

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа. 0
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ . ✓
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16. ✓
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$\int \left( \frac{-x^7}{y} \right) \ln(-y) = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$y + (x+y)^2 + 4(3x+y-x^2)$$

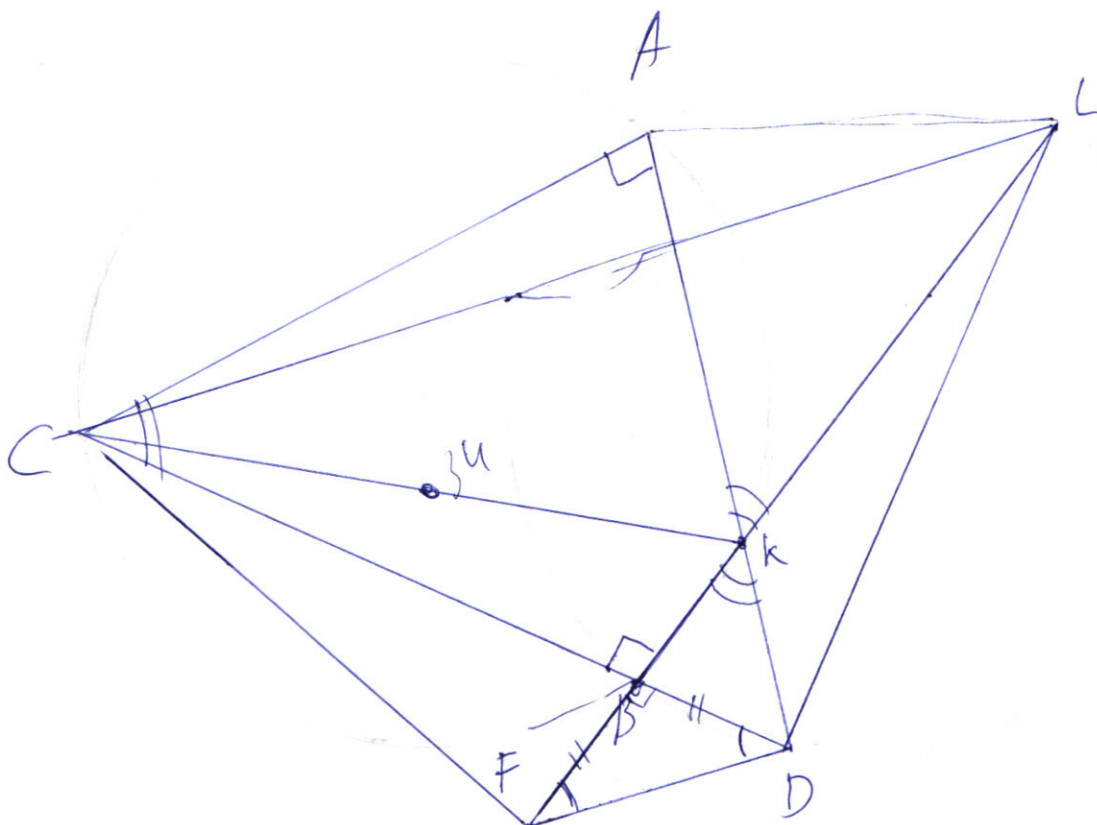
$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\frac{(-x^7)^{\ln(-y)}}{y^{\ln(-y)}} = \frac{(-x)^{\ln(-y) \cdot 7}}{y^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x} \cdot x^{\ln y} \cdot y^{\ln(-y)}$$

$$(-x)^7 \ln(-y) = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(-y)} \cdot y^{\ln(-y)}$$

$$(-1) \cdot x^{3 \ln(-y)} = x^{2 \ln x} \cdot y^{\ln(-y)}$$

$$(-1) \cdot (-y)^{3 \ln x} = (+y)^{\ln(-y)} \cdot x^{2 \ln x}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Заметим, что  $64827 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  - в разложении 7 простых чисел, значит в 8-значном числе с таким произведением цифр, точно есть цифра 1, посчитаем количество таких чисел, где 4-7ки 3-3ки и одна единица:

а)  $S_1(\text{кол-во}) = C_8^4$  (сколько различных расстановок 4х цифр 7)  $\cdot C_4^3$  (сколько расстановок оставшихся 4х цифр у 3х - троек)  $\cdot 1$  (оставшаяся единица - её расположение определяется однозначно, т.к. остальные 7 и 8 оставшихся цифр определены, тогда

$$S_1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} \cdot 1 = 70 \cdot 4 \cdot 1 = 280$$

б) Заметим, что число 64827 можно разложить, как  $64827 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3$ , тогда в 8-значном числе - 2 единицы, посчитаем сумму  $S_2$ :

$S_2 = C_8^4$  (как в а)  $\cdot C_4^2$  (сколько расст-к 2х единиц в ост-ах 4х)  $\cdot C_2^1$  (сколько расст-к числа 9 и ост-ах 2х)  $\cdot 1$  (положение тройки определ-ся однозначно)  $\Rightarrow S_2 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 2 \cdot 1 \textcircled{=}$

$$\textcircled{=} 70 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 = 840, \text{ тогда } \textcircled{=} \text{ всего чисел } S \textcircled{=} \\ = S_1 + S_2 = 840 + 280 = 1120$$

в) Заметим, что других разложений числа 64827 не существует, никакую цифру 8значного

числа нельзя домножить на группу из 7 оставшихся, чтобы получить новую цифру отличную от начальной (умножая на один) и не равную 9, вместо цифры на которую умножали выходит - единица, т.к. произведение цифр 7.7 и 3.7 - не являются цифрами.

Ответ: 1120

$$n5 \quad |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$[(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2] = a$$

1/ если  $x+y+8 \geq 0$  и  $x-y+8 \geq 0$ , то: равенство равносильно:  $2x+16=16 \Rightarrow x=0 \Rightarrow x+y+8=y+8 \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y \geq -8 \quad \text{и} \quad x-y+8 \geq 0 \Rightarrow y \leq 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 + (|y|-15)^2 = a \Rightarrow |y| \in [0; 8] \Rightarrow (|y|-15)^2 \in [49; 225]$$

$$\Rightarrow a \in [113; 289], \text{ при этом при } y=0 - \text{ решение} \Rightarrow a \in [113; 289]$$

2/ если  $x+y+8 \geq 0$  и  $x-y+8 < 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2y=16 \\ [(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2] = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=8 \\ (|x+8|)^2 + 4y = a \end{cases} \quad \text{при этом}$$

$$x+8+8 \geq 0 \Rightarrow x \geq -16 \quad \text{и} \quad x-8+8 < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [-16; 0) \Rightarrow |x| \in (0; 16] \Rightarrow (|x|-8)^2 \in [0; 64] \Rightarrow a \in [49; 113] \quad \begin{matrix} x=-16 - \text{реш} \Rightarrow a \in [49; 113] \\ x=8 - \text{реш} \end{matrix}$$

3/ если  $x+y+8 < 0$  и  $x-y+8 \geq 0 \Rightarrow$

$$-2y=16 \Rightarrow y=-8 \Rightarrow \quad x < 0 \quad x \geq -16 \Rightarrow$$

как в п. 2:  $a \in [49; 113]$  в точке  $x=8 \Rightarrow a=49 - \text{реш}$

4/ если  $x+y+8 < 0$  и  $x-y+8 < 0 \Rightarrow -2x-16=16 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -2x=32 \Rightarrow x=-16 \Rightarrow -16+y+8 < 0 \Rightarrow y < 8 \quad \text{и} \quad -16-y+8 < 0 \Rightarrow y > -8 \Rightarrow \text{как в п. 1, исключая } x \neq \pm 8$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(y \in [49; 225] \Rightarrow$  как в п. 1 исключая  $y=0$ .  
 $a \in [113; 289]$  - выколоты точки в которых в промежутках  
 меньше 2х решений, в п. 1 и п. 4 в т.  $a=289$  - по 1 реш.  
 в п. 2 и 3 в т.  $a=49$  - по 1 реш.  
 Тогда  $\left[ \begin{array}{l} \text{при } y \in [-8; 8] \text{ и } x=0 \text{ } a \in [113; 289] \text{ - 2 реш.} \\ \text{при } y=8 \text{ и } x \in [-16; 0) \text{ } a \in [49; 113] \text{ - 2 реш.} \\ \text{при } y=-8 \text{ и } x \in [-16; 0) \text{ } a \in [49; 113] \text{ - 2 реш.} \\ \text{при } y \in (-8; 8) \text{ и } x=-16 \text{ } a \in [113; 289] \text{ - 2 реш.} \end{array} \right.$   
 Каждый промежуток повторяется дважды, и на каждом  
 по 2 реш.  $\Rightarrow$  при  $a$  - 4 решения, тогда 2 решения  
 при  $a$  - 289 ;  $a=49$  - эти точки мы  
 исключили в п. 1.  $a=49$  - в этих точках было по  
 одному решению в совокупности их 2  
 Ответ:  $a=289$   $a=49$

$u7 \begin{cases} y > 3^x + 4 - 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases} \quad (E)$   
 $(E) \quad 3^x + 4 - 3^{28} \leq 93 + 3^{28}x - 3x \quad (E)$   
 $(E) \quad 3^x \leq 3^{28}(x-4) + 93 - 3x \quad \text{при } x=4: 81 < 81$   
 при  $0 \leq x < 4 \quad 3^x > \text{правой части}$   
 $(3^x)' = 3^x \cdot \ln 3$  - возрастающая  $\Rightarrow$  1 точка пересеч.  $\Rightarrow$   
 $(3^{28}(x-4) + 93 - 3x)' = 3^{28} - 3 = \text{const}$   
 $x=4$  - ед-ая точка пересеч.  $(E)$   
 $(E) \quad \begin{cases} y > 3^4 + 4 - 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1) \cdot 4 \end{cases}$   
 Ответ:  $y \in (3^4 + 4 - 3^{28}; 93 + 3(3^{27} - 1) \cdot 4]$   
 $x \in (4; \infty)$

$$N3 \int \left( \frac{-x^7}{y} \right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2) \quad \text{огд } \begin{cases} y \geq 0 \Rightarrow \\ y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\frac{(-x^7) \ln(-y)}{y \ln(-y)} = x^2 \ln x \cdot 2 \ln y^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$(-x)^7 \ln(-y) = x^2 \ln x \cdot y \ln(-y) \cdot x^4 \ln y^4 \quad \Rightarrow$$

$$-(1) \ln^3(-y) = x^2 \ln x \cdot y \ln(-y)$$

$$(y+2)^2 - 3(x+2)^2 - 8$$

Продолжение на след. листе - 7

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n2 \quad \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \underbrace{(\sin 7x + \cos 7x)}_{\text{формула гон. арг.}} + \sqrt{2} \cos 4x = \underbrace{\cos(\frac{\pi}{2} - 3x)}_{\text{формула привед.}} - \cos 3x \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \sqrt{2} \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{2} - 3x) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \sqrt{2} (\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x) = -\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad 2 \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad 2 \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 2 \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \text{1 корень: } \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \Rightarrow \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad 12x - \pi = 4\pi + 8\pi n \Rightarrow 12x = 5\pi + 8\pi n \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, \text{ тогда сократив на } \pi \text{ получаем: } \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = \cos(\frac{5\pi}{8} - \frac{3x}{2}) \Rightarrow \begin{cases} \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} - \frac{3x}{2} + 2\pi k \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3x}{2} - \frac{5\pi}{8} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Rightarrow 2) \quad 7x = \frac{6\pi}{8} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k$$

$$3) \quad 4x = -\frac{4\pi}{8} + 2\pi k \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k$$

$$\text{Ответ: } x_1 = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n; \quad x_2 = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k; \\ x_3 = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k \quad (n, k \in \mathbb{Z})$$



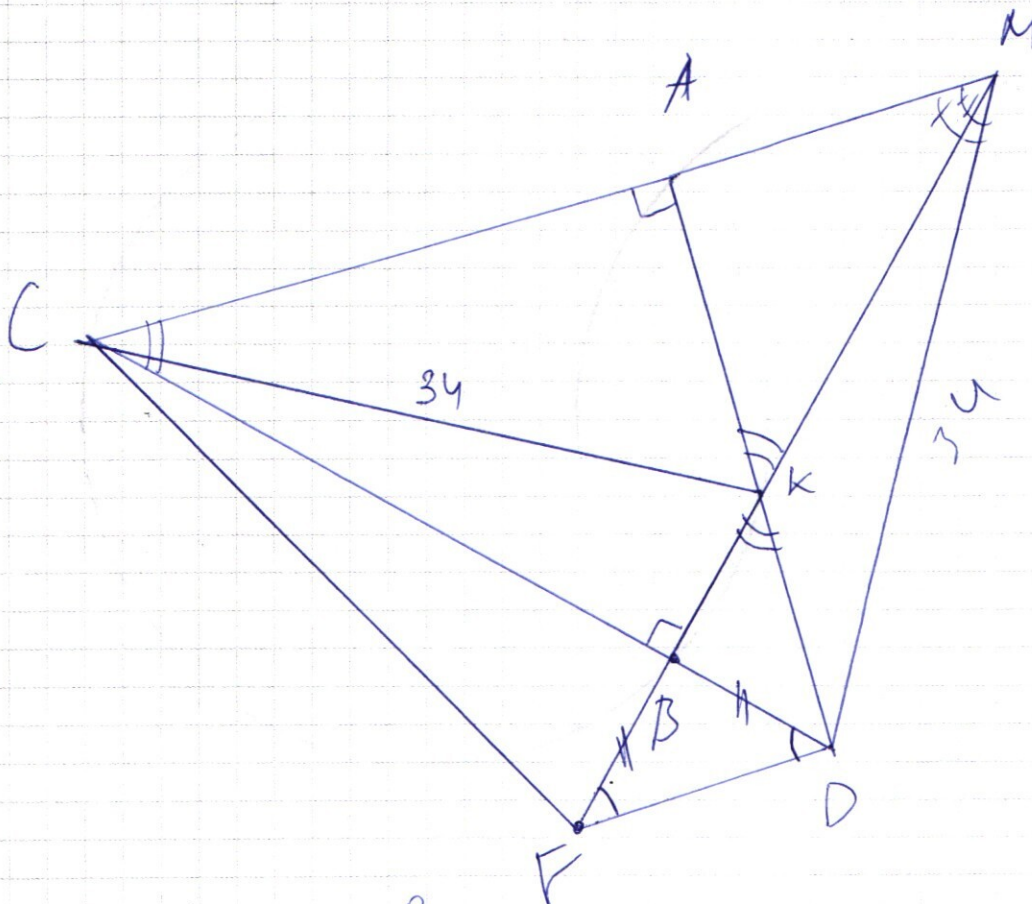
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из условия  $S_{FWT}$  и  $S_{KLM} \Rightarrow \Delta FWT \sim \Delta KLM$   $K = \frac{8}{7} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{S_{KLM}}{S_{FWT}} = K^2 = \frac{64}{49} \Rightarrow S_{KLM} = \frac{9 \cdot 64}{49} = 11 \frac{37}{49}$$

Ответ:  $S_{KLM} = 11 \frac{37}{49}$ ,  $\angle KSO = \arcsin(\frac{1}{7})$

№ 6



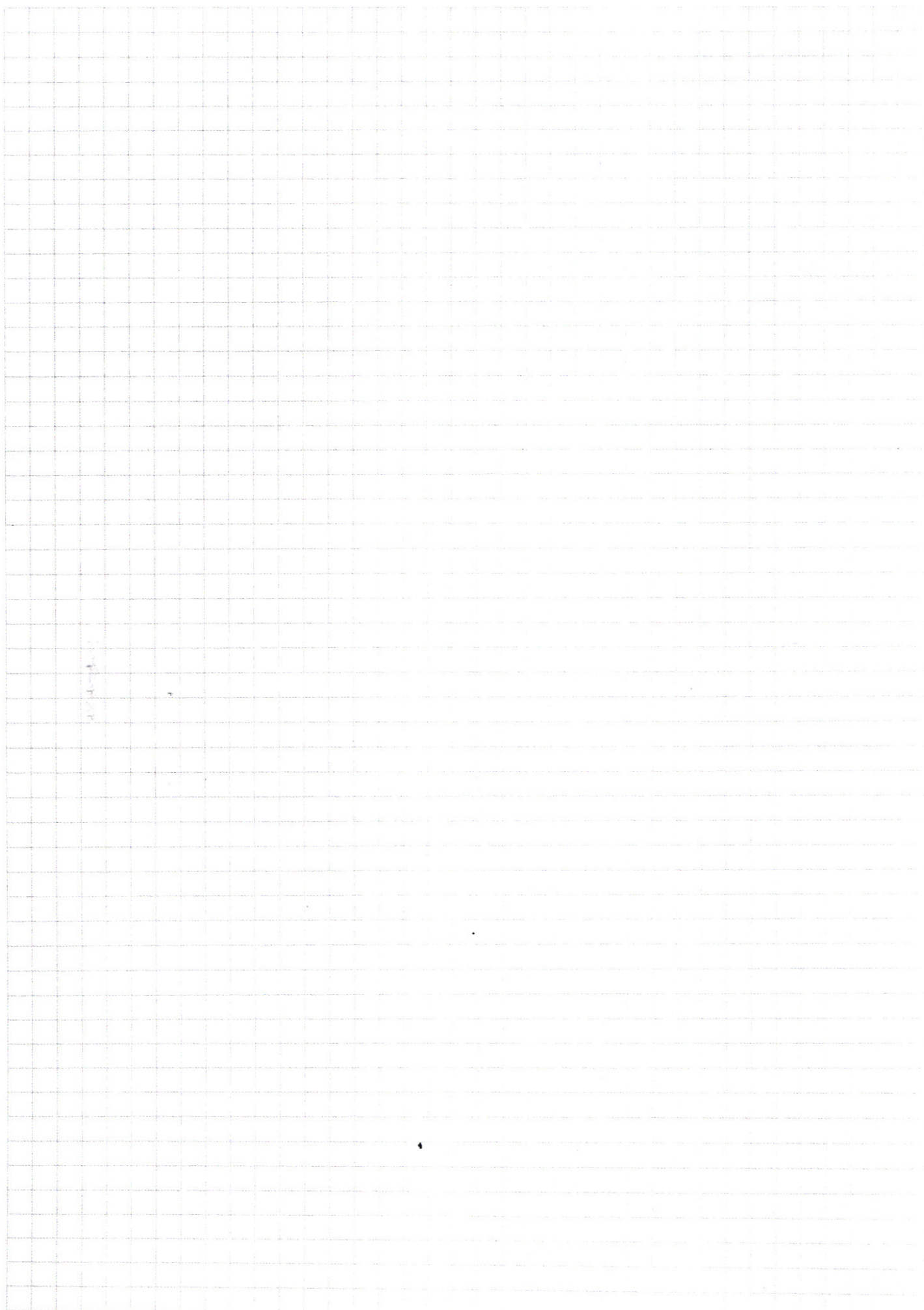
1)  $\angle CBF = 90^\circ = \angle CAK$ , C - общ. точка  $\Rightarrow$  описывают на один диаметр  $\Rightarrow K$  - точка пересеч.

пр. BF и AD, где  $K \in$  их перес.

2) Проведем EB и M, соединим, тогда AMBD - впис., при этом DM - diam (против  $\angle 90^\circ$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  ~~сходны~~  $CF = 34$  ( $\Delta CFK$  равноб.), если  $BC = 16$

$\Rightarrow BK = FB = 30$  Ответ:  $CF = 34$



☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

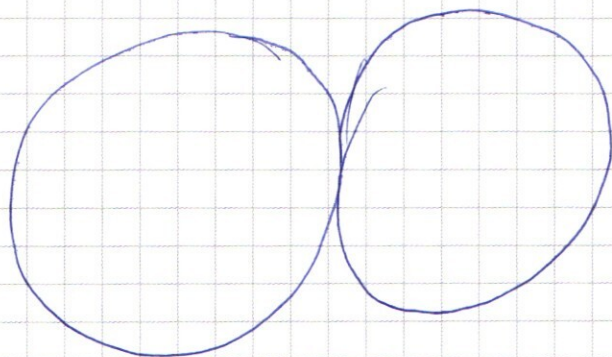
$$y \leq 93 + 3^{28} x - 3x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28} x - 3x$$

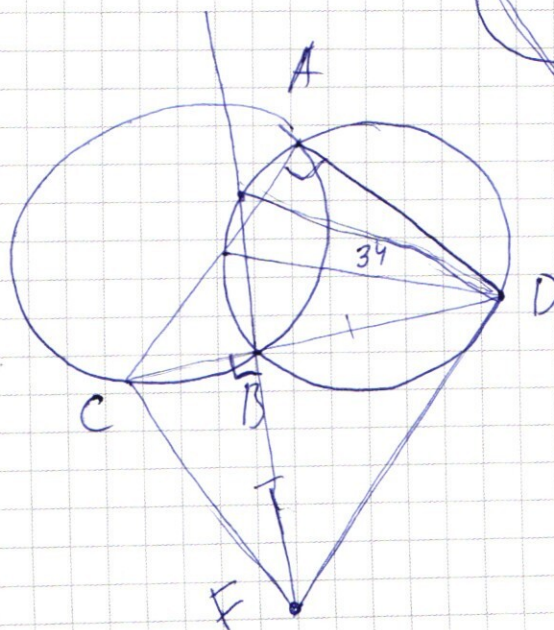
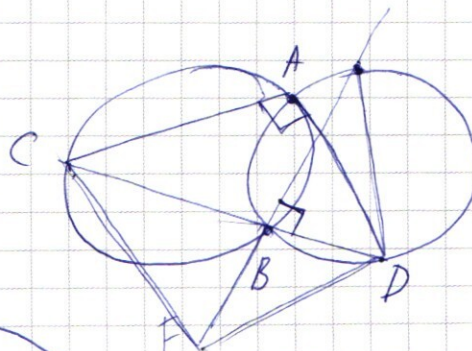
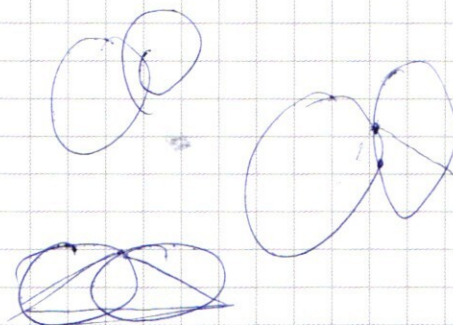
$$3^x \leq 3^{28}(x-4) + 43(2-x)$$

$$3^x < 3(3^{27}x - x + 21 - 4 \cdot 3^{28})$$

$$3^x < 3(x(3^{27}-1) + 3(7-4 \cdot 3^{27}))$$



$r = 17$   
CF

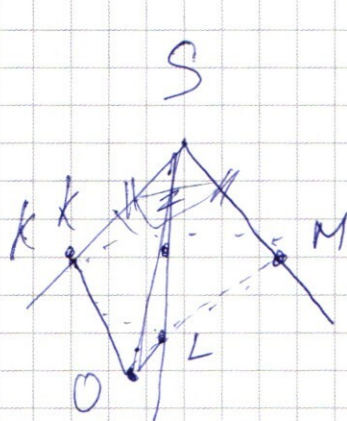




## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2) - (-y) \ln \frac{x^7}{y}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$



$$9R^2 - R^2 = 2\sqrt{2}R$$

$$R = \frac{SU}{4}$$

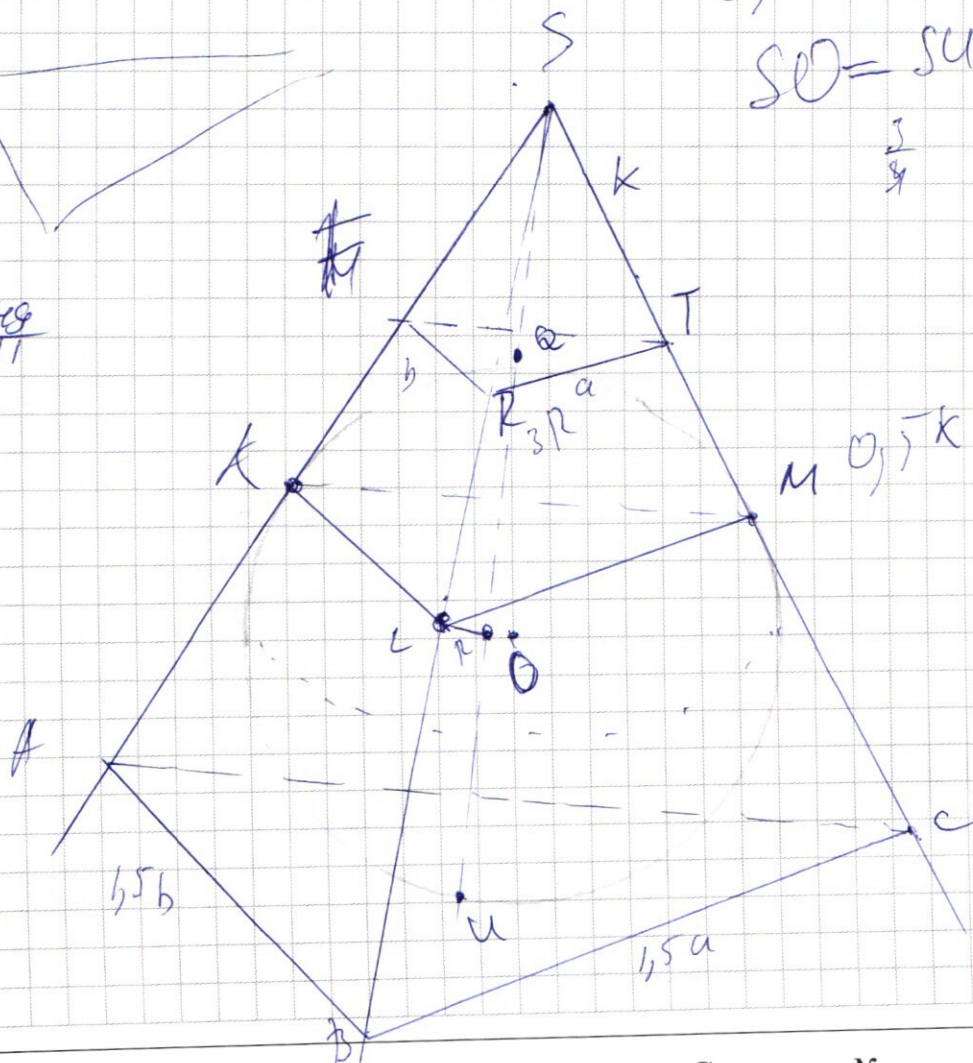
$$SU = 4R$$

$$0,5SU = 2R$$

$$SO = SU - R$$

$$9 \cdot 64 \times 64$$

$$\begin{array}{r} 576 \overline{) 49} \\ 49 \overline{) 86} \\ 49 \overline{) 37} \\ 37 \overline{) 37} \\ 49 \end{array}$$



$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos 5x \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\sin 3x = \cos(\frac{\pi}{2} - 3x)$$

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} (\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x) = 2\sqrt{2} (\cos 3x - \cos(\frac{\pi}{2} - 3x))$$

$$\cos 3x - \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} (\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x) = \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) - \cos(3x)$$

$$2\sqrt{2} \cdot \cos(\frac{11x - \pi}{8}) / \cos(\frac{3x - \pi}{8}) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - 3x)$$

$$2 \cos(\dots) / \cos(\dots) = \sin(3x - \frac{\pi}{4}) / 2 \sin(\frac{3x - \pi}{2}) \cos 3x$$

$$\cos \frac{11x}{2} \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{4x}{2} \sin \frac{\pi}{8} = \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{x}{2}$$

$$\frac{\pi}{8} + \frac{4\pi}{8} \quad \frac{5\pi}{8}$$

$$\begin{array}{r} (34-16) / (34-16) \\ 18 \quad 50 \\ 8 \cdot 100 \end{array}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r|l} 64 & 31 \\ 21609 & 32 \\ 7203 & 33 \\ 2401 & 74 \\ 343 & 75 \\ 49 & 76 \\ 7 & 77 \\ 1 & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 49 \\ 49 \\ + 441 \\ \hline 196 \\ \times 2901 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{aligned} y &> 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y &\leq 93 + 3 \cdot 3^{27} - 1/x \\ 3^x + 4 \cdot 3^{28} &< 93 + 3 \cdot 3^{28} x - 3x \\ 3^x &< 3^{28} (x-4) + 93x \end{aligned}$$

$$C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2} = 35$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ - 27 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 70 \cdot C_4^3 &= \frac{4!}{3!1!} = 4 \\ 35 \cdot 4 &= 140 \end{aligned}$$

$$70 \cdot 4 = 280$$

$$\begin{aligned} \text{если } 2 \cdot 3 \cdot 9 + 1 &= 54 + 1 = 55 \\ 70 \cdot C_4^2 &= \frac{4!}{2!2!} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{70} \\ 6 \\ \times 420 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$70 \cdot 6 \cdot C_2^2 = 70 \cdot 6 \cdot 1 = 420$$

$$C_8^3 \cdot C_5^4 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{4!1!} = 56 \cdot 5 = 280$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 &= 1680 \\ \wedge \left( \frac{x}{3} \right)! &= 3^x \ln 3 = 3^{28} - 3 \\ 3^x \ln 3 &= 3(3^{27} - 1) \end{aligned}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cdot \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2 \cos 5x \left( \sqrt{2} \left( \cos 2x - \frac{\pi}{4} \right) \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \left( \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \right) + \cos 4x = 0$$

$$\sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \left( \sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2x + \cos 2x) \right)$$

$$\left( -\frac{x^7}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy)^2} \quad \begin{matrix} y < 0 \\ x > 0 \end{matrix}$$

$$2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \cos 5x$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x$$

$$(y+2)^2 - 4 - 3(x+2)^2 - 4 + 2xy = 0 \quad 2 \cos \left( \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) \left( \frac{1}{2} \frac{\pi}{8} \right)$$

$$(y+2)^2 - 3(x+2)^2 + 8 + 2xy = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sqrt{2} \cos 5x \cdot \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 2 \cos \left( \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left( \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$$