

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раф
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

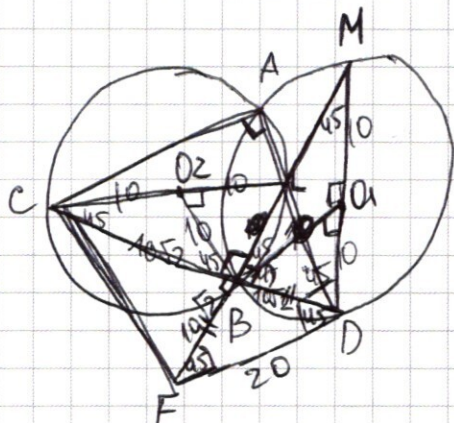
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



CF - ?

$$45^\circ = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B D) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle B M D = 45^\circ.$$

$$\angle C F B = \frac{1}{2} \angle$$

$$\angle C F B = \frac{1}{2} \angle C B$$

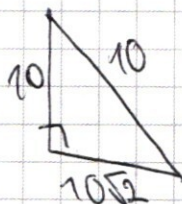
$$BD = BM$$

$$10 \ln 10 = 10$$

~~BD = BM~~

$$\cos 45^\circ = \frac{BD}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BD = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 20 = 10\sqrt{2}$$



$$BL = \sqrt{200 - 100} = 10$$

$$16 - \ln x - x - 6 \ln x = (2x) \ln 2 - 6 \ln x$$

$$2 \ln 2 x - 6 \ln x$$

$$(2x) \ln 2 = 2 \ln 2x = 2 \ln 2 + \ln x$$

$$a^{\log_8 c} =$$

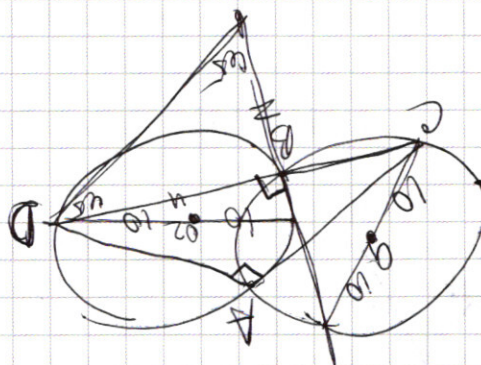
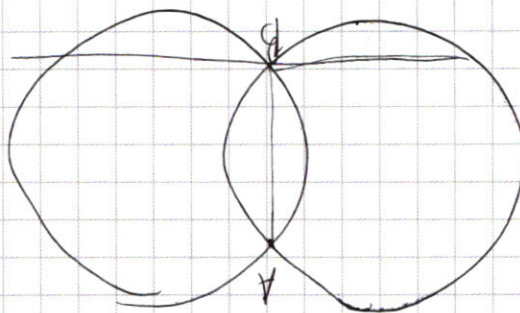
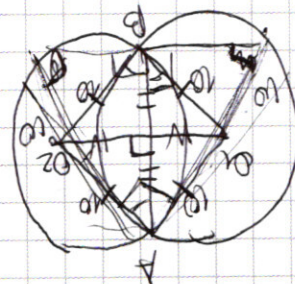
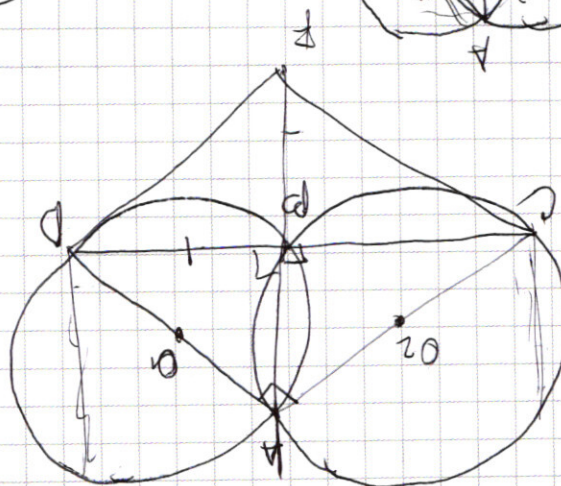
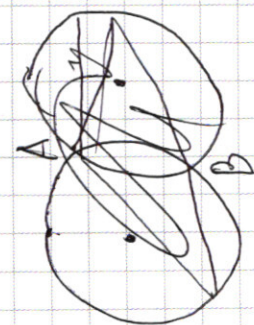
$$= c^{\log_8 a}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} \cdot \frac{x^{-4 \ln(4-x)}}{x^{4 \ln 4}} = \frac{x^{-4(\ln 4 - \ln x)}}{x^{4 \ln 4}} =$$

$$= \frac{1}{x^{4(\ln 4 - \ln x)}} = \frac{x^{4 \ln x}}{x^{4 \ln 4}}$$

$$\frac{x(u-x)^{10} \ln x - x(u-x)^{5} \ln y}{}$$

28/48-II сем.
12/35
ср-?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 26 \\ \underline{18} \\ 81 \\ \underline{81} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 1029 \\ \underline{1029} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

а) $\sin 4x \pm \cos 2x$

② $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x \text{ или } \sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 2x + 2x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 2x - 2x}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} (\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$\sin 7x = 2 \cos (\frac{\pi}{4} - 2x) =$$

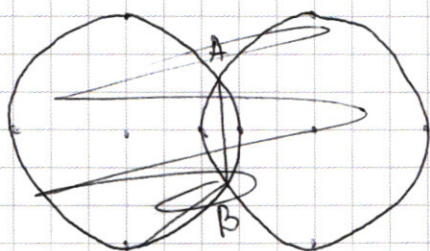
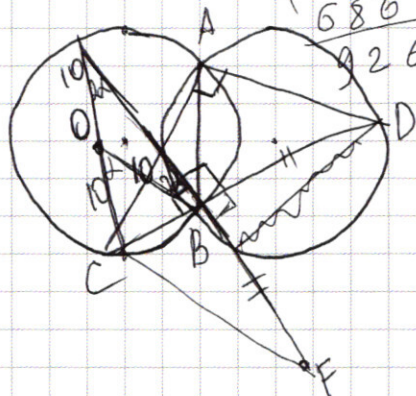
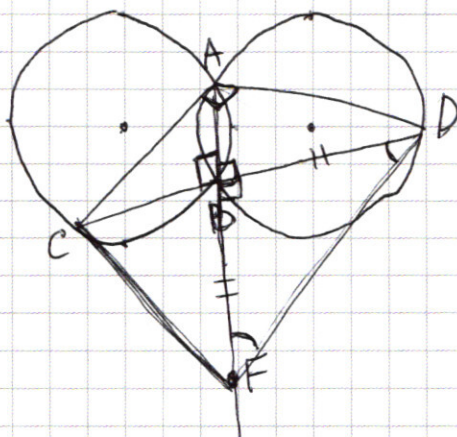
$$= 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos 2x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x =$$

$$= 2\sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x$$

$$R_1 = R_2 = 10$$

CF - ?

$$AB = \sqrt{}$$



$$\begin{array}{r} 64 \\ 37 \\ \hline 343 \\ 127 \\ \hline 277 \\ 1401 \\ \hline 686 \\ 9267 \end{array}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right)$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$33377711$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1} = 56 \cdot 10 = 560$$

$$\begin{aligned} \cos 9x - \cos 5x &= -2 \sin 7x \sin 2x \\ \sin 9x + \sin 5x &= 2 \sin 7x \cos 2x \\ 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x - 2 \sin 7x \sin 2x &= 0 \\ \cos^2 2x - \sin^2 2x &= \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \\ \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9} = \frac{\pi}{4} + 2x$$

$$= \frac{3\pi + 8\pi}{36} = \frac{11\pi}{36}$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi = \frac{9\pi}{20}$$

$$\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{8}$$

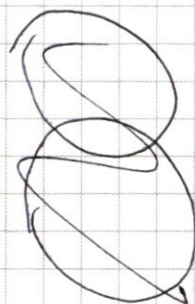
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \ln\left(\frac{y}{x^7}\right) = y^{\ln y - \ln x^7} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^7}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7 \ln x}}$$

$$2 \log_3 2$$

$$2 \log_3 3$$

$$3 \log_3 3 = 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$$



$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y_1 = \frac{x+4 + 3x-4}{2} = 2x$$

$$y_2 = \frac{x+4 - 3x+4}{2} = -\frac{2x-8}{2} = 4-x$$

в степени
возводим только
положи!!
 $y > 0$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{x^{2 \ln x}}$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2x}{x^6}} = (2x)^{\ln 2 - \ln x^6}$$

$$\frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{(2x)^{6 \ln x}}$$

$$(2x)$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6 \ln x}$$

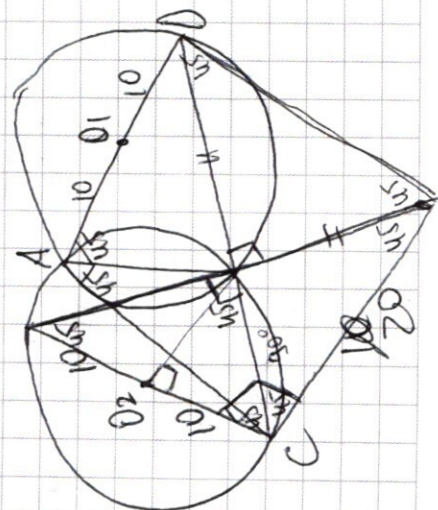
$$16x^4 \cdot x^2 = 16x^6$$

$$2x$$

$$16^{-\ln x} \cdot x^{6(-\ln x)} = x^{-6 \ln x}$$

$$e^{\ln 2}$$

$$\sin 12 = \sin 30 - 0.92$$

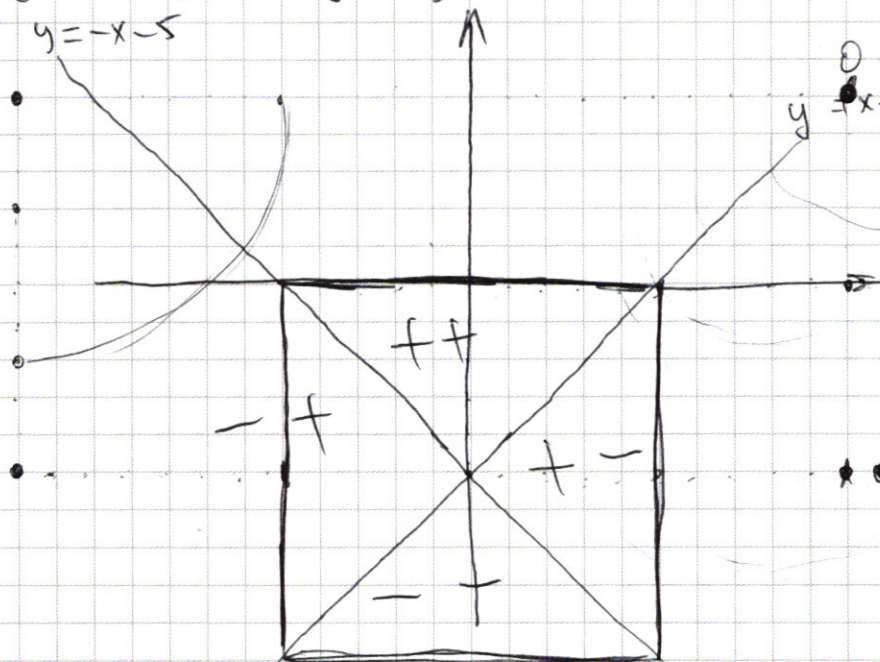


(35) все

$$y = -x - 5$$

$$y = x - 5$$

$$y = -x - 5$$



$$2y = 0 \quad y = 0$$

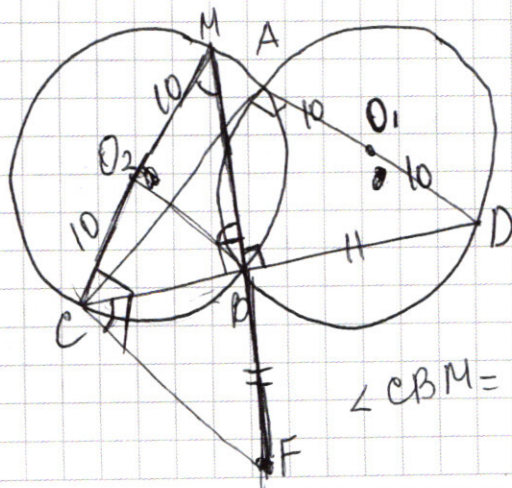
- 4 -

$$-x - \cancel{y} - 5 + \cancel{y} - x + 5 = 10$$

$$-2x = 10; x = -5.$$

$$-x - y - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y =$$



CA - касат.
AD ⊥ CA ⇒ AD - радиус

$\angle CBM = 90^\circ$ и впис.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Представим число 9261 в виде произведения. Используем основную теорему арифметики: $9261 = 3^3 \cdot 7^3$ (разложим на простые множители). Сумма степеней множителей 6 $\Rightarrow$ в 8-значном числе обязательно будут 3 цифры 3 и 3 цифры 7. П.к. число 8-значное $\Rightarrow$ должны быть еще 2 цифры, которые никак не повлияют на произведение. Среди всех цифр таковыми являются только 1 $\Rightarrow$ в 8-значном числе кол-во „3“ - 3; кол-во „7“ - 3; кол-во „1“ - 2. Значит всего таких чисел

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 560$$

8! — общее кол-во перестановок

3! · 3! · 2! — кол-во вар. переставить цифру „3“

кол-во вар. переставить цифру „7“

кол-во вар. переставить цифру „1“

Ответ: 560.

№2. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin \frac{9x+5x}{2} \sin \frac{9x-5x}{2} = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cos \frac{9x-5x}{2} = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x - 2 \sin 7x \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0(1) \text{ или } \sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = 0(2)$$

$$(1) \cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$$

$$-2 \sin \frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2} \sin \frac{2x - \frac{\pi}{2} + 2x}{2} = 0$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

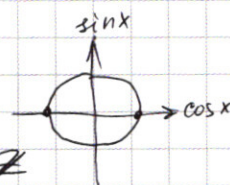
$$\sin \frac{\pi}{4} = 0 \text{ или } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

но ноль.

$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$



$$(2) \sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$(\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right))$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$$

$$\sin 7x - \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2 \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2} \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \text{ или } \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

Корни не совпадают

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

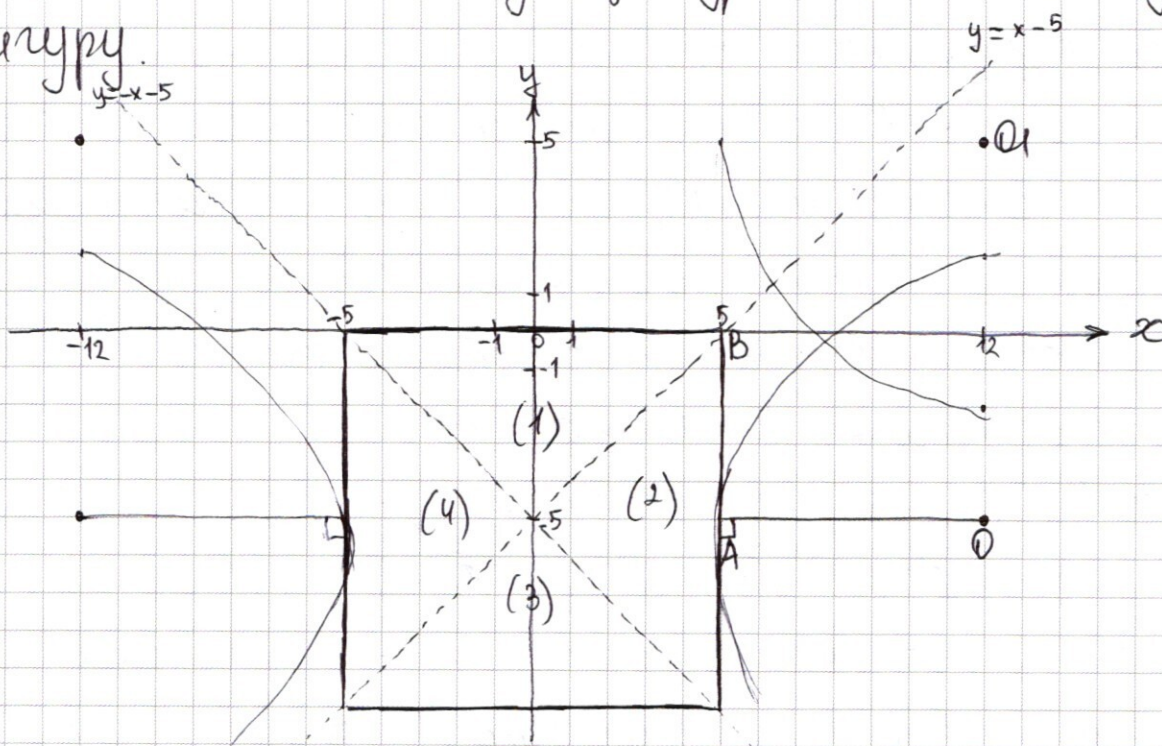
$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{№5.} \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Сначала построим график $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$.

- 1) Строим 2 прямые $y = -5 - x$ и $y = x - 5$
- 2) Определим, где модуль раскрывается положительно, а где отрицательно.
- 3) Решаем соответствующее уравнение и получаем фигуру.



На участке (1) оба модуля раскрываются с плюсом:
 $x + y + 5 + y - x + 5 = 10$.

$$2y = 0, \quad y = 0.$$

На участке (2) $|x+y+5|$ раскр. с плюсом, $|y-x+5|$ с минусом:

$$x + y + 5 - y + x - 5 = 10$$

$$2x = 10; x = 5$$

На участке (3) оба модуля раскр. с минусом:

$$-x - y - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20; y = -10$$

На участке (4) график $x = -5$

Графиком $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a$ является окружность ~~является окружностью~~ является окр-ть с центром $(12; 5)$, симметрично отраженная относительно Ox и Oy .

Из графика $\Rightarrow$ будет ровно 2 решения, если ~~нижние~~ окружности прямые $x = 5$ и $x = -5$ будут касаться с соответствующими окр-тями ($x = 5$ кас. к окр-ти с центром $(12; -5)$; $x = -5$ — касат. к окр. с центром $(-12; -5)$) (в силу симметрии R будут одинаковыми).

Т.к. график изображен с соблюдением масштаба, то из него $\Rightarrow R = 7 \Rightarrow a = 49$

(или т. $O(12; -5)$, т. A касания $(5; -5) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \rho(O; A) = \sqrt{(5-12)^2 + (-5-(-5))^2} = 7.$$

Если $R > 7$, то ~~окр~~ нижние окр-ти пересекут прямую и будет минимум 4 ~~ре~~ решения.

Если $R < 7$, то решений не будет.

Докажем, что при $R = 7$ верхние окр-ти не пересекаются с прямой.

т. $O_1(12; 5)$, т. B (ближайшая к окр.) $(5; 0)$.

$$\rho(O_1; B) = \sqrt{(5-12)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} > 7 \Rightarrow \text{не}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ не пересекаются (в силу симметрии с другой верх-
ней окр-тью аналогично).
Ответ: 49.

1) CA - касат. к окр. (O_1, R)
 $DA \perp CA$

⇒ 2) DA - диаметр ⇒ $O_1 \in AD$.

3) $\triangle BDF$ - $\mu\delta$ ($BD = DF$ (по усл.)) ⇒
⇒ $\angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

~~4) $\angle BDN$ - впис., окр. касат. к BN~~

1) $\angle MBD = 90^\circ$, $\angle MBD$ - впис. ⇒
⇒ MD - диаметр ⇒ $O_1 \in MD$

2) $\angle CBN = 90^\circ$, $\angle CBN$ - впис. ⇒
⇒ CN - диаметр, $O_2 \in CN$

3) $BF = BD$ (усл.), $\triangle BFD$ - $\mu\delta$
($MB \perp CD$ (усл.)) ⇒ $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

4) $\angle MFD$ - угол между двумя секущими ⇒
⇒ $\angle MFD = \frac{1}{2} (\angle MLD - \angle BD)$
 $45^\circ = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BD)$ ⇒ $\angle BD = 90^\circ$. $\angle BMD$ - впис. и
опер. на $\angle BD$ ⇒ $\angle BMD = 45^\circ$

5) из п. 1 ⇒ $MO_1 = O_1D = 10$ ⇒ 6) в $\mu\delta$ $\triangle MBD$ $\sin \angle BMD = \frac{BD}{MD}$ ⇒

$$\Rightarrow BD = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} = FB (\triangle BFD - \text{пр/о})$$

$$7) CO_2 = O_2N = O_2B = R = 10$$

~~$$\triangle O_2NB - \text{пр/о}, O_2NB \in \angle O_2BN = 45^\circ$$~~

$$8) \angle DMF + \angle MFD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle MDF - \text{пр/о} \text{ и } \text{пр/о} \Rightarrow MD = DF = 20$$

~~$$9) BM = BD = 10\sqrt{2} \in (\triangle MBD - \text{пр/о}) (\angle BMD = \angle MDB = 45^\circ) \Rightarrow MB = BD = 10\sqrt{2}$$~~

$$10) \angle BAD = \angle BMD (\text{оцкр. на } \sim BD) = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11) \angle CAB = \angle CAD - \angle BAD = 45^\circ$$

$$12) \angle CAB \text{ оцкр. на } \sim CB \Rightarrow \angle CB = 90^\circ \Rightarrow \angle CAB - \text{остр.}$$

$$\Rightarrow 13) \angle CO_2B = 90^\circ (\text{центр, на } \sim CB)$$

$$14) \text{ из п. 7 и п. 13 по т. Пифагора } CB = \sqrt{CO_2^2 + O_2B^2} = 10\sqrt{2}$$

$$15) \triangle CBF - \text{пр/о} \Rightarrow \text{по т. Пифагора } CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{400} = 20$$

Ответ: 20.

$$N3. \int (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} (1).$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 (2)$$

$$OD3: \begin{cases} y > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Решим (2) относительно y :

$$y^2 - (x+4)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y_1 = \frac{x+4 - 3x+4}{2} = -x+4$$

$$y_2 = \frac{x+4 + 3x-4}{2} = 2x$$

Подставим $y = 2x$ в (1):

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x})}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$16^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6 \ln x}$$

$$16^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{(2x)^{6 \ln x}} = \frac{2^{\ln 2 x}}{(2x)^{6 \ln x}} = \frac{2^{\ln 2 + \ln x}}{2^{6 \ln x} \cdot x^{6 \ln x}} = \frac{2^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x}}{2^{6 \ln x} \cdot x^{6 \ln x}}$$

~~$$(2x)^{-4 \ln x}$$~~

~~$$\frac{2^{-4 \ln x} \cdot x^{-6 \ln x}}{x^{6 \ln x}} = \frac{2^{\ln 2 - 5 \ln x}}{x^{6 \ln x}}$$~~

⇓

$$-4 \ln x = \ln 2 - 5 \ln x$$

$$\ln x = \ln 2 \Rightarrow \underline{x = 2} \Rightarrow \underline{y = 4}$$

~~Ответ: 2.~~

Подставим $y = 4 - x$ в (1):

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{-4 \ln x} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{2 \ln x}} = \frac{(4-x)^{\ln 4 - \ln x}}{(4-x)^{2 \ln x}} =$$

$$= \frac{(4-x)^{\ln 4}}{(4-x)^{\ln x} \cdot (4-x)^{2 \ln x}} = \frac{(4-x)^{\ln 4}}{(4-x)^{3 \ln x}}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot x^{-4 \ln(4-x)} = x^{-2 \ln x} \cdot x^{-4(\ln 4 - \ln x)} =$$

$$= \frac{x^{-2 \ln x} \cdot x^{4 \ln x}}{x^{4 \ln 4}} = \frac{x^{2 \ln x}}{x^{4 \ln 4}}$$

$$x^{2 \ln x - 4 \ln 4} = (4-x)^{\ln 4 - 3 \ln x}$$

~~$$x^{2 \ln x - 4 \ln 4} = (4-x)^{\ln 4 - 3 \ln x}$$~~

$$\frac{x^{2 \ln x}}{x^{4 \ln 4}} - \frac{(4-x)^{\ln 4}}{(4-x)^{3 \ln x}} = 0$$

$$\frac{x(4-x)^{4 \ln x}}{x^{4 \ln 4} \cdot (4-x)^{3 \ln x}} - \frac{x(4-x)^{5 \ln 4}}{(4-x)^{3 \ln x}} = 0$$

