МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М.

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Заметим, что $64827 = 2401 \cdot 27 = 7^4 \cdot 3^3$.

Т.е. для того, чтобы произведение цифр восьмизначного числа было 64827, в нём должны быть 4 семёрки, 3 тройки и одна единица, поскольку $7 \cdot 3 = 21 > 9$, т.е. нет такой цифры, которая могла бы в себе содержать множитель 7 хотя бы в первой степени и множитель 3 хотя бы в первой степени (не считая цифры 0, но в числе, очевидно, не должно быть нулей).

Итого у нас есть 8 различных позиций для цифры 1 в числе, и для каждой такой позиции ~~на~~ на оставшиеся 7 мест мы должны расставить 4 семёрки и 3 тройки. А кол-во способов это сделать ровно $C_7^4 =$

$= \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35$

Тогда всего чисел удовлетворяющих условию $8 \cdot 35 = 280$

Ответ: 280

№2.

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

Заметим, что $\sqrt{2}\left(\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin 7x + \cos 7x$,

$\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right)$

Тогда исходное уравнение равносильно следующему:

$\sqrt{2}\left(\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos 4x\right) = 0 \iff$

$\iff \sqrt{2}\left(2 \sin\left(\cancel{4x} + 2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 5x + \cos 4x\right) = 0$

№3.

Заметим, что $y^2+2xy-3x^2+12x+4y = (y+3x)(y-x+4)$

Тогда исходная система равносильна следующей:

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ \left[\begin{array}{l} y=-3x \\ y=x-4 \end{array}\right. \end{cases}$$

1. Пусть $y=-3x$, тогда первое уравнение системы выглядит:

$$\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \Leftrightarrow \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{3}\right)^{6\ln(3x)} = x^{4\ln 3x+2\ln x}$$

№2. $\cos 7x+\cos 3x = 2\cos 5x\cos 2x$

$\sin 7x-\sin 3x = 2\sin 2x\cos 5x$

Тогда исходное уравнение равносильно следующему:

$2\cos 5x(\sin 2x+\cos 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x-\sin 2x)(\cos 2x+\sin 2x)$

Получаем: $(\sin 2x+\cos 2x)(2\cos 5x+\sqrt{2}(\cos 2x-\sin 2x))=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = -\cos 2x \\ 2\cos 5x+\sqrt{2}(\cos 2x-\sin 2x)=0 \end{array}\right.$$

Первое уравнение равносильно следующему: $\sqrt{2}\left(\sin 2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

т.е. $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0 \Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$, т.е. $x=\frac{\pi}{2}\left(k-\frac{1}{4}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

второе уровнение ровносильно следующему:

$2\cos 5x + \sqrt{2}\left(\sqrt{2}\left(\cos(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$, т.е.

$2\left(\cos 5x + \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$, т.е.

$\cos 5x + \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = 0. \Leftrightarrow \quad 2\cos\left(\frac{7x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)\cos\left(\frac{3x-\frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\frac{7x+\frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \cos\left(\frac{3x-\frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{7x+\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ \frac{3x-\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi n}{7} \\ x = \frac{\frac{5\pi}{4} + 2\pi n}{3}. \end{array}\right.$

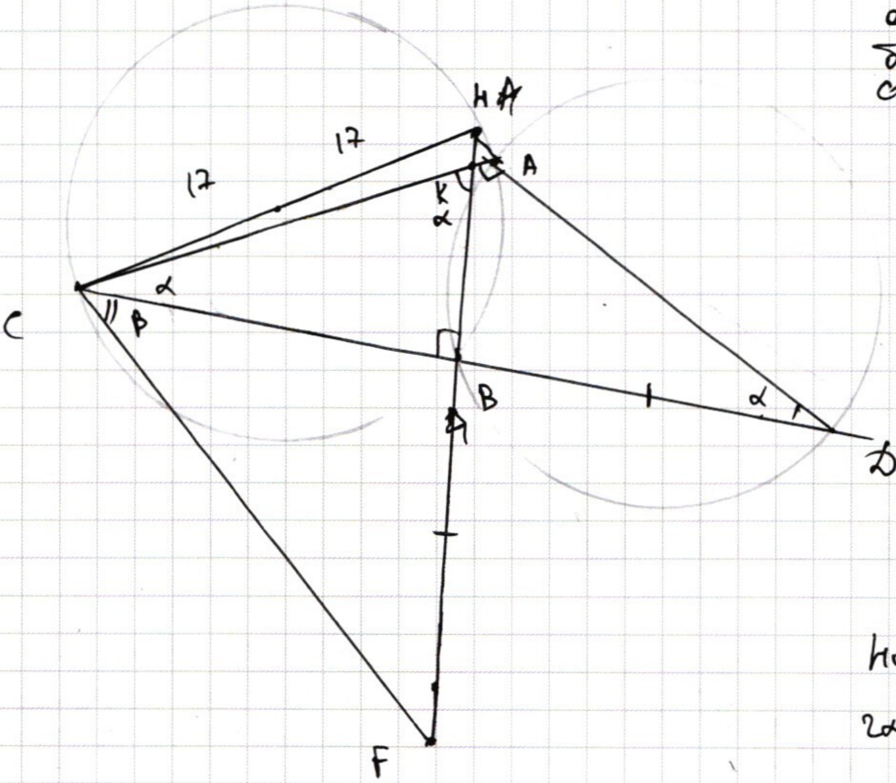
Ответ: $\frac{\pi}{2}\left(k - \frac{1}{4}\right)$, $\frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi n}{7}$, $\frac{\frac{5\pi}{4} + 2\pi n}{3}$; $n, k \in \mathbb{Z}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



Сперва заметим, что раз окружности равных радиусов, то $\angle CAB = \angle ADB = \frac{1}{2} \smile AB$, а значит ΔCAD равнобедренный с основанием CD.

Пусть H – точка пересечения высоты к CD через точку B с ~~ок~~ первой окружностью.

Пусть $\angle CDA = \alpha$, CKB

Тогда $\angle$ ~~CBD~~ $=\alpha$ ($K = CA \cap BH$),

но $\angle ACD = \angle CDA = \alpha$.

Но тогда из Δ ~~CKD~~, CKB $2\alpha = 90^\circ$, т.е. $\alpha = 45^\circ$

Поскольку $\angle CAH = 90^\circ$ т.к. CH – диаметр, то $\angle CAH = \angle CAD = 90^\circ$, то точки D, A, H лежат на одной прямой. Тогда из ΔHBD $\angle BHD = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, т.е. ΔHBD равнобедренный и $BH = BD$, но $BD = BF$, а значит $BH = BF$. И т.к. CB – высота и медиана ~~в~~ в ΔHCF, то HCF равнобедренный с основанием FH и тогда $CH = CF = 34$

а) Ответ: 34

б) из ΔCBH найдем BH: $BH = \sqrt{CH^2 - CB^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{18 \cdot 50} = 30$. Тогда $BF = BH = 30$ ~~и S_A~~ т.к. ΔCBA равнобедренный, то $CB = B\overset{K}{A} = 16$, тогда ~~AH~~ $KH = BH - BK = 14$. из ΔCBK $CK = 16\sqrt{2}$, а из ΔCAD ~~$CA = \sqrt{CD^2 - AD^2}$~~ $= CA = 15\sqrt{2}$

а) Пусть $\angle BCF = \beta$. Из $\triangle BCF$ $\sin\beta = \frac{BF}{CF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$.

Тогда $S_{ACF} = AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF \cdot \frac{1}{2}$; $\angle ACF = \angle ACB + \beta =$
$= 45^\circ + \beta$

$$\sin(45^\circ + \beta) = \sin 45^\circ \cdot \cos\beta + \sin\beta \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\beta + \cos\beta)$$

Из того же $\triangle BCF$ $\cos\beta = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$. Тогда $\sin(45^\circ+\beta) =$

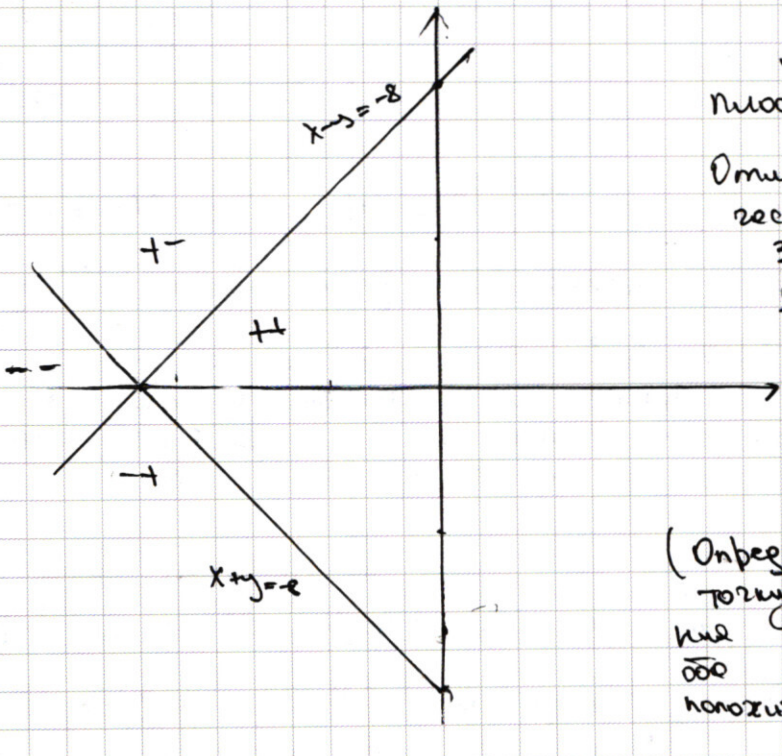
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{15}{17} + \frac{8}{17}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23}{17\sqrt{2}}$$

Тогда $S_{ACF} = 15\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23}{17\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = 345$

б) Ответ: 345.

N5.

Рассмотрим множество, которое задаёт первое уравнение



Прямые $y = -8-x$ и $y = x+8$ разбивают плоскость на 4 части.

Отметим для каждой части ~~в какой~~ какой знак имеют подмодульные выражения.

(первый знак - знак подмодульного выражения $|x+y+8|$), второй - $|x-y+8|$

(Определим знаки, подставив точку $(0,0)$ в оба выражения и получим что оба подмодульных выражение положительны)

1. Рассмотрим ту часть, где оба ~~модуля~~ подмодульных выражение положительны (назовём такой случай „++")

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 5
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда первое уравнение системы примет вид:

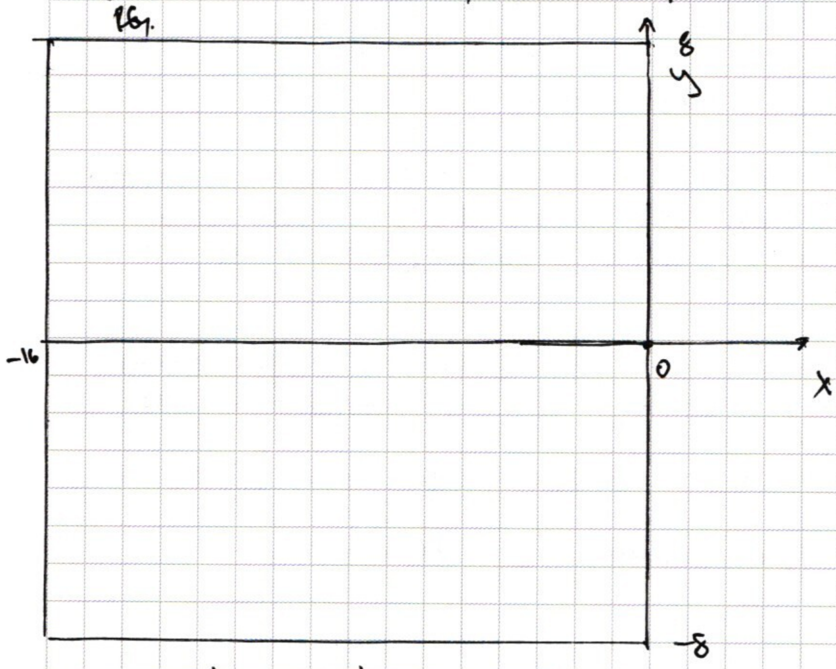
$2x+16=16$, т.е. $x=0$

2. Случай „$-+$": $-x-y-8+x-y+8=16$; $-2y=16$; $y=-8$

3. Случай „$--$": $-x-y-8-x+y-8=16$ $-2x=32$, $x=-16$

4. Случай „$+-$": $x+y+8-x+y-8=16$ $2y=16$, $y=8$

Тогда ~~исход~~ первое уравнение задаёт квадрат с центром в точке $(-8;0)$, со сторонами, параллельными осям и равными 16.



$|x+y+8|+|x-y+8|=16$

Рассмотрим второе уравнение:

Рассмотрим случаи:

1. $x\geq 0$, $y\geq 0$

Тогда $(x-8)^2+(y-15)^2=a$ – уравнение окружности с центром $(8;15)$ и радиусом $\sqrt{a}$ (при $a=0$ вырождается в точку)

Поскольку при замене x на $(-x)$ и y на $(-y)$ выражение $(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a$ не изменяется, то множество точек, заданное этим уравнением симметрично относительно осей координат. Тогда это уравнение задает 4 окружности с центрами $(8;15)$, $(-8;15)$; $(8;-15)$; $(-8;-15)$

Поскольку квадрат, заданный первым уравнением также симметричен относительно Ox, то 2 решения у системы возможны только в следующих случаях:

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

1. Окружности с центрами в $(-8;15)$ и $(-8;-15)$ касаются сторон квадрата, и при этом оставшиеся 2 окружности не должны иметь общих точек с квадратом.

Первое условие выполняется при $a=49$. При этом расстояние от центров двух других окружностей до квадрата $\geq \sqrt{7^2+8^2} > 7$, т.е. при $a=49$ будет ровно 2 решения

2. Окружности с центрами в $(-8;15)$ и $(-8;-15)$ не имеют общих точек с квадратом, а другие 2 окружности проходят через точки ~~(8;8)~~ $(0;8)$ и $(0;-8)$, причём окружность с центром $(8;15)$ проходит через первую, а другая через вторую.

Второе условие выполняется при $\sqrt{a}=\sqrt{7^2+8^2}=\sqrt{113}$, т.е. $a=113$. Первое условие выполняется при $\sqrt{a}\geq\sqrt{8^2+23^2}>\sqrt{113}$

(расстояние между точкой $(-8;-15)$ и $(8;8)$

Значит ~~вто~~ этот случай невозможен

3. Окружность с центром $(8,15)$ проходит через точку $(-16;-8)$ а окр. с центром $(8;-15)$ ~~пр~~ через $(-16;8)$, при этом 2 другие окр. не должны иметь общих точек с квадратом.

Первое условие выполняется при $\sqrt{a}=\sqrt{24^2+23^2}$ (расстояние между $(8;15)$ и $(-16;-8)$). Второе условие выполняется при $\sqrt{a}\geq\sqrt{8^2+23^2}<\sqrt{24^2+23^2}$. Значит при $a=24^2+23^2=$ $=1105$ ~~уж~~ система тоже имеет 2 решения.

Ответ: $a=49$, $a=1105$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(5x+2) + \cos(5x-2)$ $\quad$ $\sin(5x+2) - \sin(5x-2)$

$CC - SS + CC + SS$ $\quad$ $SC + CS - SC + CS$

$2\cos 5x \cdot \cos 2x +$ $\quad$ $= 2\sin 2x \cos 5x$

$\cos^2 2x - \sin^2 x$

$\cancel{2(\cos 5x}$ $\quad 2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(2\cos^2 2x - 1)$

$\sin 2x =$ $\quad$ $2\sqrt{2}\cos^2 2x - \sqrt{2}$

$6u + u8 = 11$ $\quad$ $= 2\left(\sqrt{2}\cos^2 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\cos 2x - s$

$\cos\frac{\pi}{4}$

$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}\left(\cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$

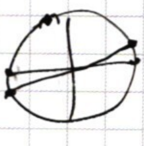
$\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$2x = \pi k - \frac{\pi}{4} = \pi\left(k - \frac{1}{4}\right)$

$2(\cos 5x + \cos$

$\sin x = -\cos x$

$\cancel{\sin 2x} =$



$\frac{\pi}{8}$

$\frac{1}{2}$

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

$x + \frac{\pi}{4} = \pi k$

$x = \frac{\pi k}{2} - \frac{\pi}{8}$

$y > 3^x + 4\cdot 3^{28}$ $x =$

$3^x < y \le 93 + 3^{28}x - 3x$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x - 3x$

$3^{28}(4-x) + 3^x + 3x - 93 < 0.$ $\ln 3x$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(xy^2)}$ $x^{2\ln(9x^3)}$ $x^{4\ln 3x} \cdot x^{2\ln x}$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2\ln(9x^3)}$ $\ln 3x$

$\ln 9x^3 = \ln 3x + \ln 3x + \ln x$

$\ln 9x^3 = \ln 3x\ \ln 3x\ \ln x$

$4\ln 3x + 2\ln x$

$x^{\ln x} = e^{\ln^2 x}$ $\ln 3x = a$

$e^a = 3x$

$x = \frac{e^a}{3}$

$x^{6\ln 3x} = 3^{\ln 3x} \cdot x^{\ln 3x(\ln 3x^2)}$

$x^{6\ln 3x}$ $(9x^3)^{2\ln x}$

$x^{4\ln 3x} \cdot x^{2\ln x} \cdot 1 = 3^{\ln x} \cdot x^{\ln 3x(\ln 3x^2) - 6\ln 3x}$

$(3x)^{4} \, {}^{2\ln x}(3x^2)$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = 3^{\ln x} \cdot x^{\ln 3x(\ln 3x^2 - 6)} = 1.$

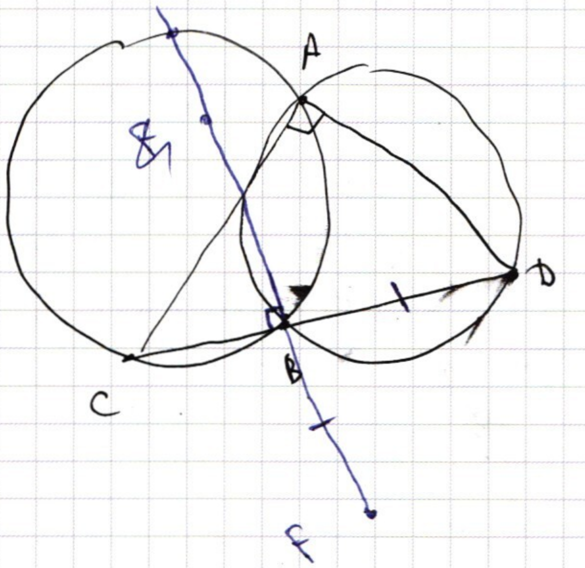
$\frac{x^{2\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2\ln x}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln x} = x$

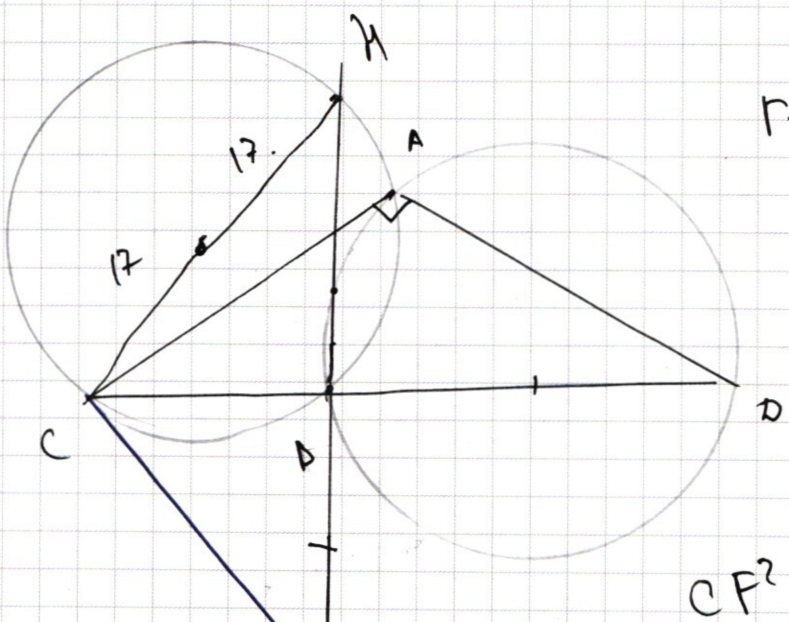
$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln x}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

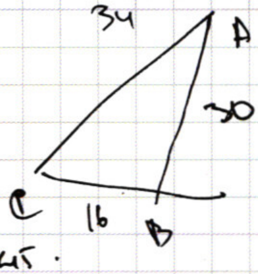




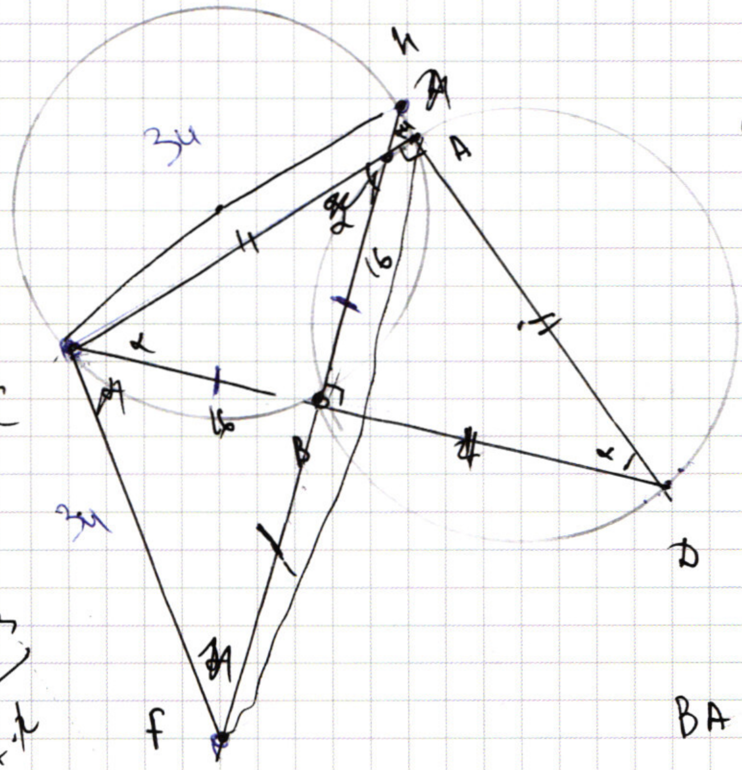
$r = 17.$

$CF^2 = FB \cdot FH =$

$= BD \cdot FH$



$\alpha = 45.$



$34^2 - 16^2 =$

$= 18 \cdot 50 =$

$= 25 \cdot 36 =$

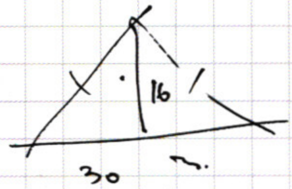
$BD = BA = BF = 30$

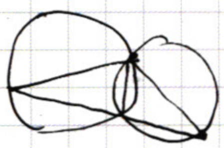
$\frac{\sqrt{5} \cdot 34 \cdot 23}{17 \cdot 2}$

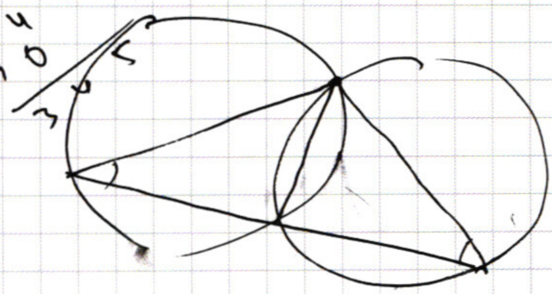
AB

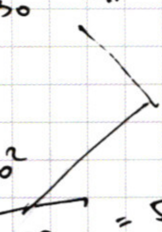
$BA = BD = BF \Rightarrow$

$\Rightarrow CFA$ ровноб.



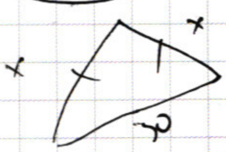




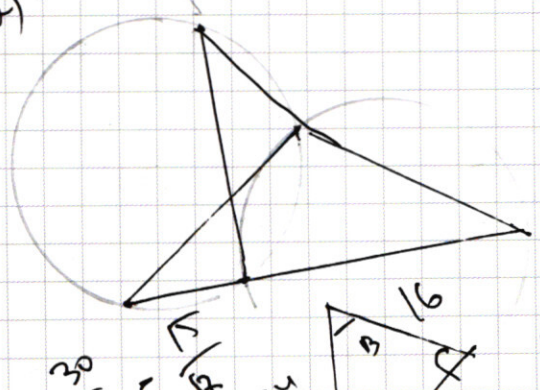


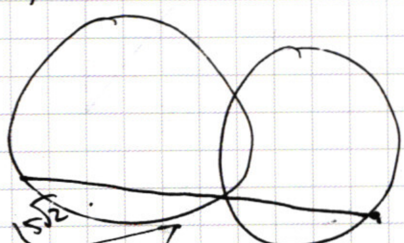
$2x^2 = 30^2$

$x = \sqrt{450} = 50 \cdot 9 = 15\sqrt{2}$

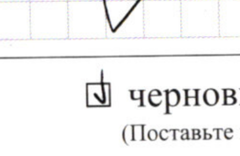


$\sin(\beta+\alpha) =$





$\sin B = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos(5x+2x) + \cos(5x-2x)$

$cc - ss \quad cc + ss$

$\shortparallel$

$2\cos 5x \cos 2x$

$\sin(5x+2x) - \sin(5x-2x) =$

$= \cancel{sc+cs - sc+ss}$

$\sin 5x \cancel{\cos 2x} + \sin 2x \cos 5x -$

$- \sin 5x \cancel{\cos 2x} + \sin 2x \cos 5x$

$= 2\sin 2x \cos 5x$

$2(\cos 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\shortparallel \qquad \shortparallel$

$\sqrt{2}(2\cos^2 2x - 1)$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x$

$\shortparallel$

$2\cos 5x(\sqrt{2}(\sin 2x + \frac{\pi}{4}))$

$(y+3x)(y-x+4) = 0$

$$\begin{cases} \left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y. \end{cases}$$

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x$

$x-4, \quad -3x$

$-2x-4$

$-3x^2+12x$

$D = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x$

$16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$

$\sqrt{D}$

$y = \frac{-2x-4 \pm 4(x-1)}{2}$

$\frac{2x-8}{2} = x-4 \quad \frac{-2x-4+4x-4}{2} \quad \frac{-2x-4-4x+4}{2} = -3x.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(y+3x)(y-x+4)=0$

$y=-3x$

$y=x-4$

(1) $\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = \cancel{x^7}\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2\ln(9x^3)} * 3^{\ln 3x}$

$x^{6\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)} \cdot 3^{\ln 3x}$

$\ln 3x = \ln 3 + \ln x$

$3^{\ln 3 + \ln x} = 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} = e \cdot 3^{\ln x} =$

$= e \cdot x^{\ln 3}$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{x^{\ln 3}} \cdot \frac{1}{e}$ $\quad x^{6\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \cdot 3^{\ln 3x}$

$\frac{x^{\cancel{6\ln}\; 6\ln 3x - \ln 3}}{e} = x^{69_1} = x$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}}$ $\quad 9x^3 = (\sqrt[3]{9}\,x)^3$

$a^{\ln b} = b^{\ln a}$ $\quad a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ $\quad \overset{x}{\shortparallel} \quad {}_a{}^y$

$b^x = c$

$b^{xy} = b^{xy}$ $\quad b^y = a$

$3^{\ln 3x} = 3x^{\ln 3}$

$3^{\ln 3x} = 3^{\ln 3 + \ln x} = 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1 a_2 \dots a_8 = 64827$.

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \dots$

$64827 : 3 = 21609$

$3^{\ln 3x} \cdot x^{2\ln(9x^3) - 2\ln(3x)}$

$x^{2\ln(3x)}\left(x^{4\ln 3x} - 3\right.$

17377337

$x^{2(\ln 9x^3 - \ln 3x)} = x^{2\ln 3x^2}$

$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2}\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\sqrt{1}\left(\sin x \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\cos x\right) =$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$21609 = 3 \cdot 7203 = 9 \cdot 2401 =$

$2401 : 7 = 343$

343

$49 \cdot 7$

$\sqrt{2}\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 3x - \sin 3x$

$x^{2\ln(9x^3) - 6\ln 3x} \cdot 3)$

$x^{6\ln 3x}\left(x^{\ln 3x} \quad 1 - x\right.$

$7^4 \cdot 3^3$

$2401 \cdot 27 = 16807 + 4802 = 64827$

$x^{2\ln(9x^3) - 6\ln 3x}$

$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}}$

$2\ln(9x^3) =$

$x^2 - \frac{3^2 \cdot x^6}{3^2} = 0$

$x^2\left(1 - x^{6-2} \cdot 3^2\right) = 0$

$\left(\frac{x}{3}\right)^2 = x^6$

$\frac{x^2}{3^2} = x^6$

$x^{6\ln(3x)} - 3^{\ln 3x} \cdot x^{2\ln(9x^3)} = 0$

$x^{2\ln(3x)}\left(x^{4\ln 3x} - 3^{\ln 3x} \cdot x^{2\ln 3x^2}\right)$

$x^{2\ln(3x)} \quad x^3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 3x\right) =$

$\sin\frac{\pi}{4}$ $\cos\frac{\pi}{4}$

$= \sqrt{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right)$

$\sqrt{2}\left(\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right) + \cos 4x) = 0.$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos 4x = 0$

$+ \sin(\alpha + \beta) = sc + cs$

$\sin(\alpha - \beta) = sc - cs$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}.$

$2\sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)\cos 10x + \cos 4x = 0.$

$\sin 4x \cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\cos 4x$

$2\cos 4x \cos 10x$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) =$

$= 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\cos(5x)$

$\sqrt{2}\left(\sin 7x \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 7x \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\sin 3x \quad) = \cos 3x - \sin 3x$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x$

$\sqrt{2}\left(\sin 2x + \cos 2x\right)^{\cos 5x}$

$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x - \right.$

$2\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\cos 5x + \cos 4x = 0.$

$2\left(\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

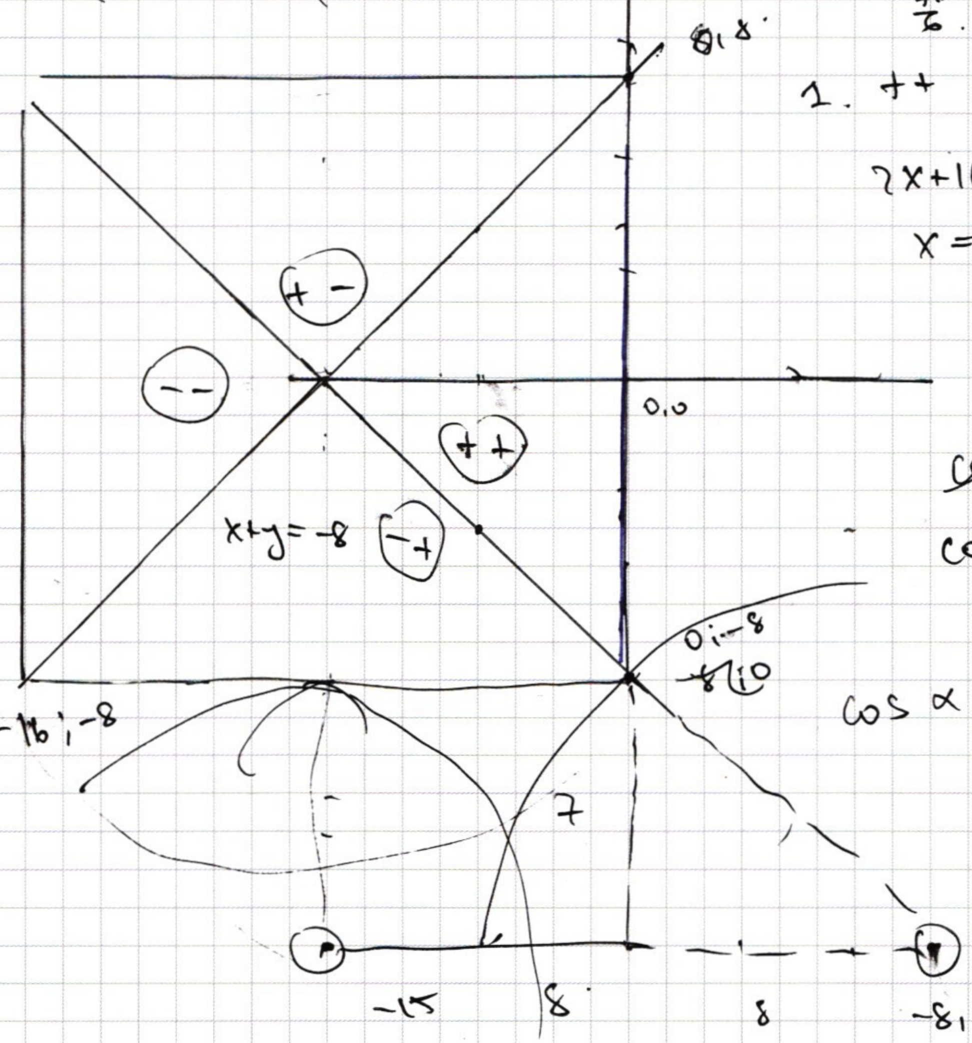
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

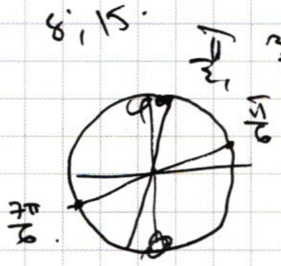
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$



8; 15.



1. ++

$\cos\frac{\pi}{6} = -\cos\frac{7\pi}{6}$

$2x+16 = 16$

$x = 0$

$\int 289+64$

$\cancel{\cos}(\alpha)$

$\cos(\pi+\alpha) = \cos\pi\cos\alpha = -\cos\alpha.$

$24^2 + 23^2.$

$\cos\alpha = -\cos\beta \Leftrightarrow$

$+\begin{array}{r}576\\529\end{array}$

C_3^1

$2 * * *$

$64 + 49 = k^2$

$\cos(\alpha+\beta) = cc - ss$

$\cos(\alpha-\beta) = cc + ss$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos(\frac{x-y}{2})$

$\sqrt{a} = 7$

$\sqrt{2}(2\sin(2x+\frac{\pi}{4})\cos 5x + \cos 4x)$

$\cos(2x+\frac{\pi}{4})$ $|3x-\frac{\pi}{4}| = \pi.$

2 cos

$\cos 2x\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x\frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cos 5x = \cos 4x.$

$-y > 0$

$\cos 7x - \sin 3x$ $\quad y < 0 \Rightarrow x > 0$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x$

$\sin 7x - \sin 3x + \cos$

$5x+2 \quad 5x-2$

$cc - ss \quad +cc + ss$

$sc + cs \quad - sc + cs$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$ $\quad 2\cos 5x \cdot \sqrt{2}(\sin 2x + \frac{\pi}{4})$ $\quad \sqrt{2} \cdot (2\cos^2 2x - 1)$

$y < 3^3 + 3^{x^2}$

$3(3^{27} - 1)x$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$ $\quad x^{\ln x} = e^{\ln^2 x}$

$\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$ $\quad x^{\ln 3x} =$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} = x^{2(\ln 3x \cdot x + \ln 9x)}$

$\ln 3x$ $\quad \ln x = \ln 9x$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^9 = x^{2(2a+}$ $\quad x^{2\ln x + 2\ln 9x}$

$x^{2(\ln 3x + \ln 3x + \ln x)}$