МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)

9261 : 9 = 1029; 1029 : 3 = 343; 343 : 7 = 49

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

X X X X X X X X

6 5 3   1 1

6 5 4 3 2 1

$C_8^6 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$

3x3, 3x7, 1

6

X X X X X X

2 2 2

6^6

Сколько шестизначные числа можно отделить от восьмизначного

28 (X X X X X X)

2 2 2 1 1 1

(Сколько цифр из трёх 3 и трёх 7 можно составить)

3 | 3 3 7 7 7
3 7 3 7 7
3 7 7 3 7
3 7 7 7 3
7 3 3 7 7
7 3 7 3 7
7 3 7 7 3
7 7 3 3 7
7 7 3 7 3
7 7 7 3 3

$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20$

$C_6 = \frac{6!}{3!} = 120$

$C_8^6 \cdot C_6^3 = 28 \cdot \frac{6!}{3!3!} = 28 \cdot 20 = 560$

Ответ 560

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле).

Страница № 1 (Нумеровать только чистовики)

$2^{34}-(8+2^{32}\cdot 56)<0 = 2^{34}\ 4\cdot 2^{32}<0 \quad 2^6\cdot 2^{32}-(2^{32}\cdot 64)=$

$2.\ \cos 9x-\cos 5x-\sqrt{2}\cos 4x+\sin 9x+\sin 5x=0$

$\ln(1+x)= \quad x>0\ y>0$

$\cos 9x-\cos 5x=-2\sin(2x)\sin(7x) \quad x\geq 0\ y\geq 0$

$=1+x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}=$

$+$

$\sin 9x+\sin 5x=2\sin(7x)\cos(2x)$

$=1+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$

$=1{,}5<2 \quad 2\sin(7x)(-\sin(2x)+\cos(2x))=2\sqrt{2}\sin(7x)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=$

$x^2+y^2+13^2-$

$=2\sqrt{2}\sin 7x\sqrt{1-\sin(4x)} \quad \sin\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)=$

$-24|x|-10|y|$

$\sqrt{2}\sin\left(9x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\sin(7x)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

$2^x dx= \quad =2\sin$

$=\frac{2^x}{\ln 2} \quad \sqrt{2}\cos$

$\sqrt{2}\cos(4x)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos(4x)=$

$=\cos\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(4x-\frac{\pi}{4}\right) \quad \frac{\pi k}{2}=\frac{2}{3\cdot 4}-\frac{\pi}{24}+\frac{2}{9}\pi n$

7^2

$2\sin(7x)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos(4x)=0 \quad k=-\frac{1}{12}+\frac{4}{9}n$

$a=74$

$\cos 9x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right) \quad k=\frac{16n-3}{36}=$

$2^{32}-2^{31}=$

$24+49\cdot 2 \quad \sin 9x-\sin\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)= \quad =\frac{4}{}(3n+1)$

$=14+$

$=2\sqrt{2}\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)(\sin(2x \quad \frac{\pi k}{2} \quad \frac{2-5}{40}-\frac{3}{40}\pi+\frac{2}{5}\pi l$

$k=-\frac{3}{20}+\frac{4}{5}l=$

$\cos 9x+\sin 5x=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)$

$+$

$\sin 9x-\cos 5x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right) \quad =\frac{12l-3}{20}$

$2\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right)= \quad \frac{\pi}{20}-\frac{\pi}{12} \quad \frac{3-5}{60}=\frac{\pi}{30}$

$=2\sqrt{2}\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=2\sqrt{2}\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)\cos(2x)$

$2\sqrt{2}\cos\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)\cos 2x-\sqrt{2}\cos 4x \quad k=-\frac{1}{15}$

$x=6 \quad x=34$

$k=-\frac{3}{20}+\frac{9}{5}\cdot l$

$2^6-(76-12)=0 \quad 2^7-(62+2 \quad \frac{36l-3}{20}=$

$2^5=(66$

$2^5-(66-2^{32})>0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos(4x) + \sin(9x) + \sin(5x) = 0$

$-2\sin(2x)\sin(7x) - \sqrt{2}\cos(4x) + 2\sin(7x)\cos(2x) = 0$

$2\sin(7x)\cdot\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\sin\left(4x+\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$2\sqrt{2}\sin(7x)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) - 2\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin(7x) - \sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\left(2\sin\left(\frac{5x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{9x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0\\ \cos\left(\frac{9x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)=0\\ \sin\left(\frac{5x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z\\ \frac{9x}{2}+\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z\\ \frac{5x}{2}-\frac{\pi}{8}=\pi l,\ l\in Z\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z\\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{2}{9}\pi n,\ n\in Z\\ x=\frac{\pi}{20}+\frac{2}{5}\pi l,\ l\in Z\end{array}\right.$$

Ответ: $x = \left\{\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in Z;\ \frac{\pi}{12}+\frac{2}{9}\pi n, n\in Z;\ \frac{\pi}{20}+\frac{2}{5}\pi l, l\in Z\right\}$

3) $\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$ $\quad$ ОДЗ $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

$y^2 - 4y - 2(x^2 - 4x) = xy$

$\cancel{y^2 + y\left(-4 - \frac{x}{2}\right) - 2\left(x^2 + x\left(\frac{y}{4} - 4\right)\right) = 0}$

$\cancel{\left(y - 2 - \frac{x}{4}\right)^2 - \left(2 + \frac{x}{4}\right)^2 - 2\left(\left(x + \frac{y}{8} - 2\right)^2 - \right.}$

$(y-2)^2 - 4 - 2\left((x-2)^2\right) + 8 = xy$

$\begin{cases} (y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy - 4 \\ (xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \end{cases}$ $\quad x = y = 1$ не решение

$-2\ln x \ln(xy^2) = (\ln(y) - 7\ln x)\ln y$

$-2\ln(x)(\ln x + 2\ln y) = \ln^2 y - 7\ln x \ln y$

$\ln^2 y + 2\ln^2 x - 3\ln x \ln y = 0$ $\quad$ $\cancel{\ln x \neq \ln y} =$ $\ln x \neq 0$ $\ln y \neq 0$

$\cancel{\frac{\ln x}{\ln}}$

$\left(\frac{\ln y}{\ln x}\right)^2 - 3\frac{\ln y}{\ln x} + 2 = 0$

$\frac{\ln y}{\ln x} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\ln y}{\ln x} = 2 \\ \frac{\ln y}{\ln x} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy - 4 \iff y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

I $\quad y = x^2$

$\cancel{(x^2-2)^2 - 2(x-2)^2 = x^3 - 4}$

$\cancel{x^4 - 4x^2 + 4 - 2x^2 + 8x - 8 = x^3 - 4}$

$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$

$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$

$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$

$x = 0$ не соотв.

$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0 \quad x = 2$ - реш.

$\cancel{x(x^2-6) + 8 - x^2 = 0}$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 6x + 8 & x-2 \\ \hline -\,x^3 - 2x^2 & x^2 + x - 4 \\ x^2 - 6x & \\ -\,x^2 - 2x & \\ -4x + 8 & \\ -\,-4x + 8 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-2)(x^2+x-4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} \end{array}\right.$ $\quad x<0$ не соотв.

$\cancel{x^2 = \frac{18 \mp 2\sqrt{17}}{4}}$

$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{array}\right.$

I $\quad y = x^2 \Rightarrow$

$\cancel{(x;y) \Rightarrow (2;4);}$

$(x;y) \Rightarrow (2;4);\ \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2};\ \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\underline{II}$ $y = x$

$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} - 2x^2 + 8x - 4x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

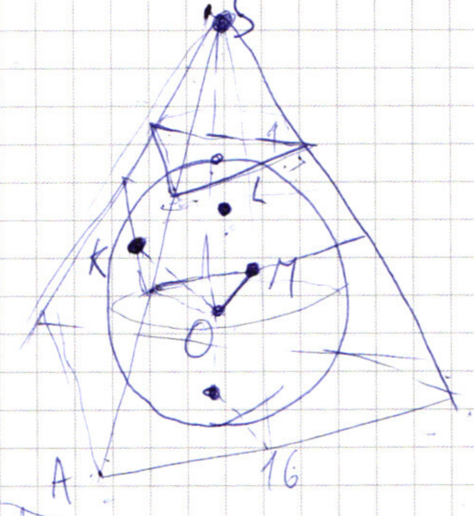
$x = 2$ $\cancel{x}$

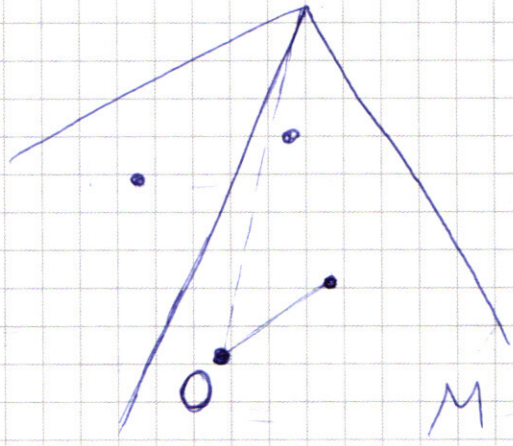
$(x;y) \to (2;2)$

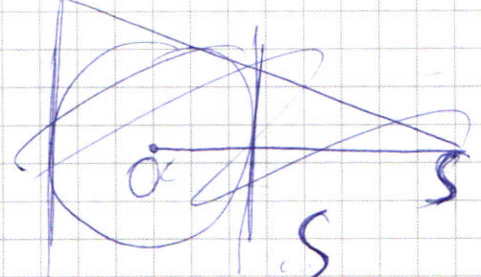
Ответ

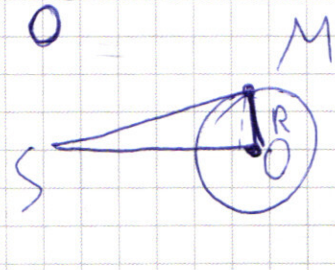
$(x;y) \to (2;2); (2;4); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

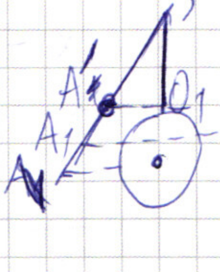
4)

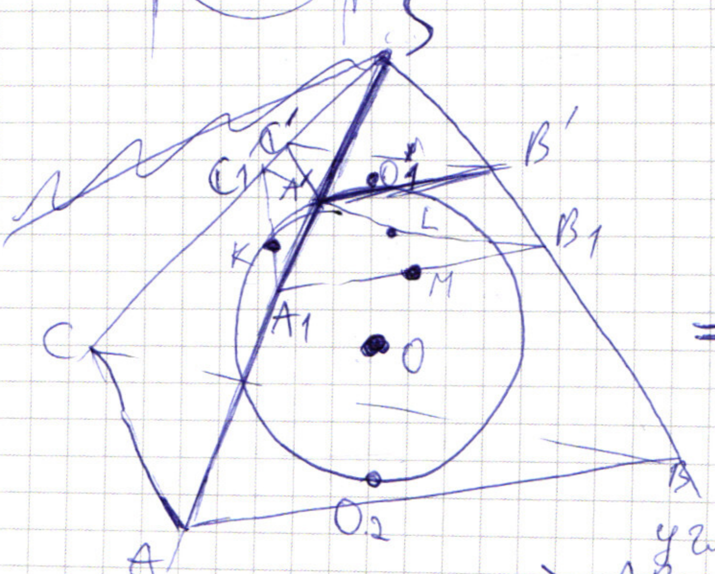












$(A'B'C')$ касается верхней точки, а (ABC) нижней точки

$SO \perp (ABC)$ и $(A'B'C') \Rightarrow$

$\Rightarrow A'B' \parallel AB$, $B'C' \parallel BC$, $A'C' \parallel AC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ все углы $\triangle A'B'C'$ равны углов $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \sqrt{\frac{16}{1}} = 4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Продолж.

$\triangle SA'B' \sim \triangle SAB \Rightarrow$ ~~SH⊥A~~

$\left.\begin{array}{l}\exists H' \in A'B' \ (SH' \perp A'B') \\ \exists H \in AB \ (SH \perp AB)\end{array}\right] \Rightarrow \frac{SH}{SH'} = 4 = \frac{AB}{A'B'} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} SO_1 \perp (A'B'C') \\ SO_2 \perp (ABC)\end{array}\right] \ \frac{SO_2}{SO_1} = 4$

R – радиус сферы

$SO_2 = (SO_1 + 2R)$

$1 + \frac{2R}{SO_1} = 4 \Rightarrow 2R = \frac{3}{2} SO_1$

$\triangle$ $OK \perp (SCA) \Rightarrow OK \perp SK \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\operatorname{tg}(\angle KSO$~~ $\mid \sin(\angle KSO) = \frac{R}{SO} = \frac{R}{SO_1 + R} =$

$= \frac{R}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{3}{5}$

$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$

~~$\alpha = (KLM) \cap (SABC) = \triangle A_1B_1C_1$~~

~~$SK = SL = SM = \frac{R}{\operatorname{tg}(\angle KSO)} = \frac{4R}{3}$~~

$\exists A_1B_1$, $M \in A_1B_1$, $A_1B_1 \parallel AB \rightarrow \triangle A_1B_1C_1 =$

$= (KLM) \cap (SABC)$ $\triangle SA'O \sim \triangle SA_1O \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{SA'}{SA_1} = \frac{SO_1}{SO - R\sin(\angle KSO)} = \frac{\frac{2}{3}R}{\frac{5}{3}R - \frac{3}{5}R} = \frac{5}{8} =$

$= \frac{A'B'}{A_1B_1} (\triangle SA'B' \sim \triangle SA_1B_1) =$

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\frac{A'B'}{A_1B_1}\right)^2 = \frac{25}{64}$$

$$S_{A_1B_1C_1} = \frac{64}{25} \cdot 1 = \frac{64}{25}$$

Ответ $\angle KSO = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$; $S = \frac{64}{25}$

5) $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

I $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$ $\quad y=0 \quad x \in R$

$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$ $\cancel{x \in R}$ $\quad \begin{cases} x \in [-5;5] \\ y=0 \end{cases}$

II $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$ $\quad x+\cancel{y}+\cancel{5}-\cancel{y}+x-\cancel{5}=10$

$x=5 \qquad x=5 \quad y \in [-10;0)$

$\begin{cases} y \geq -10 \\ y < 0 \end{cases}$

III $\begin{cases} x+y+5<0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$ $\quad -x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

$x=-5$

$\begin{cases} y<0 \\ y \geq -10 \end{cases} \Rightarrow x=-5 \quad y \in [-10;0)$

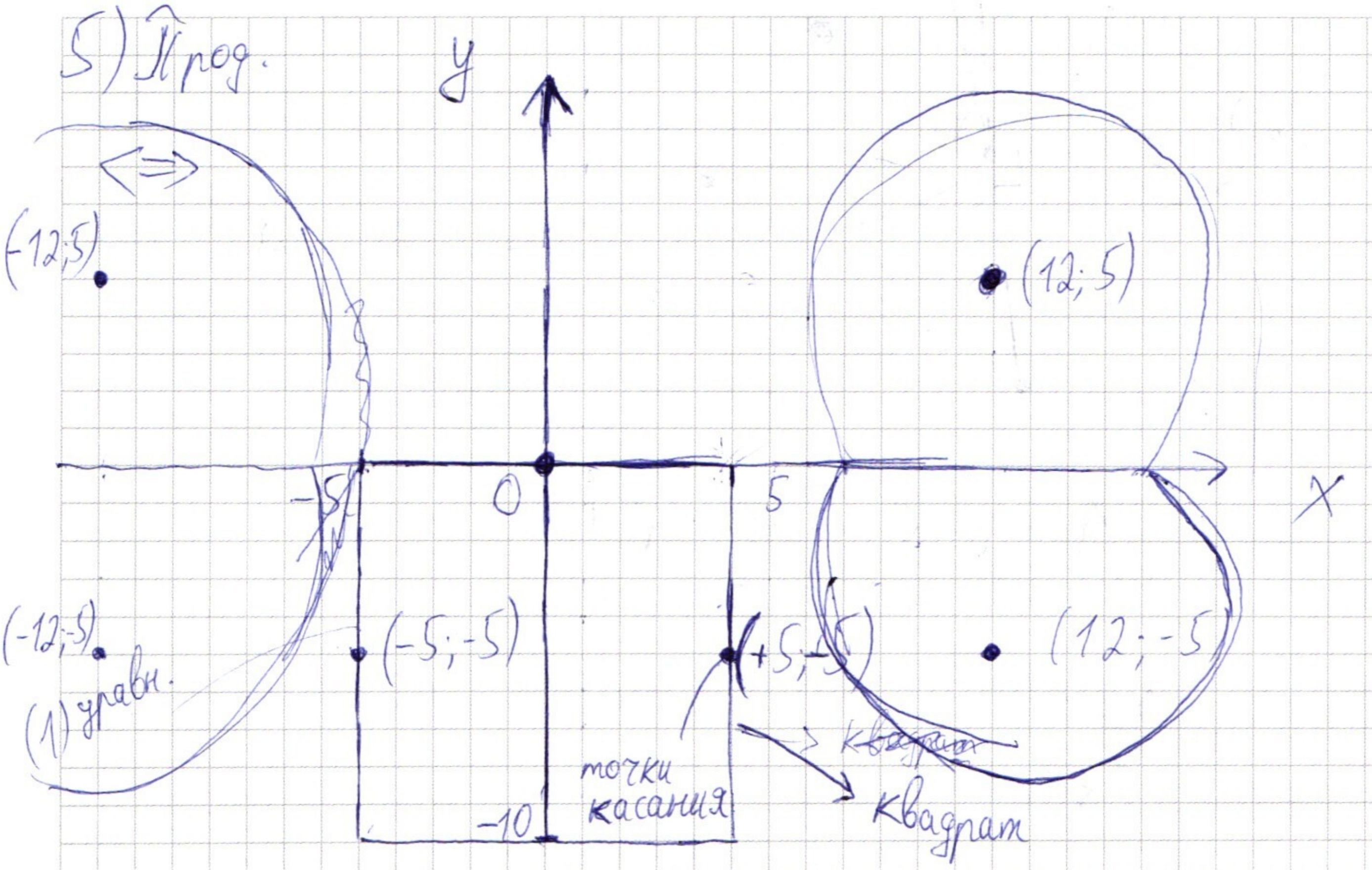
IV $\begin{cases} x+y+5<0 \\ y-x+5<0 \end{cases} \Rightarrow -\cancel{x}-y-5-y+\cancel{x}-5=10$

$y=-10$

$\begin{cases} x<5 \\ x>-5 \end{cases}$ $\quad y=-10 \quad x \in (-5;5)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Продолж.



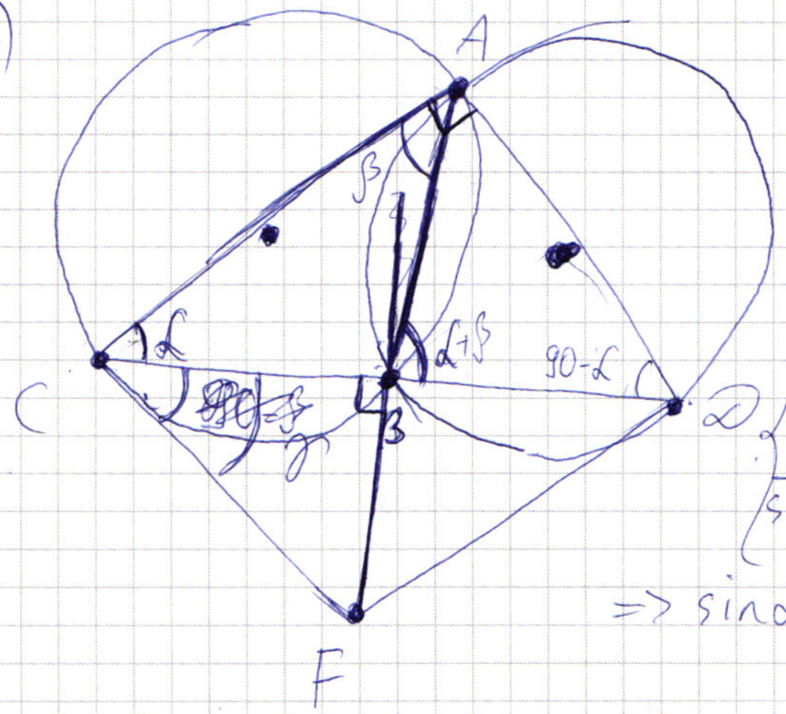
$(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a \to \sqrt{a}$ радиусом и (12;5) центром дуга точки которого ~~(x;~~ соответствуют ~~x, y ≥ 0~~ ~~и~~ x, y ≥ 0 симметрично (относительно x, y осей) нарисована в I, II, III, IV четвертях следовательно ~~два дуги~~ (II, III дуги y ≤ 0 должны касаться квадрата =>

$\Rightarrow a = (|\pm 5|-12)^2+(|\pm 5|-5)^2 = 7^2 = 49$

Ответ 49

6)

a)



$R = 10$

$BF = BD$

$\angle CAD = 90^\circ$

$$\begin{cases} \frac{AB}{\cos\alpha} = 2R \text{ (из } \triangle ABD) \\ \frac{AB}{\sin\alpha} = 2R \text{ (из } \triangle ACB) \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \sin\alpha = \cos\alpha \Rightarrow tg\,\alpha = 1$

$\alpha = 45^\circ \Rightarrow AC = AD \quad AB = \sqrt{2}R$

$BC = 2R\sin\beta \quad BD = 2R\cos\beta$

$AC = \frac{2R\sin(\alpha+\beta)}{\cancel{\sin(\alpha+\beta)}}$ $\quad CD = BC + BD = 2\sqrt{2}R\sin(\beta + 45^\circ) =$

$= 2\sqrt{2}R\sin(\beta+\alpha)$

$CF = \sqrt{(CB)^2 + (BF)^2} = \sqrt{(CB)^2 + (BD)^2} = 2R\sqrt{\sin^2\beta + \cos^2\beta} =$

$= 2R = 20$

Ответ 20

б) $BC = 12 = 2R\sin\beta \quad \sin\beta = 0{,}6 \Rightarrow \cos\beta = 0{,}8$

$\Rightarrow \cos\gamma = \frac{CB}{CF} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \Rightarrow \gamma = 90 - \beta$

~~$S_{ACF} = \frac{1}{2}AC \cdot CF$~~ $AC = \frac{2R}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\sqrt{2}\,20}{0{,}6+0{,}8} = \frac{200}{14}\sqrt{2} = \frac{100}{7}\sqrt{2}$

$S_{ACF} = \frac{1}{2}AC \cdot CF \cdot \sin(\alpha+\gamma) = \frac{AC \cdot CF}{2}\cos(\beta - \alpha) =$

$= \frac{100\sqrt{2}}{2 \cdot 7} \cdot 20 \cdot \left(\frac{0{,}8}{\sqrt{2}} + \frac{0{,}6}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1{,}4 \cdot 100 \cdot 20}{14} = 200$

Ответ а) 20 б) 200

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

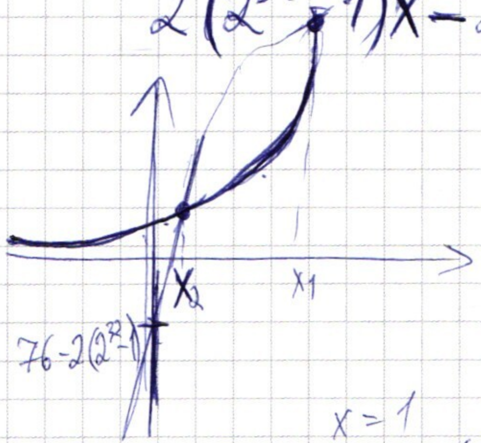
$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\cdot(2^{32}-1)x \end{cases}$$

$2^x+3\cdot2^{34}$ $\quad 76+2\cdot(2^{32}-1)x \quad y$

$$2^x + 3\cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32}-1)x$$

$$2^x - 2(2^{32}-1)x < 76 - 3\cdot 2^{34}$$

$$2(2^{32}-1)x - 2^x > 3\cdot 2^{34} - 76$$



$$x \in [x_1; x_2]$$

$$2^x < 4\cdot 13 - 12\cdot 2^{32} + 2(2^{32}-1)x$$

$$2^x < 4(13-3\cdot 2^{32}) + 2(2^{32}-1)x$$

$<0 \ (x=1)$

$x=1$

$\cancel{2 < 4 - 10\cdot 2^{32}}$

$x_1 \in (1; 32)$

$x = 32$

$2^{32} < (12 + 20\cdot 2^{32})$ $\cancel{- 19\cdot 2^{32}}$

$\cancel{x_1 = 6}$ $\quad x_1 = 6 \qquad x_2 = 38$

$$2^x - (76 - 2x + 2^{32}(2x-12)) =$$

$$\frac{d}{dx}\left(76 - 2x + 2^{32}(2x-12) - 2^x\right) = -2 + 2\cdot 2^{32} - 2^x \ln 2 = 0$$

$\cancel{\ln 2 < 0 \Rightarrow \frac{d()}{dx} > 0}$

$\cancel{x} = \log_2\left(\frac{2(2^{32}-1)}{\ln 2}\right) < \log_2\left(\frac{2^{33}}{\ln 2}\right)$

$$\log_2\left(\frac{2^{32}}{\ln 2}\right) < x_{max} = \log_2\left(\frac{2(2^{32}-1)}{\ln 2}\right) < \log_2\left(\frac{2^{33}}{\ln 2}\right) \Rightarrow 32 < x_{max} < 33$$

$$N_y(x) = 76 + 2(2^{32}-1)x - 2^x - 3\cdot 2^{34} =$$

$$= (76-2x) + 2^{32}(2x-12) - 2^x$$

$N_y(x) > 0 \quad 6 < x < 38 \quad N_y(6) = N_y(38) = 0$

$$N = \sum_{x=7}^{x=37}\left((76-2x) + 2^{32}(2x-12) - 2^x\right) \quad \int_8^{37} N_y(x)\,dx \leq N \leq \int_8^{37} N_y(x)\,dx + N_y(8)$$

$$N = (76 - 3\cdot 2^{34})\cdot 31 + \sum_{x=7}^{x=37} 2(2^{32}-1)x - \sum_{x=7}^{x=37} 2^x =$$

$$= (76 - 12\cdot 2^{32})\,31 + 2(2^{32}-1)\cancel{2}\left(\frac{7+37}{2}\right)\cdot 31 -$$

$$- \sum_{x=7}^{37} 2^x = (76 - 12\cdot 2^{32})\cdot 31 + 42\cdot 31(2^{32}-1) -$$

$$- \sum_{x=7}^{37} 2^x = 31(34 + 30\cdot 2^{32}) - \sum_{x=7}^{37} 2^x$$

Ответ $\quad 31\cdot(34 + 30\cdot 2^{32}) - \sum_{x=7}^{37} 2^x$