

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Заметим, что $9261 = 3 \cdot 33 \cdot 44 \cdot 7$. Тогда подходят числа, состоящие из двух единиц, трех "троек" трех "семерок", и числа из одной "девятки", одной "тройки", трех "семерок" и трех "единиц". Найдем кол-во первых чисел. Единички можно 28 способами (11....., 1.1....., 1..1.... и т.д.), тогда надо найти, сколько чисел можно сделать из оставшихся цифр. Их будет в 2 раза больше, т.к. у нас ^{две} одна цифра - 1 раз 2 цифры - 3 раза $\Rightarrow$ их $560 \cdot 2 = 1120 \Rightarrow 1120 + 560 = 1680$ - всего таких чисел

Ответ: 1680

$$\sqrt{2} \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 4x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 4x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \sin 4x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2x &= 1 \\ 2x &= \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin 4x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin \frac{4x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{4x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin(2,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \quad \text{или} \quad \cos(4,5x + \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$2,5x - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

$$\sim 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} (x+y)^4 - \ln x = y \quad \ln \frac{y}{x^4} \quad (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\text{ДДЗ: } \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array}$$

$$(2) \quad y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (4+x)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = 16 + 8x + x^2 + 8x - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{4+x \pm (3x-4)}{2}$$

$$y = 2x$$

или

$$y = -x + 4$$

$$y = 2x$$

$$(2): (x/(4-x))^2 - 2 \ln x = (4-x) \ln(4-x) + \ln x$$

$$\frac{2-4 \ln x}{x} - 6 \ln x = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{(4-x)} - 4 \ln x = (4-x) \ln(4-x) - 4 \ln x$$

$$x^{\ln 2} = 2 \ln x - \ln 2$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{x} = (4-x) \ln(4-x) - 3 \ln x$$

$$2 \ln x = 2$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{x} = \left(\frac{4-x}{x^3} \right) \ln(4-x)$$

$$\ln x = 2 \ln x - \ln 2$$

$$x^{3 \ln(4-x) - 2 \ln x} = (4-x) \ln(4-x)$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$\log_{(4-x)} x^{3 \ln(4-x) - 2 \ln x} = \ln(4-x)$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 4$$

$$(3 \ln(4-x) - 2 \ln x) \frac{\ln x}{\ln(4-x)} = \ln(4-x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3\ln(4-x)\ln x - 2\ln^2 x = \ln^2(4-x)$$

$$\ln^2(4-x) - 3\ln(4-x)\ln x + 2\ln^2 x = 0$$

$$0 = 9\ln^2 x - 8\ln^2 x = \ln^2 x$$

$$\ln(4-x) = \frac{3\ln x \pm \ln x}{2}$$

$$\ln(4-x) = 2\ln x \quad \text{или} \quad \ln(4-x) = \ln x$$

$$\ln(4-x) = \ln x^2$$

$$4-x = x$$

$$4-x = x^2$$

$$x=2 \Rightarrow y=2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ учитывая } D > 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4$$

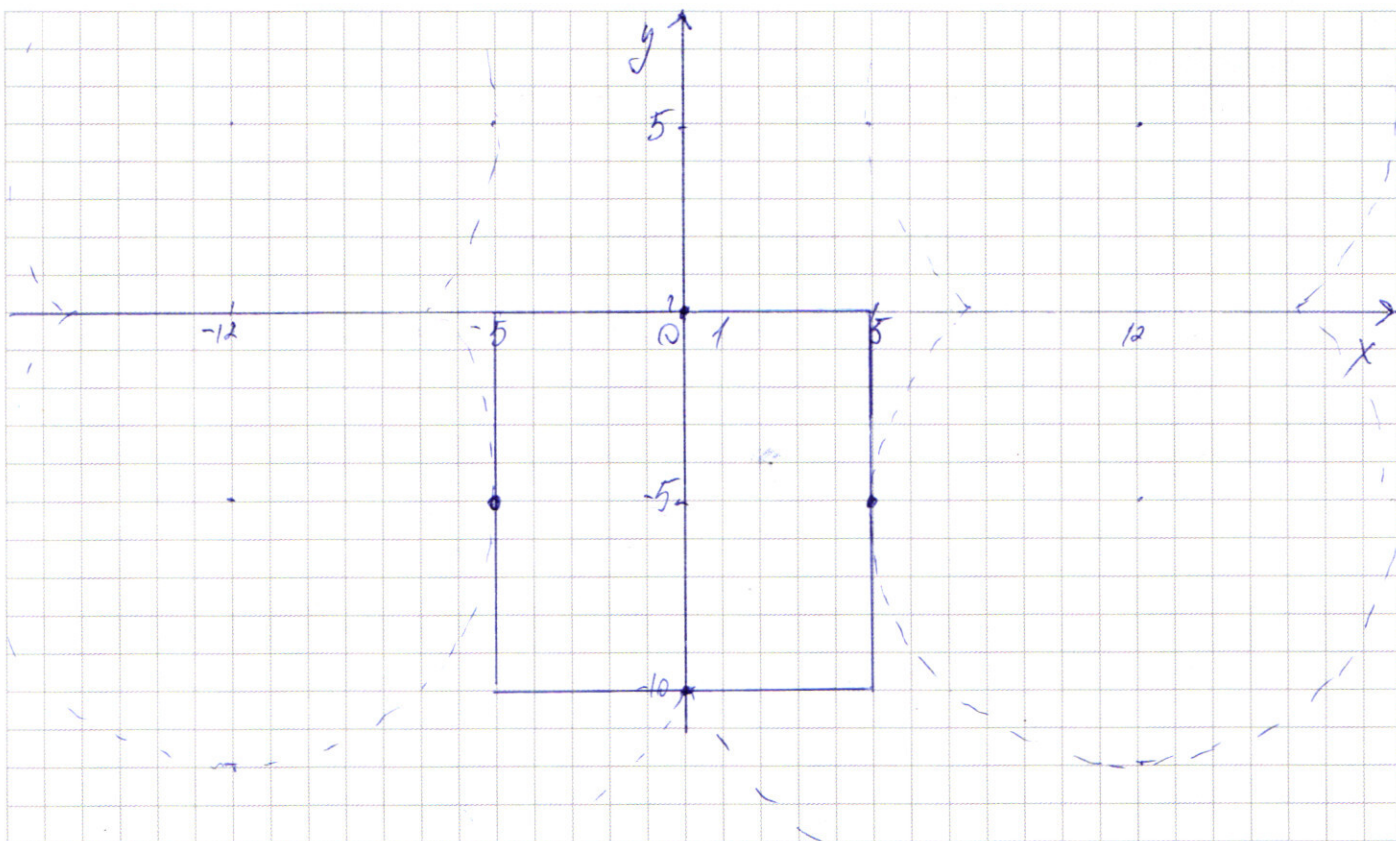
Ответ: $(2, 2); (2, 2); \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4\right)$

~5 $\int |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1)$

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \quad (2)$

(1) $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$. Данное ур-ие задает квадрат со стороной 10 и вершинами $(5, 0), (5, -10), (-5, -10), (-5, 0)$

(2) $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ - ур-ие окружности радиуса $\sqrt{a}$ с центрами $(12, 5), (12, -5), (-12, 5)$ и $(-12, -5)$



Система ур-ий имеет 2 корня, когда либо 2 линии окружности касаются сторон квадрата ($a=49$), либо когда одна проходит через точку $(0; -10)$, а верхняя 2- через точку $(0; 0)$ (при $a=169$). При $a < 49 - \emptyset$, при $a \in (49; 169)$ больше 2 корней, при $a > 169 - \emptyset$

Ответ: 49; 169

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 46 + 2(2^{32} - 1)x \quad (2) \end{cases}$$

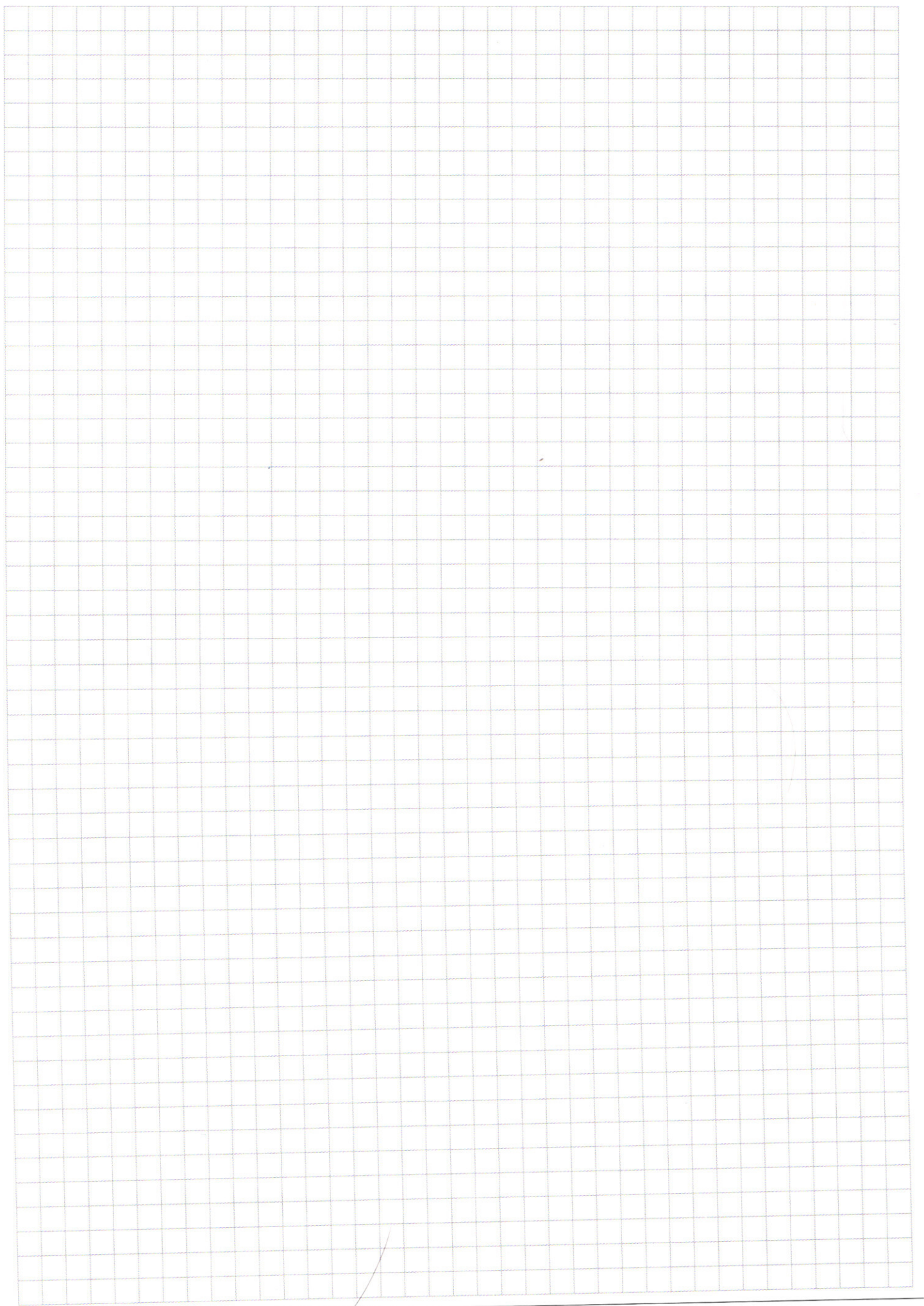
Очевидно, что графики ф-ций $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$ и $f(x) = 46 + 2(2^{32} - 1)x$ пересекаются в двух точках с абсциссами $x=6$ и $x=38$. Т.к. (2) стр-во строгое, то $x=6$ и $x=38$ не подходит, а при значениях $x \in [4; 34]$ подходят значения $[2^x + 3 \cdot 2^{34}; 46 + 2(2^{32} - 1)x]$, кол-во которых равно $46 + 2(2^{32} - 1)x - (2^x + 3 \cdot 2^{34})$ при конкретном значении x .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда всего пар x и y

$$\begin{aligned}
 & 46 + 2(2^{32} - 1) \cdot 4 - (2^4 + 3 \cdot 2^{34}) + 46 + 2 \cdot \\
 & \cdot (2^{32} - 1) \cdot 8 - (2^6 + 3 \cdot 2^{34}) + \dots + 46 + 2(2^{32} - 1) \cdot 34 - (2^{34} + 3 \cdot 2^{34}) = 46 \cdot 31 + \\
 & + 2(2^{32} - 1) \cdot (4 + 6 + 8 + \dots + 34) - 31 \cdot 3 \cdot 2^{34} - (2^4 + 2^6 + \dots + 2^{34}) = 46 \cdot 31 + \\
 & + 2(2^{32} - 1) \cdot 22 \cdot 31 - 31 \cdot 3 \cdot 2^{34} - (2^{38} - 1 - 2^0 - 2^1 - 2^2 - 2^3 - 2^4 - 2^5 - 2^6) = \\
 & = 31(46 + 44 \cdot 2^{32} - 44 - 3 \cdot 2^{34}) - 2^{38} + 128 = 31(46 + 11 \cdot 2^{34} - 44 - 3 \cdot 2^{34}) - \\
 & - 2^{38} + 128 = 31(32 + 8 \cdot 2^{34}) - 2^{38} + 128 = 31 \cdot 32 + 31 \cdot 2^{34} - 2^{38} + 128 = \\
 & = 31 \cdot 32 + 29 \cdot 2^{34} + 2 \cdot 2^{34} - 2^{38} + 128 = 31 \cdot 32 + 128 + 29 \cdot 2^{34} = 29 \cdot 2^{34} + \\
 & + 32(31 + 4) = 29 \cdot 2^{34} + 32 \cdot 35 = 1120 + 29 \cdot 2^{34}
 \end{aligned}$$

Ответ: $1120 + 29 \cdot 2^{34}$

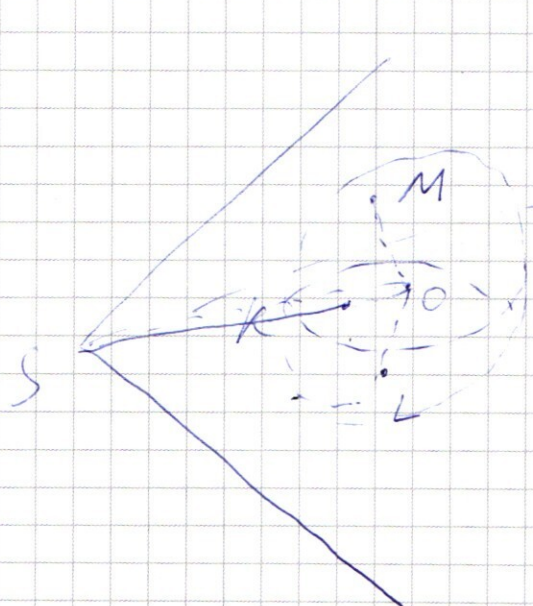


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

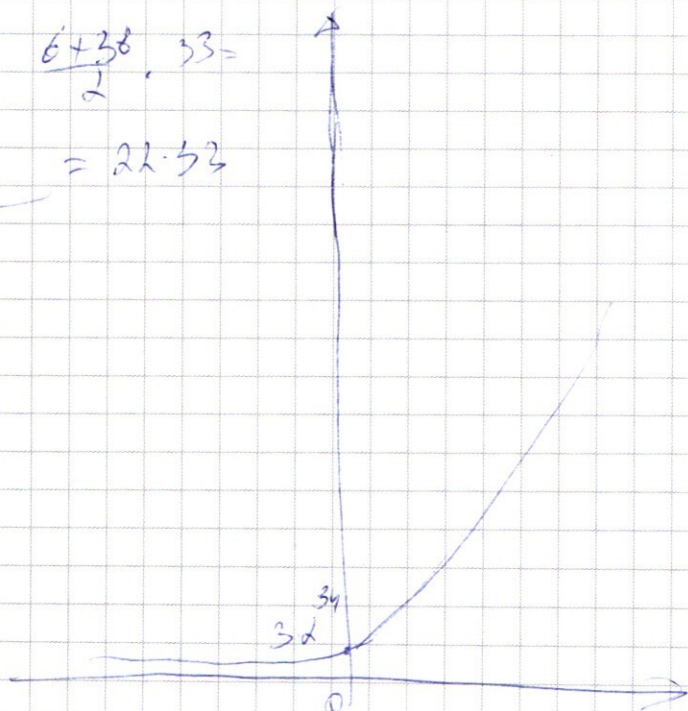
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$$\frac{6+38}{2} \cdot 33 = 22 \cdot 33$$



$$2r = \frac{3}{4}h \Rightarrow r = \frac{3}{8}h$$

$$\sin \angle SO = \frac{r}{\frac{1}{4}h + r} = \frac{\frac{3}{8}h}{\frac{1}{4}h + \frac{3}{8}h} = \frac{\frac{3}{8}h}{\frac{5}{8}h} = \frac{3}{5} \Rightarrow \arcsin \frac{3}{5}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{32} - 1/x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{35} - 2x$$

$$x=6$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 46 + x(2^{35} - 2)$$

$$2^{10} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{34} \cdot 5 - 20$$

$$2^{35} = 46 + 2^{34} \cdot 17 - 68$$

$$2^{35} = 2^{36} + 2^{34} +$$

$$2^{100} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{39} + 2^{38} + 2^{35} - 200$$

$$2^{50} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2$$

$$2^{64} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{39}$$

$$2^{36} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{38} + 2^{35} - 42$$

$$2^{40} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{36} + 2^{36} - 88$$

$$2^{40} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{38} + 2^{36} - 4$$

$$2^{40} + 2^{35} + 2^{34} = 2^{38} + 2^{36} - 4$$

$$2^{34} + 3 \cdot 2^{34} = 46 + 2^{33} - 44$$

$$2^{36} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{33} - 38$$

$$2^6 + 3 \cdot 2 = 38 - \text{верно}$$

$$x=6 \text{ и } x=35$$

$$46 + 2^{32} - 1/4 - 2^4 - 3 \cdot 2^{34} +$$

$$46 \cdot 33 + 2^{32} - 1/22 \cdot 33 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 \cdot 31 + 2(2^{32} - 1) \cdot 22 \cdot 31 - 3 \cdot 2^{34} \cdot 31 - (2^4 + 2^8 + \dots + 2^{34}) =$$

от 7 до 34

$$= 31(46 + 44 \cdot 2^{32} - 44 - 3 \cdot 2^{34}) - (2^4 + 2^8 + \dots + 2^{34}) =$$

$$= 31(32 + 11 \cdot 2^{34} - 3 \cdot 2^{34}) - (2^{38} - 1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32 - 64) =$$

$$= 31(32 + 8 \cdot 2^{34}) - 2^{38} + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 1 =$$

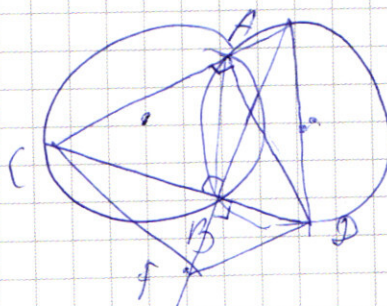
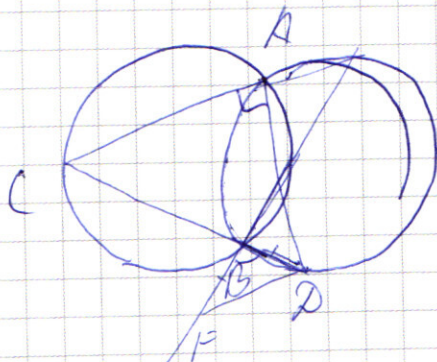
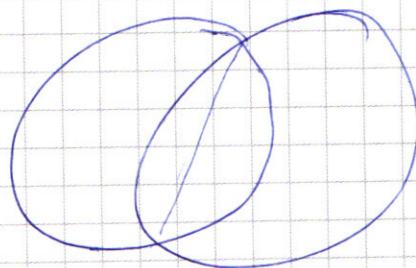
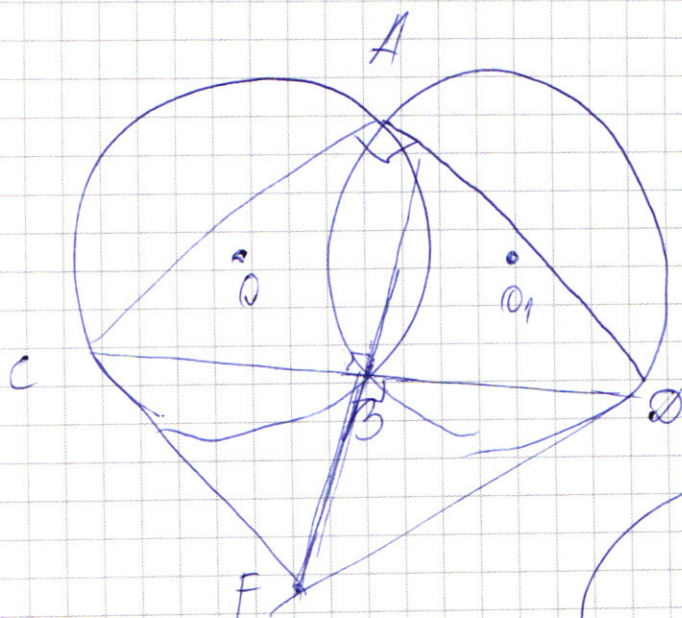
$$2^5 - 1 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4, 1 + 2 + 4 + 8 + 16$$

$$= 31 \cdot 32 + 31 \cdot 2^{34} - 2^{38} + 2 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 128 + 32 \cdot 31 +$$

$$+ 2^{38} + 29 \cdot 2^{34} - 2^{38} = 32 \cdot 34 + 29 \cdot 2^{34}$$

$$32/4 + 31 = 32 \cdot 34 +$$

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 35 \\ + 160 \\ 960 \\ 1120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 960 + \\ + 160 \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 46 + 2/2^{32} - 1/x \\ y \geq 2^x + 2^{55} + 2^{34} \end{cases}$$

11 и 34 нм

$$y < 1001100 + (2^{33} - 2) \cdot x$$

32 eg и 1 нм

$$2^x \leq y - 3 \cdot 2^{34}$$

$$x > \frac{y - 46}{2/2^{32} - 1}$$

$$y > 3 \cdot 2^{34}$$

$$x = 2: 32, 1'' \text{ и } 2, 0''$$

$$x = 3: 3$$

$$x = 6: 32, 1'' \text{ и } 6, 0''$$

$$2^{33} + 44$$

$$2^{34} + 42$$

$$3 \cdot 2^{33} + 40$$

$$2^{36} + 68$$

$$11$$

$$1000100$$

$$2^x + 2^{35} + 2^{34}$$

$$46 + 2^{33} \cdot x - 2^x$$

$$O_1 A = O_2 B = 10$$

$$\angle CAP = 90^\circ$$

$$BF = BA$$

$$CF = ?$$

$$\triangle ACF = ? \text{, ед. м. } KC = 12$$

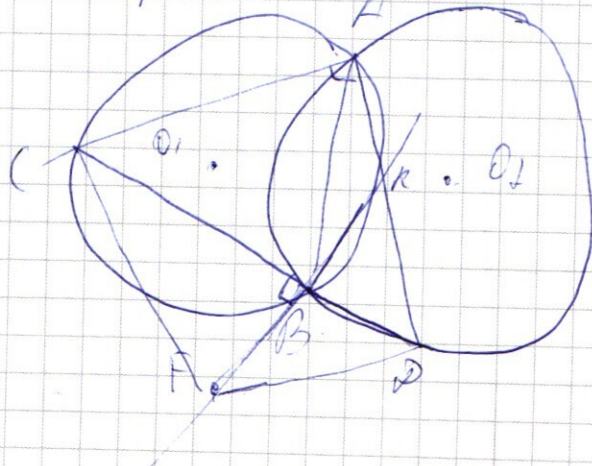
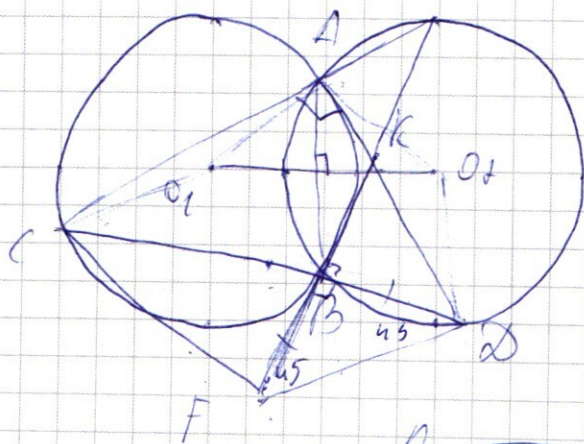
$$\angle CAB = \angle FCB$$

$$\triangle BKO \sim \triangle ACO \Rightarrow$$

$$\frac{BK}{AC} = \frac{KO}{AO} = \frac{BO}{AO}$$

$$\angle BDE = \angle BAD$$

~6



$$\sim 5 \quad |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

и решение

$$|y+7| + |y+3| = 10$$

$$\sqrt{(x-12)^2 + (y-5)^2} = a$$

окр. с центром

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$$

и радиусом $\sqrt{a^2}$

$$a < 0 - \emptyset$$

$$a = 0: \begin{cases} x = \pm 12 \\ y = \pm 5 \end{cases}$$

$$12 \quad 5 - \emptyset$$

$$12 \quad -5: \text{ неверно}$$

$$-12 \quad 5: \text{ неверно}$$

$$-12 \quad -5: \text{ неверно}$$

$$|y+6| + |y+4| = 10$$

$$y < -6$$

$$2y = -20$$

$$y = -10$$

$$14 + 25 = 9$$

$$x \geq 0:$$

$$y+5 < -x$$

$$y < -x-5$$

$$-x-y-5 - y+x-5 = 10$$

$$-2y-10 = 10$$

$$y = -10$$

$$\begin{aligned} -x &\leq y+5 \leq x \\ -x-5 &\leq y \leq x-5 \\ -x-y-5 &\leq y-x-5 = 10 \end{aligned}$$

$$x = -5$$

$$0y = -5 - x$$

$$\begin{aligned} y+5 &\geq x \\ y &\geq x-5 \end{aligned}$$

$$x+y+5+y-x+5 = 10$$

$$y = 0$$

$$|x+10| + |y| = 10$$

$$|y+11| + |y-1| = 10$$

$$y+5 > x$$

$$y = 0$$

$$2|y+5| = 10$$

$$|y+5| = 5$$

$$y < -5$$

$$|y+10| + |y| = 10$$

$$|69| \quad 29$$

$$x < 0:$$

$$y+5 < x$$

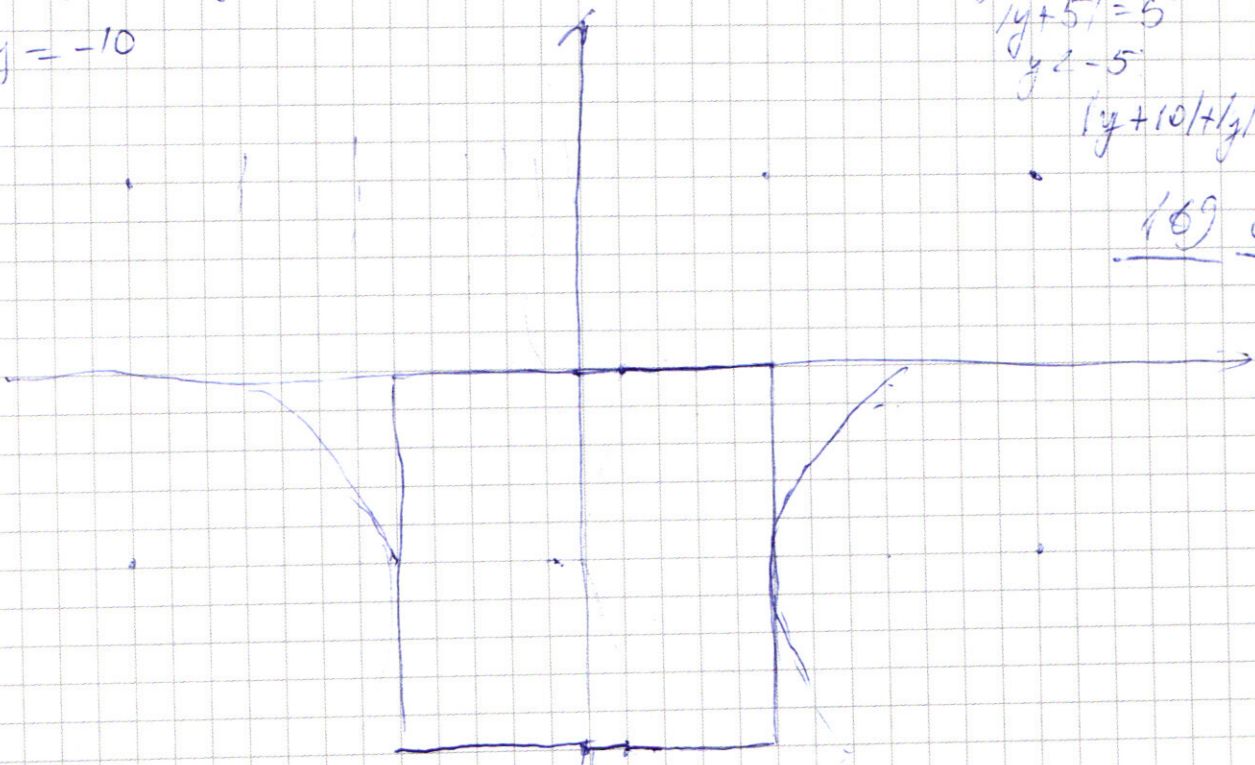
$$-x-y-5 - y+x-5 = 10$$

$$y = -10$$

$$x \leq y+5 \leq -x$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10$$

$$x = -5$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1. 9261 = 9 \cdot 1029 = 9 \cdot 3 \cdot 343 = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$$

$$11 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$11$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$$

$$111 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$25 \cdot 18 = 450$$

$$333777 \cdot 25$$

$$337577 \cdot 28$$

$$337737 \cdot 200$$

$$337773 \cdot 50$$

$$373377 \cdot 200$$

$$373737$$

$$373773$$

$$377337$$

$$377373$$

$$377733$$

$$437733$$

$$437773$$

$$437337$$

$$437373$$

$$437733$$

$$437337$$

$$437373$$

$$39111777 - 400 \cdot 2 = 1400$$

$$2100$$

$$20$$

$$560$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 5x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 5x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 5x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \sin 5x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin 5x - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = 0$$

$$2 \sin 5x - 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin \frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$180$$

$$360$$

$$\begin{matrix} +18 \\ +25 \\ +90 \\ +36 \\ +50 \end{matrix}$$

$$2,5x - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{matrix} \frac{\pi}{20} & \frac{9\pi}{20} & \frac{17\pi}{20} & \frac{25\pi}{20} \\ \frac{33\pi}{20} & \frac{41\pi}{20} & & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{3\pi}{36} & \frac{11\pi}{36} & \frac{19\pi}{36} & \frac{27\pi}{36} & \frac{35\pi}{36} \\ \frac{43\pi}{36} & \frac{51\pi}{36} & \frac{59\pi}{36} & \frac{67\pi}{36} & \frac{75\pi}{36} \end{matrix}$$

$$\sqrt{x^2 y^4} - \ln x = y \ln \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} y^{4\ln x}} = y^{\ln y - \ln x}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (4+x)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\Delta = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16$$

$$= (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{4+x \pm (3x-4)}{2}$$

$$y = 2x$$

$$y = -x + 4$$

$$\sqrt{x/x^2 - 8x + 16} - 2\ln x = \frac{-x+4}{x}$$

$$= \frac{-(x+4)}{x} \ln(-x+4) + 4\ln x$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = (4-x)^{\ln(-x+4) - 4\ln x}$$

$$\frac{x^{-2\ln x}}{x^3} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x}}{x^3}$$

$$x^{-2\ln x} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x}}{x^3}$$

$$3\ln(4-x) - 2\ln x = \ln(4-x) - 3\ln x$$

$$x \ln(4-x) - 2\ln x = \ln(4-x)$$

$$(3\ln(4-x) - 2\ln x) \cdot \frac{\ln x}{\ln(4-x)} = \ln(4-x)$$

$$3\ln(4-x) \cdot \ln x - 2\ln^2 x = \ln^2(4-x)$$

$$\ln^2(4-x) - 3\ln(4-x) \ln x + 2\ln^2 x = 0$$

$$0 = 9\ln^2 x - 8\ln^2 x = \ln^2 x$$

$$\ln(4-x) = 3\ln x \pm \ln x$$

$$\ln(4-x) = 2\ln x$$

$$\ln(4-x) = \ln x^2$$

$$4-x = x^2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$\Delta = 1 + 16 = \sqrt{17}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad x > 0$$

$$y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4$$

$$(xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln y - 4\ln x}$$

$$(4x^3)^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$\frac{2^{-4\ln x} \cdot x^{-6\ln x}}{x^{\ln 2 - 6\ln x}} = \frac{2^{-4\ln x} \cdot x^{-6\ln x}}{x^{\ln 2 - 6\ln x}}$$

$$x^{\ln 2} = 2^{2\ln x - \ln 2}$$

$$2^{\ln x} = 2^{2\ln x - \ln 2}$$

$$\ln x = 2\ln x - \ln 2$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$x = 2$$

$$y = 4$$