МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right) x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) Разложим число 64827 на простые множители:

$64827 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$

=> восьмизначное число может состоять из:

а) 1; 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7

б) 1; 1; 3; 7; 7; 7; 7; 9

2) Рассмотрим случай "а".

Тогда количество способов расставить "3" на 8 местах:

$n_1 = \frac{8!}{3!\cdot5!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5!}{3\cdot2\cdot5!} = 56$

Расставить "7" после "3":

$n_2 = \frac{5!}{4!} = 5$

Расставить "1" после всех остальных цифр: $n_3 = 1$

=> Общее количество чисел: $N_1 = n_1\cdot n_2\cdot n_3 = 280$

3) Рассмотрим случай "б".

Аналогично: кол-во способ расставить "7":

$n_4 = \frac{8!}{4!\cdot4!}$

Расставить единички после "7": $n_5 = \frac{4!}{2!\,2!}$

~~Единички~~ Поставить "3" после "1" и "7": $n_6 = \frac{2!}{1!\,1!}$

Поставить "9" после всего: $n_7 = 1$

$\Rightarrow N_2 = n_4\cdot n_5\cdot n_6\cdot n_7 = \frac{8!}{4!\,4!}\cdot\frac{4!}{2!\cdot2!}\cdot\frac{2!}{1!\,1!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{2\cdot4!} =$

$= 840$

4) Из 2, 3 => $N = 840 + 280 = 1120$

Ответ: 1120

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cdot\cos 5x\cdot\sin 2x + 2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2}(\cos 5x)(\sin 2x + \cos 2x) + (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\sin 2x + \cos 2x)\left(\cos 5x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right)\right) = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x\right)\left(\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{7x}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{7x}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ \frac{7x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi d, d \in Z \\ \frac{3x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi d}{7}, d \in Z \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z \end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$;
$\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi d}{7}, d \in Z$
$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$

№3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

1) Решим (2) относительно y:

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 =$$
$$= (4x-4)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$$\left[\begin{array}{l} y = \dfrac{-2x-4+4x-4}{2} = x-4 \\ y = \dfrac{-2x-4-4x+4}{2} = -3x \end{array}\right.$$

2) Рассмотрим $y=-3x$:

ОДЗ: $x>0$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\ln 3x \cdot \ln\left(\frac{x^6}{3}\right) = \ln x \cdot 2 \cdot \ln(9x^3)$$

$$(\ln 3 + \ln x)(6\ln x - \ln 3) = 2\ln x(\ln 9 + 3\ln x)$$

$$6\ln 3\cdot\ln x + \cancel{6\ln^2 x} - \ln^2 3 - \ln x\cdot\ln 3 = 4\ln x\cdot\ln 3 + \cancel{6\ln^2 x}$$

$$\ln 3\cdot\ln x - \ln^2 3 = 0$$

$$\ln x = \ln 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases}$$

3) Рассмотрим $y=x-4$:

ОДЗ: $0<x<4$

$$\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^2)}$$

$$\ln(4-x)\cdot\ln\left(\frac{x^7}{4-x}\right) = 2\ln(x(4-x)^2)\cdot\ln x$$

$$\ln(4-x)\cdot(7\ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x + 2\ln(4-x))\ln x$$

$$7\ln x\cdot\ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2\ln^2 x + 4\ln x\cdot\ln(4-x)$$

$$2\ln^2 x - 3\ln x\cdot\ln(4-x) + \ln^2(4-x) = 0$$

$$D = 9\ln^2(4-x) - 8\ln^2(4-x) = \ln^2(4-x)$$

$$\left[\begin{array}{l} \ln x = 2\ln(4-x) \quad (3) \\ \ln x = \ln(4-x) \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} \end{array}\right.$$

(3): $x^2-9x+16=0$ $\quad D_1 = 81-64=17$

$$x = \frac{9\pm\sqrt{17}}{2}$$

1) $x = \dfrac{9+\sqrt{17}}{2} = 4{,}5 + \dfrac{\sqrt{17}}{2} > 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ не стор. корень.

2) $x_3 = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$: $\sqrt{81} > \sqrt{17} \Rightarrow x_3 > 0$

$9-\sqrt{17} \quad 8$

$98 - 18\sqrt{17} \quad 64$

$-\sqrt{17} \quad - \frac{17}{9}$

$17 > \frac{289}{9}$

$\Rightarrow \frac{9-\sqrt{17}}{2} < 4$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{1-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$

Ответ: $(3;-9)$; $(2;-2)$; $\left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)$

№ 5

$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$ a - ? : 2 реш

1) $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$

– четыре окружности с $R = \sqrt{a}$ и центрами

$O_1(8;15)$ $O_2(8;-15)$ $O_3(8;-15)$ $O_4(-8;-15)$

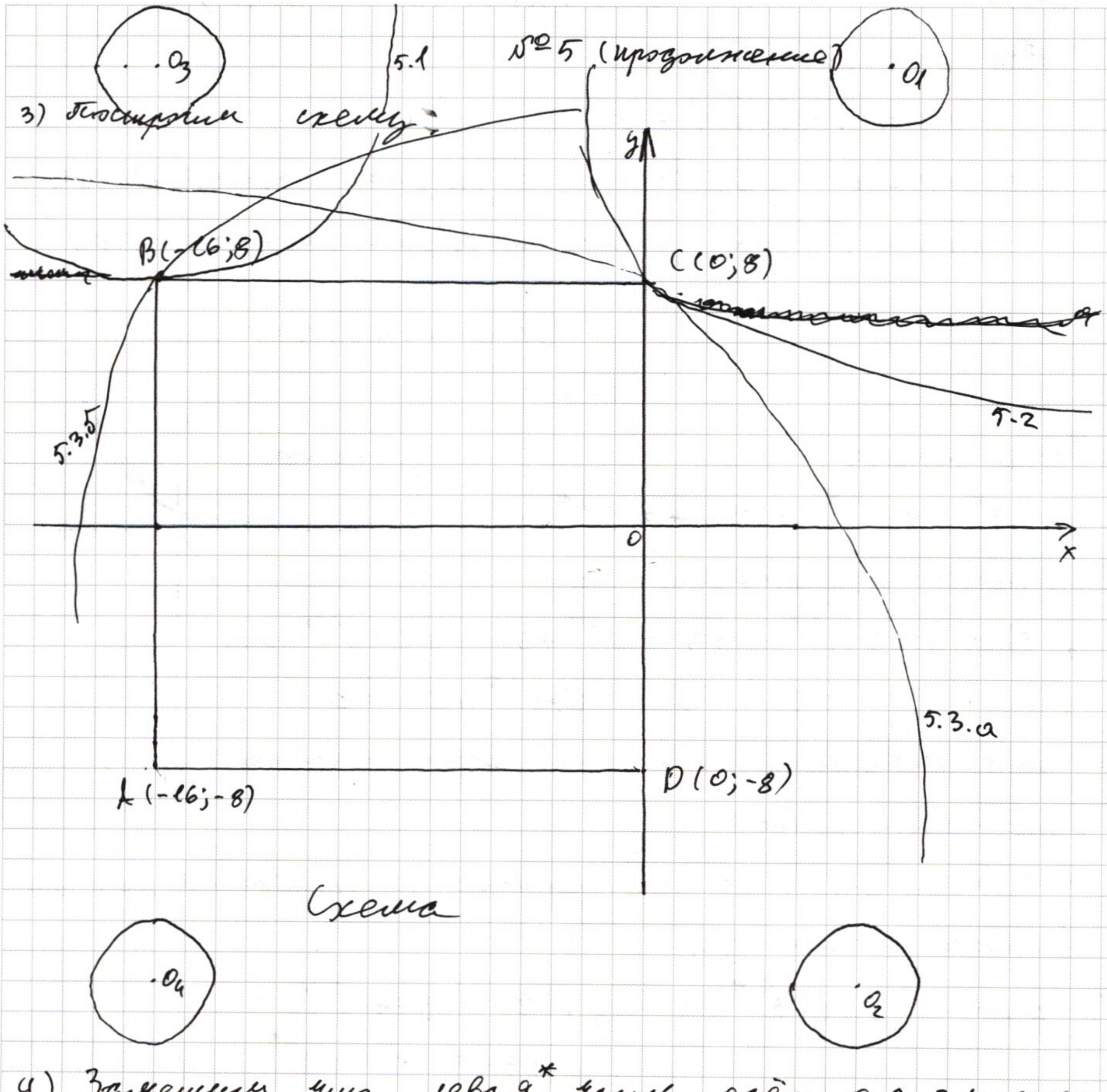
2) $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x+y+8+x-y+8 = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ -x-y-8-x+y-8 = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ x+y+8-x+y-8 = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y-8+x-y+8 = 16 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ x = -16 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -y-8 \\ x \leq y-8 \\ y = 8 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq -y-8 \\ x \geq y-8 \\ y = -8 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \in [-8;8] \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -16 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [-16;0] \\ \left[\begin{array}{l} y = 8 \\ y = -8 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

3) Построим схему:



Схема

4) Заметим, что левая* часть даёт 0, 2, 3, 4 решения и правая** даёт 0, 2, 3, 4 решения

⇒ два решения возможно, когда левая даёт 2 решения, а правая ноль / наоборот

* левая часть: окружности с центрами O_3, O_4

** правая часть: окружности с центрами O_1, O_2

5.1) Из 2 $\Rightarrow$ $R = O_3B = 7$

$O_1C = \sqrt{64+49} = \sqrt{113} > R \Rightarrow$ будет

только два решения $\Rightarrow a = 49$

5.2) $R = O_1C$: $R > O_3B \Rightarrow$ будет более двух решений

5.3) $O_3D = \sqrt{256+529} = \sqrt{785}$

$O_1A = \sqrt{576+529} = \sqrt{1105}$

$\Rightarrow$ а) при $R = O_3D$ более двух реш. т.к $(O_3D < O_1A)$

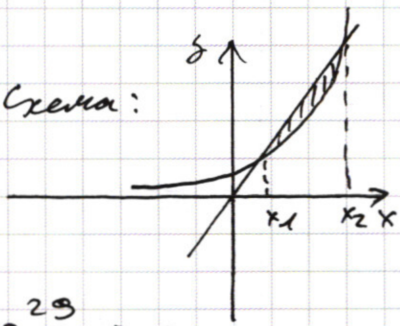
б) при $R = O_1A$ ровно два решения $\Rightarrow a = 1105$

Ответ: 49; 1105

№ 7

1) Рассмотрим:

Схема:



$y = 3^x + 4\cdot 3^{28} - 93 - 3(3^{27}-1)x$

Функция непрерывна и:

$y(1) = 3 + 4\cdot 3^{28} - 93 - 3^{28} + 3 = -87 + 3^{29} > 0$

$y(2) = 9 + 4\cdot 3^{28} - 93 - 6\cdot 3^{28} + 6 < 0$

$\Rightarrow$ по т. Вейерштрасса на интервале $(1;2)$ существует корень.

так же: $y(4) = 0 \Rightarrow$ целые x, удовлетворяющие системе: $x = 2; 3$

2) $y_1 = 3^x + 4\cdot 3^{28}$: $y_1(2) = 9 + 4\cdot 3^{28}$

$y_1(3) = 27 + 4\cdot 3^{28}$

3) $y_2 = 93 + 3^{28}x - 3x \Rightarrow y_2(2) = 87 + 2\cdot 3^{28}$

$y_2(3) = 56 + 3\cdot 3^{28}$

4) Из 1, 2, 3 $\Rightarrow$ количество решений:

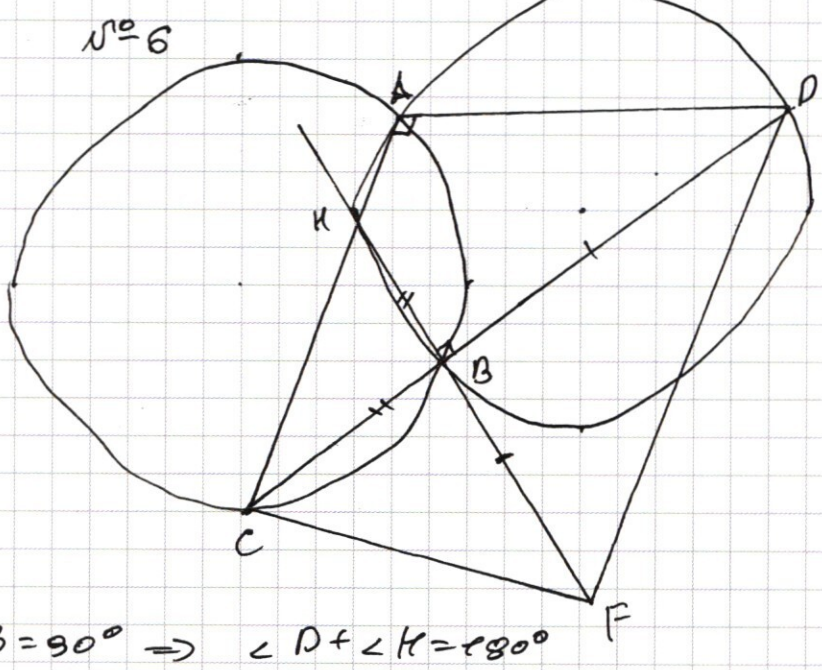
$N = y_1(2) - y_2(2) + y_1(3) - y_2(3) = 2\cdot 3^{28} - 78 + 3^{28} - 19 =$

$= 3^{29} - 97$

Ответ: $3^{29} - 97$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Решение:

1) $HBAD$: $\angle A = \angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle D + \angle H = 180^\circ$

$\angle D$ – вписан $\Rightarrow$ $\angle H$ – тоже вписан $\Rightarrow$ HD – диаметр

2) Пусть $\angle ADB = \alpha \Rightarrow \angle AHB = 180 - \alpha$ (из 1)

3) т.к. окружности равного радиуса $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\cup AB$ первой окружности равна $\cup AB$ второй

$\Rightarrow$ $\cup ACB = \angle ADB = \alpha$ (опирающиеся на равные дуги)

4) Из 2 $\Rightarrow \angle CHB = 180 - \angle AHB = \alpha$ (как смежные)

5) Из 3, 4 $\Rightarrow$ $\triangle CBH$ – р/б $\Rightarrow$ $HB = CB$ (по признаку)

6) $\triangle HBD$ и $\triangle CBF$ ($HB = CB$ (из 5); $DB = BF$ (по усл.);

$\angle HBD = \angle CBF = 90^\circ$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle HBD = \triangle CBF$ (по 2 сторонам и углу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow CF = HD = 2R = 34$

Ответ: 34

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

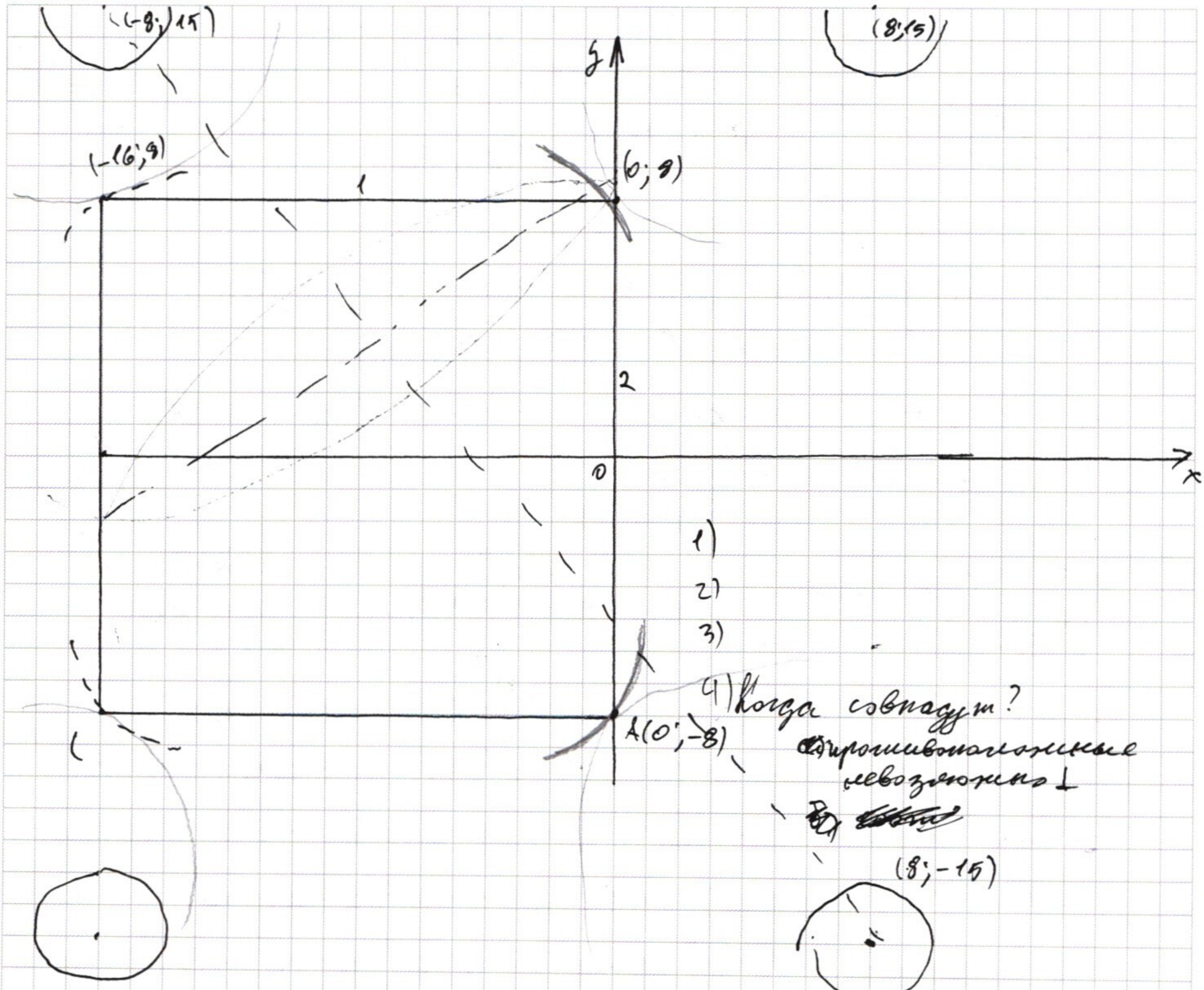
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1)

2)

3)

4) когда совпадут?

противоположные невозможно ⊥

+ проверить, когда касаются

$$23 \times 23 = \ldots 9$$

$$529 + 576 = 1105$$

☑ черновик ☐ чистовик

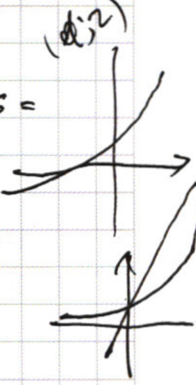
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$243 + 4 \cdot 3^{28}$

$48 + 5 \cdot 3^{28} > 0$



$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$

$D = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 =$

$= (4x-4)^2$

$\left[\begin{array}{l} y = \dfrac{-2x - 4 + 4x - 4}{2} = \dfrac{2x-8}{2} = x - 4 \\ y = \dfrac{-2x - 4 - 4x + 4}{2} = -3x \end{array}\right.$

1) $\left(-\dfrac{x}{-3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$

ОДЗ: $x > 0$

$\ln 3x \cdot \ln\left(\dfrac{x^6}{3}\right) = \ln x \cdot 2\ln(9x^3)$

$(\ln 3 + \ln x)(\ln x^6 - \ln 3) = 2\ln x(\ln 9 + \ln x^3)$

$6\ln 3 \cdot \ln x + 6\ln^2 x - \ln^2 3 - \ln x \cdot \ln 3 = 4\ln x \cdot \ln 3 + 6\ln^2 x$

$\ln x \cdot \ln 3 - \ln^2 3 = 0$

$\ln 3 = \ln x \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$

2; 3

2) $y = x - 4$

$\left(-\dfrac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^2)}$

ОДЗ!
$x - 4 < 0$
$0 < x < 4$

$\ln(4-x) \ln\left(\dfrac{x^7}{4-x}\right) = 2\ln(x(4-x)^2)\ln x$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x + 2\ln(4-x))\ln x$

$7\ln x \cdot \ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2\ln^2 x + 4\ln x \cdot \ln(4-x)$

$2\ln^2 x - 3\ln(x) \cdot \ln(4-x) + \ln^2(4-x) = 0$

$D = 9\ln^2(4-x) - 8\ln^2(4-x) = \ln^2(4-x)$

$\left[\begin{array}{l} \ln(x) = \dfrac{4\ln(4-x)}{2} = 2\ln(4-x) \\ \ln(x) = \ln(4-x) \end{array}\right.$

$x^2 - 9x + 16 = 0$ $\qquad x = 16 - 8x + x^2$

$D = 81 - 64 = 17$ $\qquad x = 4 - x \Rightarrow x = 2$

$x = \dfrac{9 + \sqrt{17}}{2} > 4{,}5 \Rightarrow \varnothing$

$x = \dfrac{9 - \sqrt{17}}{2}$

$9 - \sqrt{17} < 8$

$98 - 18\sqrt{17} < 64$

$-\sqrt{17} < -\dfrac{17}{9}$

$17 > \dfrac{289}{81}$

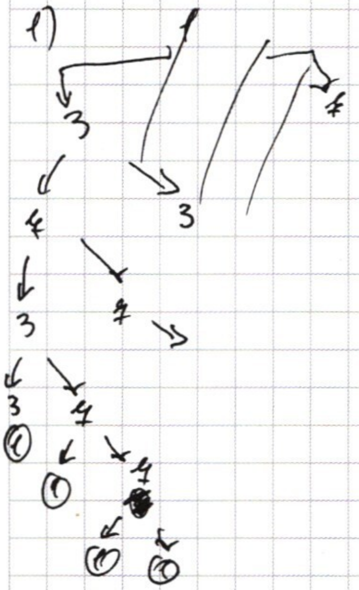
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

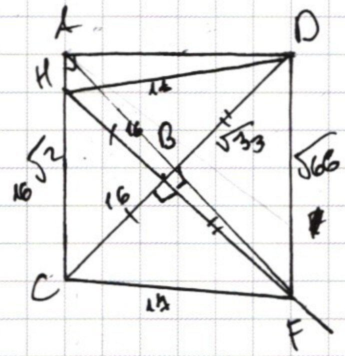
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

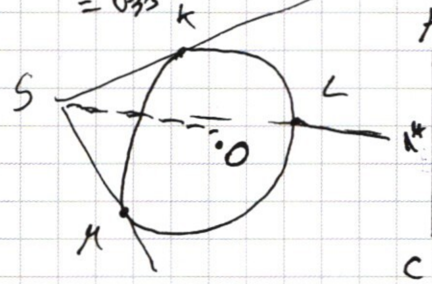
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

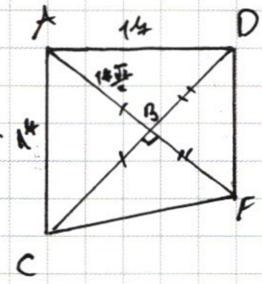


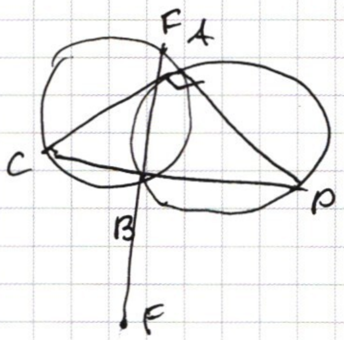
$\sqrt{289-256} = \sqrt{33}$

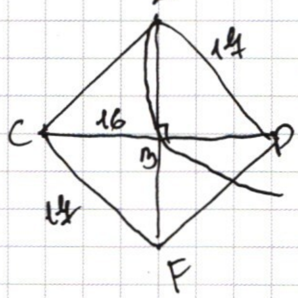


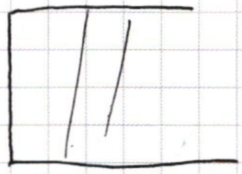
№6

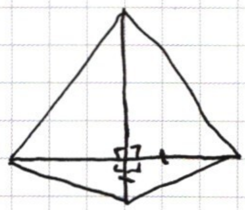


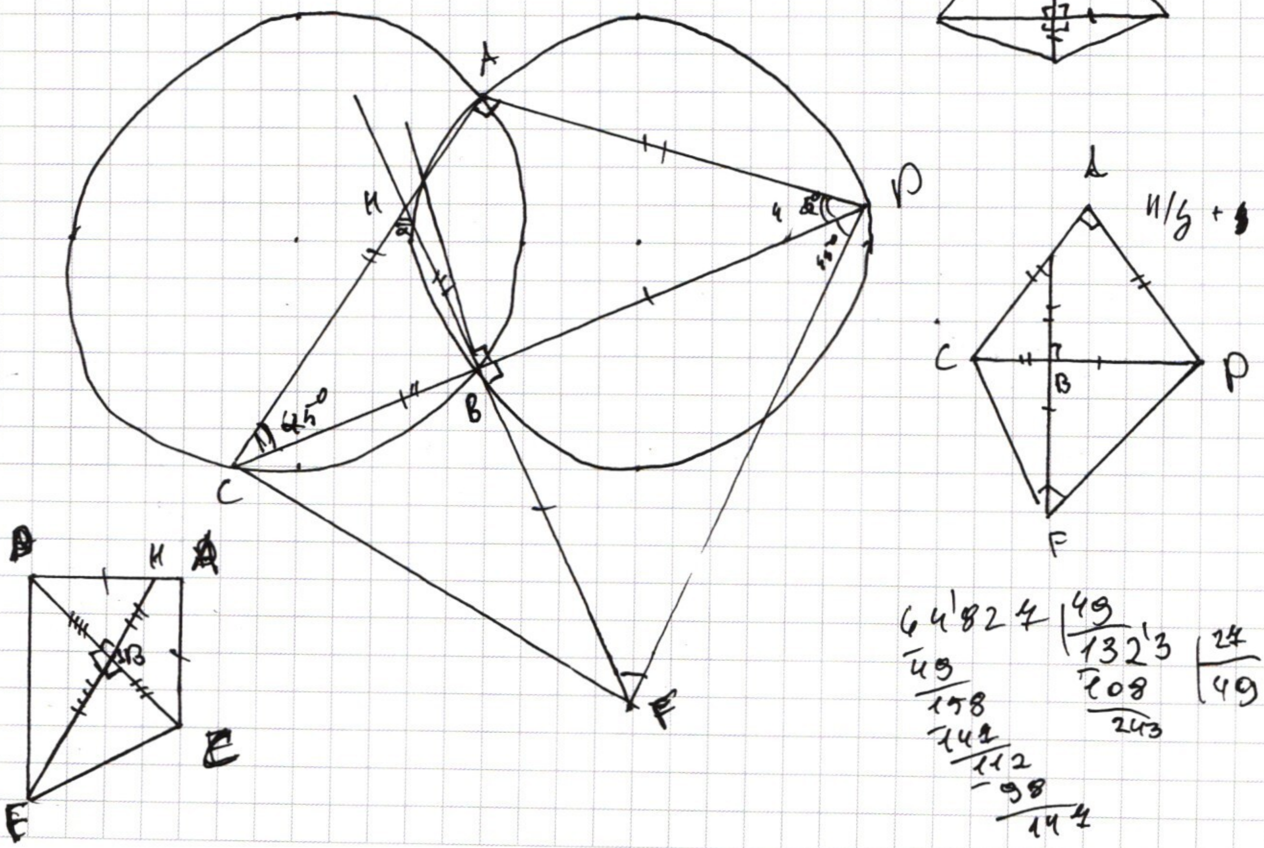












64824 | 49 → 1323 | 27 → 49

49, 158, 147, 112, 98, 144

108, 243

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 : 9 = 7203$; $7203 : 3 = 2401$; $2401 : 7 = 343$

$64827 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$27 \cdot 49 = 243 + 108 = 1323$

$1423 \cdot 49 = 12807 + 5692$

1) $\{1; 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7\}$

2) $\{1; 9; 3; 7; 7; 7; 7; 1\}$

$\frac{7}{3} / X$

3 3 3 7 7 7 7

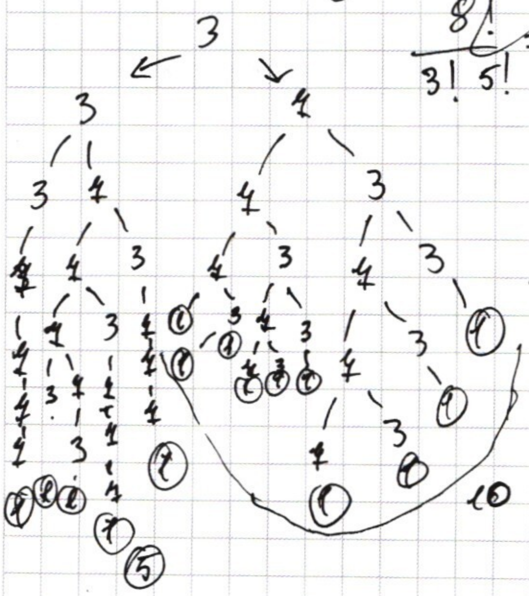
3 7 3 7 7 7 3

1.1) 3 → 3 → 3 → 7 → 7 → 7 → 7

3 → 7 → 3 → 7 → 7 → 7

3 → 7 → 7

→ 3



$\frac{8!}{3!\,5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 56 \cdot 8 =$

$\frac{7!}{3!\,4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 \cdot 8 = 280$

$\frac{8!}{4!\,4!} \cdot \frac{4!}{2!\,2!} \cdot \frac{2!}{1!\,1!} =$

$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} =$

$= 28 \cdot 30 = 840$

$840 + 280 = 1120$

$\frac{8!}{3!\,5!} \cdot \frac{5!}{1!\,4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} =$

$= 280$

$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{24}(3^{27} - 1)x$

$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}\, x - 3x$

$3^x + 3x =$

$3^{x-28} + 4 = x$ $\quad x - 4$

$y = x \quad 3^{x-28} = \cancel{4x}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№ 2

$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cdot\cos\beta$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cdot\cos 2x\cdot\cos 5x$

$\sin 7x - \sin 3x = 2\cdot\cos 5x\cdot\sin 2x$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$

$\sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4} + x)$

$\sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)(\cancel{\sqrt{2}}\cos(\frac{\pi}{4} + 2x) + \cos 5x) = 0$

$\sin(\frac{\pi}{4} + x)\cdot\cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 7x}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right) = 0$

№ 5

1) $|x + y + 8| + |x - y + 8| = 16$

1.1) $\begin{cases} x + y + 8 \geq 0 \\ x - y + 8 \geq 0 \\ x + \cancel{y} + \cancel{8} + x - \cancel{y} + \cancel{8} = \cancel{16} \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq -x - 8 \\ y \leq x + 8 \\ x = 0 \end{cases}$ $y \geq -8$ $y \leq 8$ $x = 0$

1.2) $\begin{cases} x + y + 8 \leq 0 \\ x - y + 8 \leq 0 \\ -x - \cancel{y} - \cancel{8} - x + \cancel{y} - \cancel{8} = \cancel{16}\ 32 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \geq x + 8 \\ x = -16 \end{cases}$ $y \leq 8$ $y \geq -8$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)