

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N2 \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = \cancel{2 \sin 5x} \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$\cos 5x = 0$
~~если~~ не выполняется,
тогда поделим обе
части на $\cos 5x$

$$1 = \tan 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (\cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = -(5x - \frac{\pi}{4}) + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x = 2\pi k - \frac{\pi}{4} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{2\pi k}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}; \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}; \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}; n, k \in \mathbb{Z}$$

$$N \quad 50' \quad |x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$② \quad ((x|-6)^2 + (y|-8)^2 = a^2$$

② заданы 4 окр-ти в центрах $(6, 8), (6, -8), (-6, 8), (-6, -8)$ радиус a

рассмотрим ①

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$\begin{aligned} x-6-y < 0 & \quad y > x-6 \\ x-6-y \geq 0 & \quad y \leq x-6 \\ x-6+y < 0 & \quad y < 6-x \\ x-6+y \geq 0 & \quad y \geq 6-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \quad x=12 \\ 2) & \begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \quad y=-8 \\ 3) & \begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \quad x \leq 0 \\ 4) & \begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \quad y=6 \end{aligned}$$

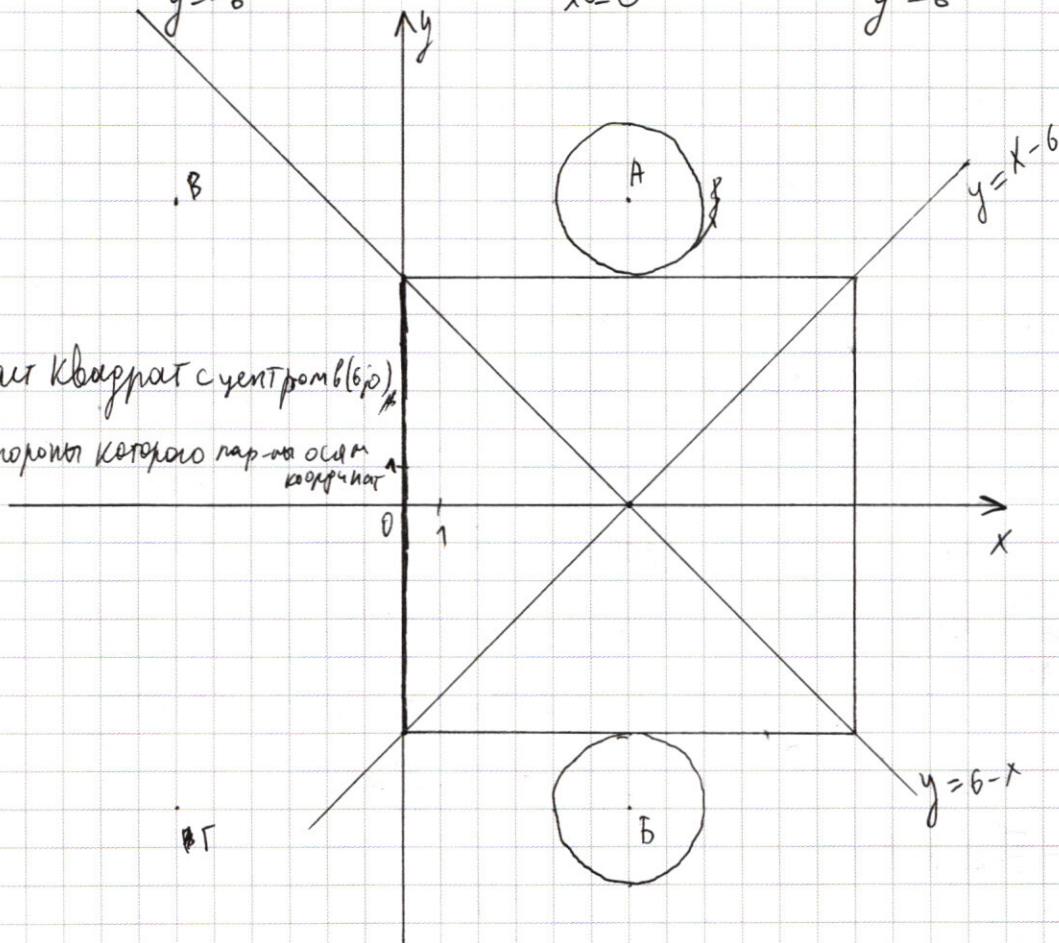
A(6;8)

B(6;-8)

C(-6;8)

D(-6;-8)

т.е. 1 уравнение задает квадрат с центром в (6;0) и длиной 12, стороны которого параллельны осям координат



1) при $a=4$ 2 решения

Если увеличивать a вплоть до того, что окр-ть с центром в т.А пройдет через т. (12;-6)

$$a \vee a = \sqrt{(12-6)^2 + (8+4)^2} = \sqrt{14^2 + 6^2} = \sqrt{232} \text{ где}$$

будет 4 решения, ^{круги} когда эти 2 окр-ти пройдут через т. (0;0), то для

т.А и Б будет 2 решения, но появятся еще 2 для т.В и т.Г и т.Д.

Далее увеличивая a вплоть до $520 = \sqrt{18^2 + 14^2}$ будет 4 более 2 решения.

При $a=520$ - 4 решения окр-ти в центрах в т.Г и т.Д проходят через т. (12;6) и т. (-6;-4)

Если далее увеличивать a , то решений не будет

Ответ: 4, 520

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N 87 \textcircled{1} \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ \textcircled{2} y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

① Т.к. $3^x > 0$, то $y > 4 \cdot 3^{81}$.

~~кончается~~, ① возрастает на $\mathbb{R}$

② возрастает на $\mathbb{R}$

При $x = 4$

$$\begin{cases} y \geq 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 3^{81} \cdot 4 - 4 \end{cases} \text{ — нет реш}$$

При $x = 85$

$$\begin{cases} y \geq 3^{81} \cdot 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 3^{81} \cdot 85 - 85 \end{cases} \text{ — решений нет (где)}$$

При $x = 5$

$$\begin{cases} y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 3^{81} \cdot 85 - 5 \end{cases} \quad 80 + 5 \cdot 3^{81} - 3^5 - 4 \cdot 3^{81} \geq 0 =$$

Т.к. обе ф-ции возрастают, и на $5 \leq x \leq 84$ есть реш, то
дальше их нет т.к. обе ф-ции монотонны Пусть $S_5 = (5-4) \cdot 3^{81} + 85 - 4 \cdot 3^5 =$ кол-во решений для $x=5$

где $5 \leq n \leq 84$

$$S_n = (n-4) \cdot 3^{81} + 85 - n \cdot 3^n$$

$$\text{Тогда } S_5 + S_6 + S_7 + \dots + S_{84} = 3^{81} + 3^{81} \cdot 2 + \dots + 80 \cdot 3^{81} + 85 \cdot 80 - (5+6+7+\dots+84) - (3^5 + 3^6 + 3^7 + \dots + 3^{84}) =$$

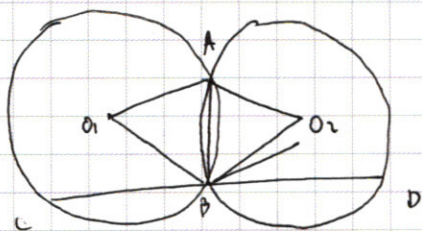
$$= 3240 \cdot 3^{81} + 3240 - \left(3^{81} (27+9+3+1+\dots+3^{-76}) \right)$$

$$27+9+3+1+\dots+3^{-76} = \frac{27(1-(\frac{1}{3})^{80})}{1-\frac{1}{3}} = \frac{27 \cdot 3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{80} \right) = \frac{81}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{80} \right)$$

$$3^{81} \left(27+9+\dots+3^{-76} \right) = \frac{3^{85}}{2} - \frac{3^{35}}{2} \cdot 3^{-80} = \frac{3^{85}}{2} - \frac{3^5}{2} = \frac{1}{2} \cdot 3^{85} - \frac{1}{2} \cdot 3^5 = \frac{3^{85}}{2} - \frac{243}{2}$$

$$S_5 + S_6 + \dots + S_{84} = 3240 \left(\frac{3^{81}}{3240} - 405 \right) + 3^{81} 3240 - 121,5 =$$

N 6 a)



$\triangle O_1AB = \triangle ABO_2$, по 3 сторонам, сл-но

$\angle AO_1B = \angle AO_2B$, тогда

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AO_1B \quad \text{и} \quad \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AO_2B,$$

тогда $\angle ACD = \angle ADC$.

В $\triangle ACD$: $\angle CAD = 50^\circ$, сл-но $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$

$$N \rightarrow 16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

т.к. можно составлять числа а) 55553331 б) 55553311

в) 55553311

расставим 5 - 5 см.

расставим 3 - 5.6 см.

$$\text{расставим 1-ую} \quad 5.6(1+2+3+4+\dots+7) = 30.28 = 840 = C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_8^2 = 8$$

а) расставим 5 - 1 см.

расставим 1 - 5 см.

расставим 3 -

$$C_4^1 \cdot C_7^3 \cdot C_8^1 = 1 \cdot 8 \cdot \frac{7!}{4!3!} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 40 \cdot 7 = 280 = S_1$$

$$S_1 + S_2 = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{2y} = (-x)^{2y-2x} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 7x - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{2y} = (-x)^{2y-2x} = (-x)^{2y-2x+2y} = (-x)^{4y-2x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{(-x)^{4/3} y}{y^{2/3} x} = (-x)^{4/3} (-x)^{1/3} \cdot (-x)^{1/3} y$$

$$\frac{(-x)^{3/3} y}{y^{2/3} x} = (-x)^{1/3} (-x)$$

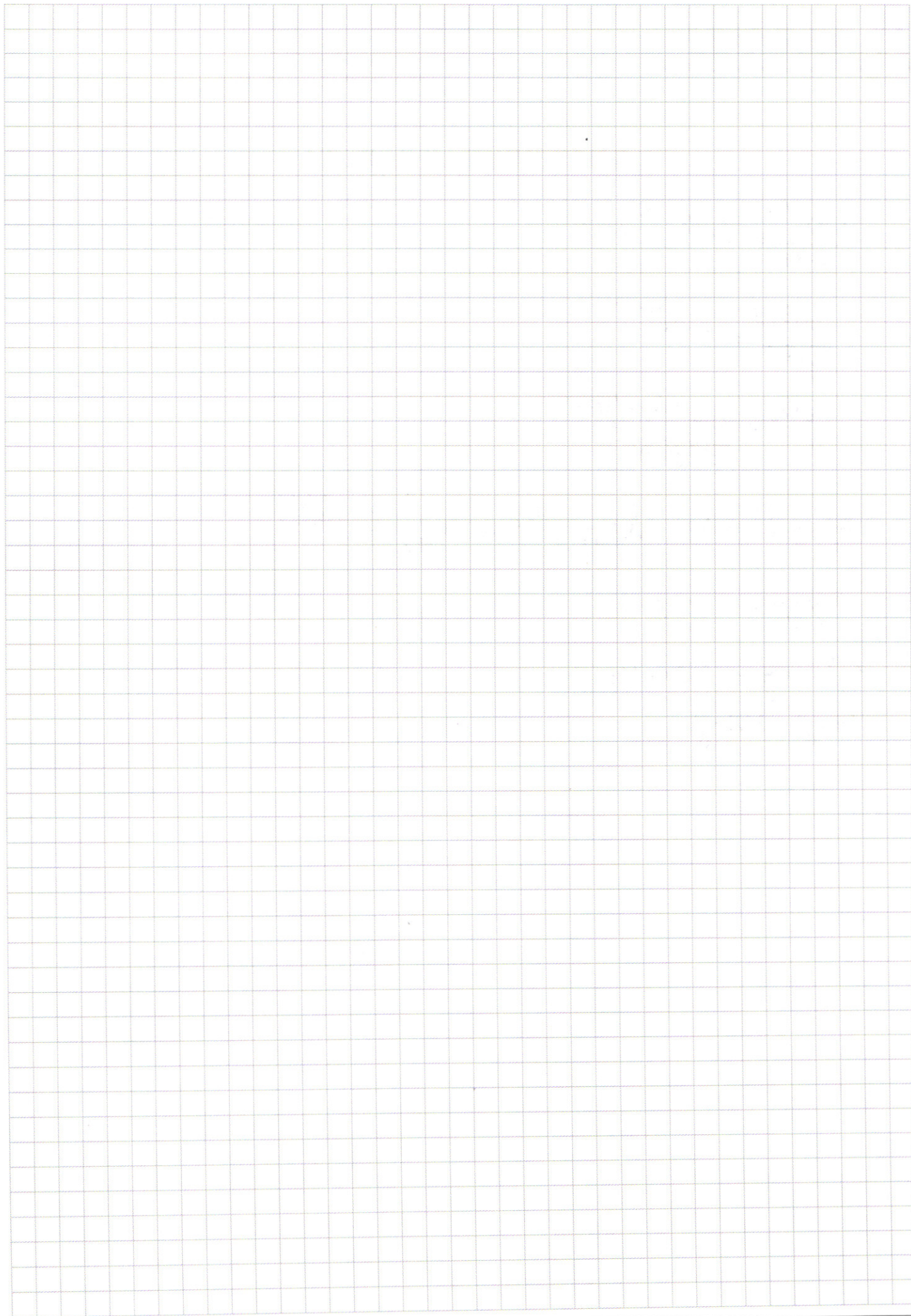
$$y^{1/3} x = \frac{(-x)^{3/3} y - 1/3 (-x)}{(-x)^{2/3} (-x)}$$

$$\log_y y^{1/3} y = \log_y y^{2/3} y = \log_{y^2/y} (-x)^{1/3} \frac{y^3}{x}$$

показатели $x=10, y=-10$

$$4y^2 - 2xy - x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$(x-y)^2 + 3(x-y)$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$16875 = 5 \cdot 3375 = 25 \cdot 675 = 5^3 \cdot 135 = 5^4 \cdot 3^3$$

$q_1, q_2, q_3, \dots, q_8$

10 > 9 > 1 > 0

939171

множителю 7.

т.к. $5^2 = 25$, то число могут быть: 1, 3, 5, 9

а) если нет чисел 9, то наши числа: 4-ятерки,
3 тройки, 1-единица.

В таких числах: 8.

(количество способов расставить 4 числа
5555)

б) если есть 1 девятка, то наши числа: 1 девять, 4-ятерки, 1 тройка, 2 единицы

1

123

4123
1423
1243
1324
2143
2413

122
121

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ 3375 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 9875 \\ 132 \\ 3375 \\ \underline{5} \\ 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 15} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 15} \\ \underline{5} \\ 17 \\ \underline{15} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 15} \\ \underline{10} \\ 35 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \underline{25} \\ 125 \\ \underline{100} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1375 \\ 1250 \\ \underline{1250} \\ 0 \end{array}$$

333 5555

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos$$

$$\frac{2-3}{2} x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$\frac{y}{2}$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x =$$

$$\cos \alpha - \sin \beta$$

$$= \sqrt{2} (1 - 2 \cos^2 5x) = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cos^2 5x$$

$$(\cos \alpha - \sin \alpha) + (\cos \beta - \sin \beta) = -\sqrt{2} (\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) = \sin 5x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos 5x \cdot \sin \frac{\pi}{4} =$$

=

$$2 \cos 1x \cdot \cos 5x + 2\sqrt{2} \cos^2 5x - \sqrt{2} - 2 \sin 5x \cdot \cos 2x = 0$$

$$\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$-2\sqrt{2} \cos 2x \cdot \sin(5x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6} =$$

$$-2 \cos 2x \cdot \sin(5x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{2} \cos 10x = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) / (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x \cdot \cos 5x$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$3.5.7$$

$$35 \cdot 3 = 105$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} \\ 2x = -(5x - \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

$$\sin \alpha + \cos \beta = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \beta = \cos \alpha$$

$$\cos(2) = \cos(\alpha)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$4 \cdot 21 = 84$$

$$80 \cdot 15 = 80 + 5 \cdot 8 = 120$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} \\ 7x = -\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} \\ x = -\frac{\pi}{28} \end{cases}$$

$$\cos 5x + \sin 5x =$$

$$= \sqrt{2} (\cos 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{5} &= \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{5} &= \frac{\pi}{2} \\ \frac{2\pi}{140} &= \frac{10\pi k - 7\pi n}{35} \\ \frac{0.5}{35} &= \frac{10k - 7n}{35} \\ 10k - 7n &= 2 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$0) \left(\frac{\pi}{205} + \frac{4\pi n}{5} \right) 21 = \frac{21\pi}{105} + \frac{84\pi n}{105}$$

$$21; 21 + 105; 189$$

$$12 + 3 + 20 = 15 + 20 = 35$$

$$1) \left(\frac{\pi}{3} - \frac{8\pi k}{3} \right) \cdot 35 = \frac{35\pi}{105} - \frac{280\pi k}{105}$$

$$35;$$

$$2) \left(\frac{\pi}{7} + \frac{8\pi k}{7} \right) 15 = \frac{15\pi}{105} + \frac{120\pi k}{105}$$

$$15; 135;$$

$$1) \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ -xy > 0 \\ xy < 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad (-5)^2 = (-5)(-5)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y = 0$$

$$(x^4)^{\lg y} (y^{-2})^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$

$$\lg(ab) = \lg a + \lg b$$

$$4^{1+2} = 4^1 \cdot 4^2$$

$$a^{\lg a}$$

$$a^{\lg a \cdot b} = b$$

$$4y^2 - 2xy - 2x^2 - 8x - 6y = 0$$

$$(x^4)^{\lg y} \cdot y^{-2\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{x^4}{y} \right)^{2\lg y} (x^4)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} (y^2)^{\lg y}$$

$$\begin{aligned} (-x)^{\lg y} &= t \\ (x^2)^{\lg y} &= t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg y &= m \\ \log_{10} y &= m \\ y &= 10^m \end{aligned}$$

$$y^2 - 2xy + x^2 + 3y^2 - 3x^2 - 8x - 6y = 0$$

$$-(x^2 + 4x + 4) = -(x+2)^2 - 4$$

$$2(y^2 - 4y + 4) - 8 = 2(y-2)^2 - 8$$

$$2(y-2)^2 - 8 + 4 - (x+2)^2 - xy = 0$$

$$\lg y = \frac{1}{\lg 10}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\frac{1}{\lg 10}} =$$

$$-x = t$$

$$\left(\frac{t^4}{y^2} \right)^{\lg y} = t^{\lg t} \cdot t^{\lg y}$$

$$4 \lg_{10} 4 = 4^{\frac{1}{\lg_{10} 10}}$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + y \cdot 3^{x1} \\ y < 85 + (3^{x1} - 1)x = 85 + 3^4 + y + 3^{x1} \cdot x - x \end{cases}$$

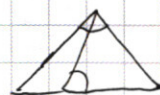
$$3^{x1} = t$$

$$3 = \log$$

$$3 = \log_3 3^{x1} = \log_3 t$$

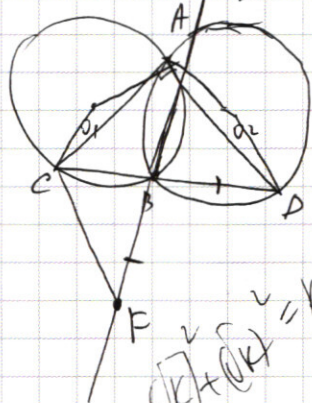
$$81 = \log_3 t$$

$$3 = \frac{\log_3 t}{27}$$



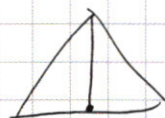
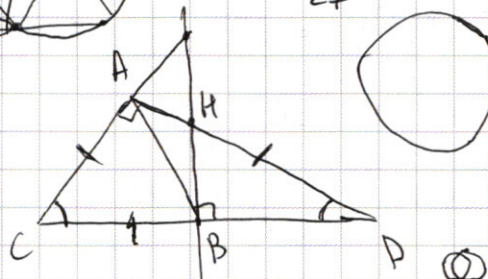
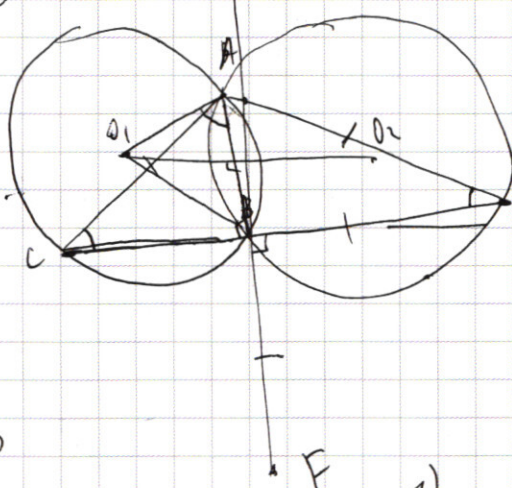
IV 6

$$r=13 \quad \angle CAB = 90^\circ \quad BF=BD$$

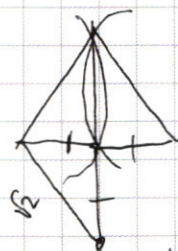
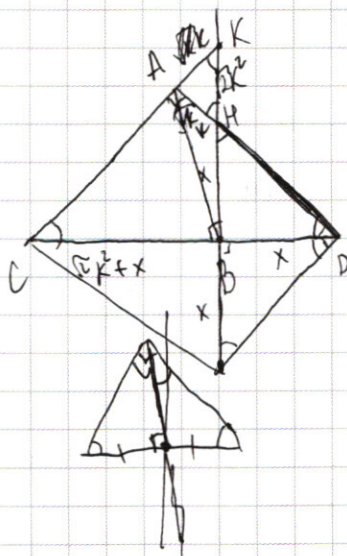


CF?

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R \quad (r \text{ - одинаковы})$$



$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ$$



$$AB \approx CD = \sqrt{2} AC$$

$$\frac{CD}{DB} \cdot \frac{BK}{HK} \cdot \frac{AK}{CA} = 1$$

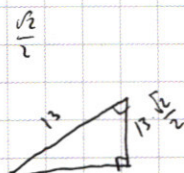
$$\sqrt{2} \frac{BK \cdot AK}{DB \cdot HK} = 2$$

$$AB^2 = x^2 + m^2 - 2xm \cdot \cos 45^\circ$$

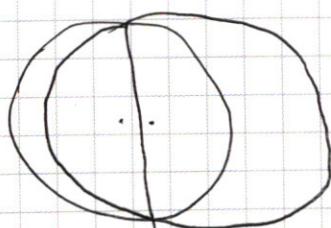
$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R = 26 = \frac{AB \cdot 2}{\sqrt{2}}$$

$$26\sqrt{2} = 2AB$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$



$$\cos \alpha = \frac{13 \cdot \sqrt{2}}{2}; 13 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad 1) \checkmark \\ (|x-6|)^2 + (|y-6|)^2 = 9, \quad a \geq 0 \checkmark \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 \rightarrow y \leq x - 6 \\ x - 6 + y \geq 0 \rightarrow y \geq 6 - x \end{cases} \\ x - 6 - y + x - 6 + y = 12 \\ 2x - 12 = 12 \\ x = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y \leq 0 \end{cases} \\ & \begin{aligned} & \cancel{x} - 6 - \cancel{y} = 12 \\ & \phantom{\cancel{x}} - 2y = 12 \\ & \phantom{\cancel{x}} y = -6 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$3) \begin{aligned} x - 6 + y &\leq 0 \\ x - 6 + y &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 6 + y + x + 6 + y &= -12 \\ 2x - 12 &= -12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für } |x-6| &= t \\ x > 0 \\ x-6 &= t \\ x < 0 \\ -x-6 &= t \\ x+6 &= -t \\ x-6 &= -t-12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 18 \\ \hline \end{array}$$

$p_0 + 64$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 18 \\ \hline 162 \\ + 196 \\ \hline 358 \end{array}$$

二、

$$1 \sqrt{191}$$

$$V = 2$$

$$a = 4$$

$36 + 4$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -18 \\ \hline 144 \\ +18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$18.8 = 10 + 64$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ + \quad 4 \\ \hline 328 \end{array}$$

4) 1) ≤ 0
2) ≥ 0

$$\cancel{x-6-y} - \cancel{x+6+y} + \cancel{x-6+y} = 12$$

$xy = 12$
 $y = 6$

$$1) \quad x - 6 - y = 0$$

$$x - 6 = y$$

$$y = x - 6$$

$$\begin{aligned} x - 6 + y &\geq 0 \\ y &\geq 6 - x \end{aligned}$$

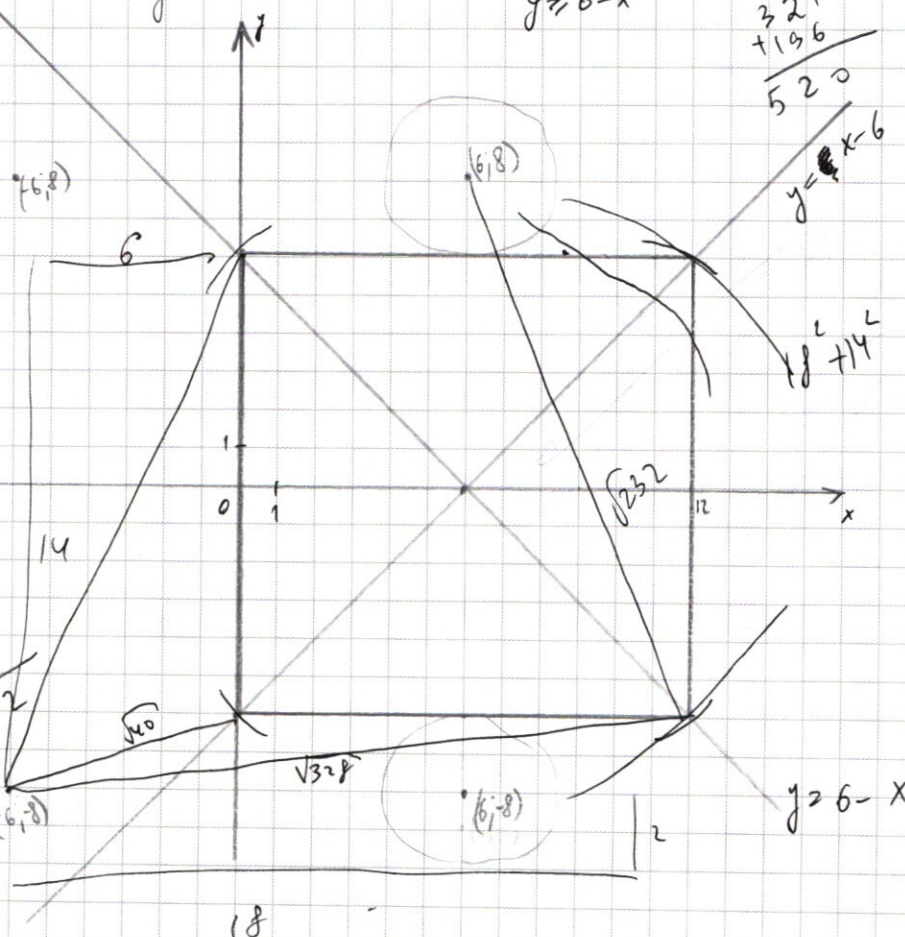
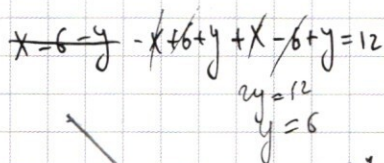
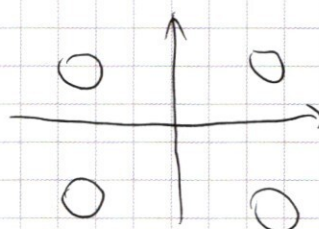
$$\begin{aligned}x - 6 - y &\geq 0 \\x - 6 &\geq y \\y &\leq x - 6\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 324 \\ + 196 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$y = x - 1$$

$$48^2 + 14^2$$

926-X



$$3^x > 0$$

гд y

$$3^x - 1 = t \quad 3^x = t + 1$$

$$y \geq 3^x + 4(t+1) = 3^x + 4t + 4$$

$$\frac{85}{80}$$

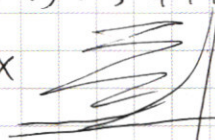
$$80 \cdot 80 = 6400$$

$$5 \cdot 80 = 400$$

$$y > 4 \cdot 3^x$$

$$y < 85 + (3^x - 1)x$$

$$y < 85 + tx$$



$$\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$

$$(3^x)' = e^x \ln 3$$

$$()' = 3^x \ln 3$$

$$3^x x - x$$

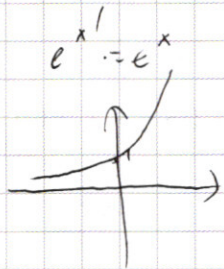
$$85 - 84 = 1$$

$$y = 3^x + 4 \cdot 3^x$$

$$y < kx + b$$

$$85 - 5 = 80$$

$$85 + 3^x - 5$$



$$3^x = 3^x (\ln 3) > 0$$

$$8x - 5 \sim 80$$

$$80 - (3^5 + 3^6 + 3^7 + \dots)$$

$$0: \begin{cases} y \geq 1 + 4 \cdot 3^x \\ y < 85 \end{cases}$$

$$1: \begin{cases} 3 + 4 \cdot 3^x \\ 85 \end{cases}$$

$$\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{45}{56} = \frac{1}{2}$$

$$85 + (3^x - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^x$$

$$85 + 3^x \cdot x - x - 3^x - 4 \cdot 3^x > 0$$

$$3^x(x - 4) > 3^x + x$$

$$(3^x - 1)x - 3^x > 4 \cdot 3^x - 85$$

$$4: y \geq (3^4) + 4 \cdot 3^4 = 81 + 4 \cdot 3^4$$

$$81 - 5 = 76$$

$$y \geq k$$

$$y < 85 + 3^4 \cdot 4 - 4 = 81 + 4 \cdot 3^4$$

$$y < k$$

$$5: 4 \cdot 243 + 4 \cdot 3^4$$

$$y < 85 + 5 \cdot 3^4 - 5 = 80 + 5 \cdot 3^4$$

$$y \geq 3^4 + 80 - 243$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y < 3 \end{cases}$$

$$85 \cdot 3^4$$

$$(1)$$

$$85 + 3^x \cdot x - x - 3^x - 4 \cdot 3^x > 0$$

$$85 + 3^4 \cdot 85 - 85 =$$

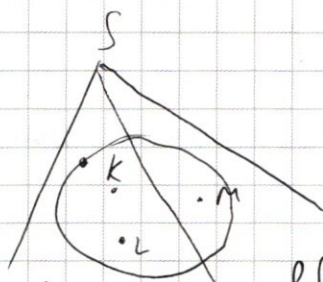
$$= 85 \cdot 3^4$$

$$\frac{243}{80} = \frac{1}{2}$$

$$5^x(x - 4) + 85 - x - 3^x$$

$$3^x(x - 4) > 3^x + x - 85$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$= \frac{(x)h_1(x)h_2(x)}{h_2(x)h_1(x)} = h_2(x)h_1(x)$$

$$\frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)} = 28 \quad h(x)$$

$$p_{(x)}(x) = \frac{p_{h,1} p}{p_{h,3}(x)}$$

$$L_b^{(x_2)}(x) = \frac{L_{b,2}^h}{L_{b,2}(x)}$$

$$m = 81^x$$

$$f = L_b, h$$

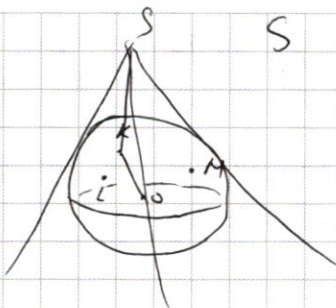
$$= \frac{12}{2 \cdot 8} = \frac{j2j2}{j6} = 6$$

$$\frac{j\omega}{j\omega} = 1$$

$$\begin{array}{r} 0.28 \\ \hline 0.24 \rightarrow \\ \hline 0.04 \\ 28 \\ \hline 30 \end{array}$$

七・三

$$82 = \frac{x}{7.81}$$



$$4y^2 - 2xy - 2x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$3y^2 - 3x^2 + 1 \mid x - \frac{1}{3}$$

$$3(y-x)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ h \end{pmatrix} b_1$$

$$1 + 6 + 22 + 28 + 31 + 38 + 45 + 52 + 59 + 66 + 73 + 80 + 87 + 94 + 101 + 108 + 115 + 122 + 129 + 136 + 143 + 150 + 157 + 164 + 171 + 178 + 185 + 192 + 199 + 206 + 213 + 220 + 227 + 234 + 241 + 248 + 255 + 262 + 269 + 276 + 283 + 290 + 297 + 304 + 311 + 318 + 325 + 332 + 339 + 346 + 353 + 360 + 367 + 374 + 381 + 388 + 395 + 402 + 409 + 416 + 423 + 430 + 437 + 444 + 451 + 458 + 465 + 472 + 479 + 486 + 493 + 500 + 507 + 514 + 521 + 528 + 535 + 542 + 549 + 556 + 563 + 570 + 577 + 584 + 591 + 598 + 605 + 612 + 619 + 626 + 633 + 640 + 647 + 654 + 661 + 668 + 675 + 682 + 689 + 696 + 703 + 710 + 717 + 724 + 731 + 738 + 745 + 752 + 759 + 766 + 773 + 780 + 787 + 794 + 801 + 808 + 815 + 822 + 829 + 836 + 843 + 850 + 857 + 864 + 871 + 878 + 885 + 892 + 899 + 906 + 913 + 920 + 927 + 934 + 941 + 948 + 955 + 962 + 969 + 976 + 983 + 990 + 997 + 1004 + 1011 + 1018 + 1025 + 1032 + 1039 + 1046 + 1053 + 1060 + 1067 + 1074 + 1081 + 1088 + 1095 + 1102 + 1109 + 1116 + 1123 + 1130 + 1137 + 1144 + 1151 + 1158 + 1165 + 1172 + 1179 + 1186 + 1193 + 1200 + 1207 + 1214 + 1221 + 1228 + 1235 + 1242 + 1249 + 1256 + 1263 + 1270 + 1277 + 1284 + 1291 + 1298 + 1305 + 1312 + 1319 + 1326 + 1333 + 1340 + 1347 + 1354 + 1361 + 1368 + 1375 + 1382 + 1389 + 1396 + 1403 + 1410 + 1417 + 1424 + 1431 + 1438 + 1445 + 1452 + 1459 + 1466 + 1473 + 1480 + 1487 + 1494 + 1501 + 1508 + 1515 + 1522 + 1529 + 1536 + 1543 + 1550 + 1557 + 1564 + 1571 + 1578 + 1585 + 1592 + 1599 + 1606 + 1613 + 1620 + 1627 + 1634 + 1641 + 1648 + 1655 + 1662 + 1669 + 1676 + 1683 + 1690 + 1697 + 1704 + 1711 + 1718 + 1725 + 1732 + 1739 + 1746 + 1753 + 1760 + 1767 + 1774 + 1781 + 1788 + 1795 + 1802 + 1809 + 1816 + 1823 + 1830 + 1837 + 1844 + 1851 + 1858 + 1865 + 1872 + 1879 + 1886 + 1893 + 1900 + 1907 + 1914 + 1921 + 1928 + 1935 + 1942 + 1949 + 1956 + 1963 + 1970 + 1977 + 1984 + 1991 + 1998 + 2005 + 2012 + 2019 + 2026 + 2033 + 2040 + 2047 + 2054 + 2061 + 2068 + 2075 + 2082 + 2089 + 2096 + 2103 + 2110 + 2117 + 2124 + 2131 + 2138 + 2145 + 2152 + 2159 + 2166 + 2173 + 2180 + 2187 + 2194 + 2201 + 2208 + 2215 + 2222 + 2229 + 2236 + 2243 + 2250 + 2257 + 2264 + 2271 + 2278 + 2285 + 2292 + 2299 + 2306 + 2313 + 2320 + 2327 + 2334 + 2341 + 2348 + 2355 + 2362 + 2369 + 2376 + 2383 + 2390 + 2397 + 2404 + 2411 + 2418 + 2425 + 2432 + 2439 + 2446 + 2453 + 2460 + 2467 + 2474 + 2481 + 2488 + 2495 + 2502 + 2509 + 2516 + 2523 + 2530 + 2537 + 2544 + 2551 + 2558 + 2565 + 2572 + 2579 + 2586 + 2593 + 2600 + 2607 + 2614 + 2621 + 2628 + 2635 + 2642 + 2649 + 2656 + 2663 + 2670 + 2677 + 2684 + 2691 + 2698 + 2705 + 2712 + 2719 + 2726 + 2733 + 2740 + 2747 + 2754 + 2761 + 2768 + 2775 + 2782 + 2789 + 2796 + 2803 + 2810 + 2817 + 2824 + 2831 + 2838 + 2845 + 2852 + 2859 + 2866 + 2873 + 2880 + 2887 + 2894 + 2901 + 2908 + 2915 + 2922 + 2929 + 2936 + 2943 + 2950 + 2957 + 2964 + 2971 + 2978 + 2985 + 2992 + 2999 + 3006 + 3013 + 3020 + 3027 + 3034 + 3041 + 3048 + 3055 + 3062 + 3069 + 3076 + 3083 + 3090 + 3097 + 3104 + 3111 + 3118 + 3125 + 3132 + 3139 + 3146 + 3153 + 3160 + 3167 + 3174 + 3181 + 3188 + 3195 + 3202 + 3209 + 3216 + 3223 + 3230 + 3237 + 3244 + 3251 + 3258 + 3265 + 3272 + 3279 + 3286 + 3293 + 3300 + 3307 + 3314 + 3321 + 3328 + 3335 + 3342 + 3349 + 3356 + 3363 + 3370 + 3377 + 3384 + 3391 + 3398 + 3405 + 3412 + 3419 + 3426 + 3433 + 3440 + 3447 + 3454 + 3461 + 3468 + 3475 + 3482 + 3489 + 3496 + 3503 + 3510 + 3517 + 3524 + 3531 + 3538 + 3545 + 3552 + 3559 + 3566 + 3573 + 3580 + 3587 + 3594 + 3601 + 3608 + 3615 + 3622 + 3629 + 3636 + 3643 + 3650 + 3657 + 3664 + 3671 + 3678 + 3685 + 3692 + 3699 + 3706 + 3713 + 3720 + 3727 + 3734 + 3741 + 3748 + 3755 + 3762 + 3769 + 3776 + 3783 + 3790 + 3797 + 3804 + 3811 + 3818 + 3825 + 3832 + 3839 + 3846 + 3853 + 3860 + 3867 + 3874 + 3881 + 3888 + 3895 + 3902 + 3909 + 3916 + 3923 + 3930 + 3937 + 3944 + 3951 + 3958 + 3965 + 3972 + 3979 + 3986 + 3993 + 4000 + 4007 + 4014 + 4021 + 4028 + 4035 + 4042 + 4049 + 4056 + 4063 + 4070 + 4077 + 4084 + 4091 + 4098 + 4105 + 4112 + 4119 + 4126 + 4133 + 4140 + 4147 + 4154 + 4161 + 4168 + 4175 + 4182 + 4189 + 4196 + 4203 + 4210 + 4217 + 4224 + 4231 + 4238 + 4245 + 4252 + 4259 + 4266 + 4273 + 4280 + 4287 + 4294 + 4301 + 4308 + 4315 + 4322 + 4329 + 4336 + 4343 + 4350 + 4357 + 4364 + 4371 + 4378 + 4385 + 4392 + 4399 + 4406 + 4413 + 4420 + 4427 + 4434 + 4441 + 4448 + 4455 + 4462 + 4469 + 4476 + 4483 + 4490 + 4497 + 4504 + 4511 + 4518 + 4525 + 4532 + 4539 + 4546 + 4553 + 4560 + 4567 + 4574 + 4581 + 4588 + 4595 + 4602 + 4609 + 4616 + 4623 + 4630 + 4637 + 4644 + 4651 + 4658 + 4665 + 4672 + 4679 + 4686 + 4693 + 4700 + 4707 + 4714 + 4721 + 4728 + 4735 + 4742 + 4749 + 4756 + 4763 + 4770 + 4777 + 4784 + 4791 + 4798 + 4805 + 4812 + 4819 + 4826 + 4833 + 4840 + 4847 + 4854 + 4861 + 4868 + 4875 + 4882 + 4889 + 4896 + 4903 + 4910 + 4917 + 4924 + 4931 + 4938 + 4945 + 4952 + 4$$

SSS

SSSS

$$\begin{array}{r} 280 \\ 240 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\frac{1219}{18} \cdot 9 \cdot 4 \cdot \frac{12}{15}$$

2

9

7

1

1

1

12

$$1040 + 10 = 1110$$

SSSD

9.5- $\overbrace{55555}^6$

55555-500

$$S = \frac{b(1-q^n)}{1-q} \quad b_1 = 27 \quad q = \frac{1}{3} \quad n = 80$$

$$S = \frac{27(1-(\frac{1}{3})^{80})}{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} = 27$$

$$b_1 = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{76}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{76}\right)$$

$$3^{81}/30 + \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{76}\right) = 3^{81} \cdot 30 + \frac{3 \cdot 2^{81}}{2} - 3^5$$

$$85 = 81 + 4$$

$$\frac{240}{2} = 120$$

$$85 - 84 = 1$$

$$85 - 5 = 80$$

$$80 \cdot 85 = 6400 + 400 = 6800$$

$$(3 \cdot 40 - 12,5)(3^{81} - 1)$$