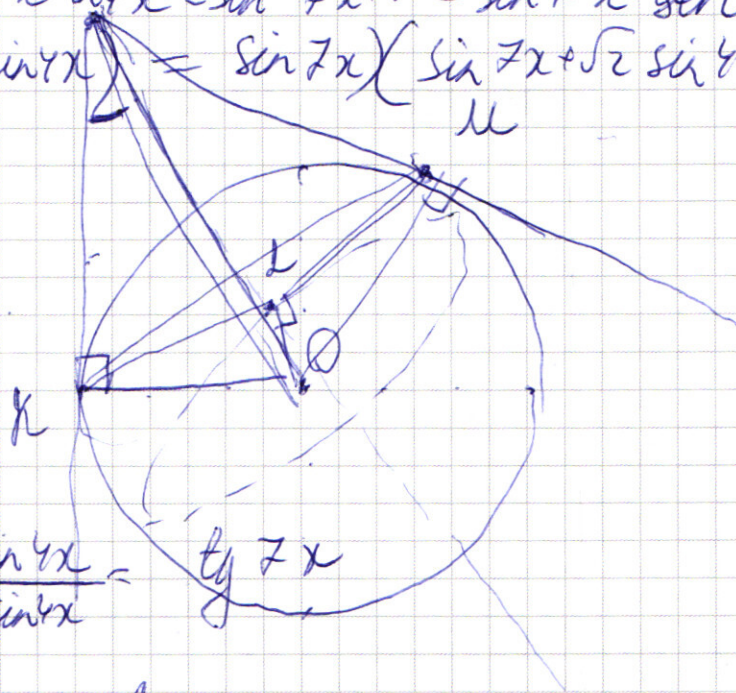
$$\begin{cases} y \leq x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} \quad \begin{cases} -y+3+x+y-3-x=6 \\ 2x=6 \end{cases}$$

$$x=3$$

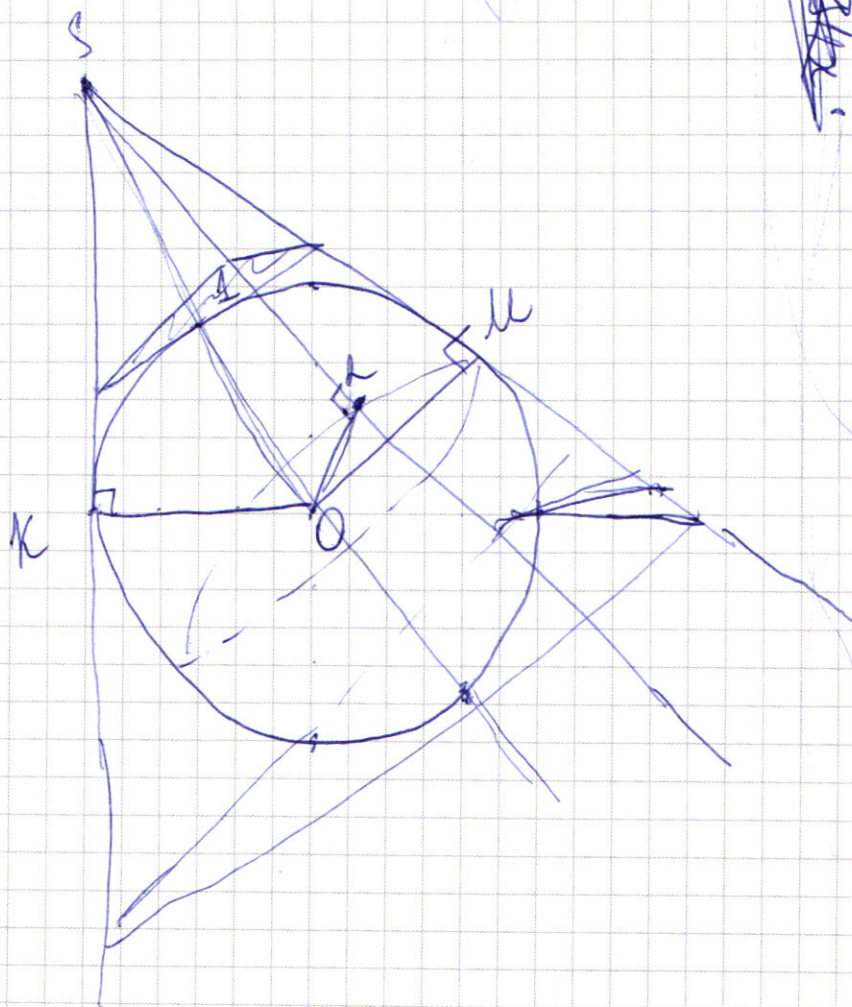
$$7^2 + 9^2 = 81 + 81 = 162$$



$$\cos 7x (\cos 7x - \sqrt{2} \sin 4x) = \sin 7x (\sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x)$$



$$\frac{\sin 7x - \sqrt{2} \sin 4x}{\sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x} = \tan 7x$$



$$\cos 11x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x = \sin 11x - \sin 3x + \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(11x) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$- - - - - = \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$- 2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\cos 14x = \cos(14x + 3x) = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

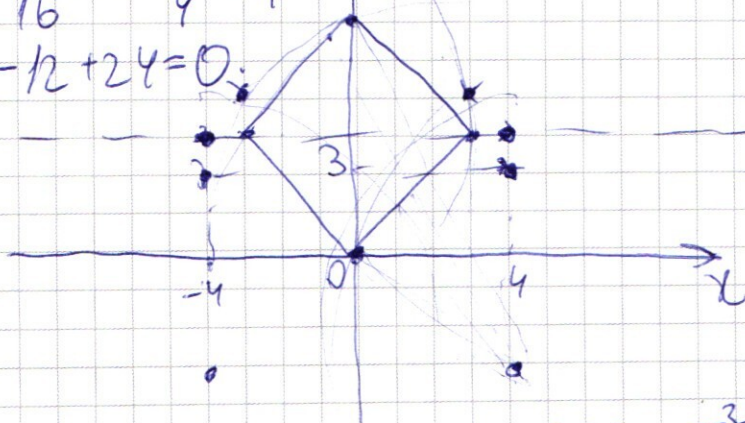
$$\cos 11x - \cos 3x - \cos 11x \cos 3x = \sin 11x - \sin 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x \geq 0: y=16 \\ y-3+x \geq 0: y=16 \end{cases}$$

$$16y^2 = 4y^4 = 16y^2 = 16y^2$$

$$4-8-8-12+24=0$$



$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 1125} \\ 3 \overline{) 375} \\ 3 \overline{) 125} \\ 3 \overline{) 425} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 225 \\ \hline 15 \\ + 1125 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 1125} \\ 3 \overline{) 375} \\ 3 \overline{) 125} \\ 3 \overline{) 425} \end{array}$$

$$3375 \overline{) 3} = 3375$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 3 \\ 1 \times 9 \\ 3 \times 5 \\ 3 \times 1 \\ 8! \\ \hline 3! \cdot 3! \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 3 \\ 3 \times 5 \\ 2 \times 1 \\ 8! \\ \hline 3! \cdot 3! \cdot 2! \end{array}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{40320}{6 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{40320}{72} = 560$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1+44}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$DD3: \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\lg x \lg \frac{y^5}{x} = 2 \lg xy \lg y$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = 2 \lg y (\lg x + \lg y)$$

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x = 2 \lg x \lg y + 2 \lg y^2$$

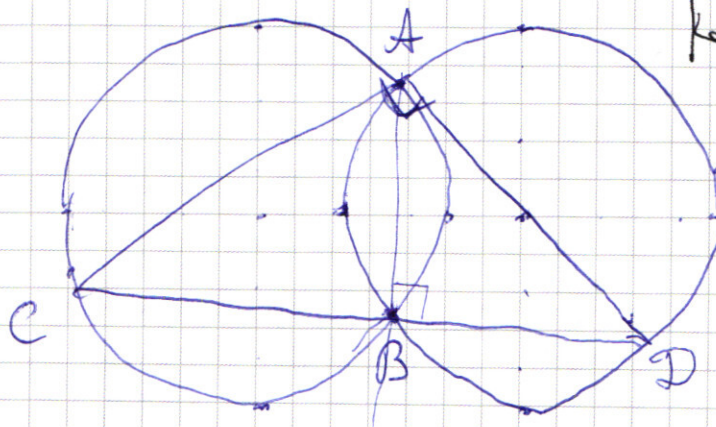
$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$\begin{cases} \lg x = 2 \lg y \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y^2 \\ x = y \end{cases}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) - x^2 + 4y^2 + 12y - 9 + 9 - 4 = 0$$



$$R = 5$$

$$\frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{2} = x$$

$$2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x \right) \sin 4x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sin^2 7x$$

$$\sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \cos 7x \sin 4x = \sin^2 7x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} (\cos 3x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 3x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$-2 \sin(\frac{14x + \frac{\pi}{2}}{2}) \sin(\frac{8x}{2}) = \cos 14x$$

$$-2 \sin(7x + \frac{\pi}{2}) \sin 4x = \cos 14x$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}\right)^5 \lg^3 3 &= 3^2 \lg^3 3 \\ 3^{\frac{5}{2} - 2} \lg^3 3 &= 3^{\frac{1}{2}} \lg^3 3 \end{aligned}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{17 \pm 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\lg^3 3 = 3^{\frac{5}{2} - 2} \lg^3 3 = 3^{\frac{1}{2}} \lg^3 3$$

$$81 - 2 \cdot 27 - 4 \cdot 9 - 3 \cdot 9 + 36 = 81 - 54 - 36 - 27 = 0$$