МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$3375 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 1^2 \Rightarrow$ исходное число — это комбинация из трёх цифр „5", трёх цифр „3" и двух цифр „1"; кол-во способов разместить три цифры „5" на 8 позиций равно C_8^3, кол-во способов разместить три цифры „3" на оставшиеся 5 позиций равно C_5^3, единицы автоматически располагаются на оставшихся двух позициях, тогда всего 8-значных чисел, удовлетворяющих условию: $C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5!\,3!} \cdot \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2} =$

$= 2\cdot 4\cdot 5\cdot 2\cdot 7 = (8\cdot 7)\cdot 10 = 560$

Ответ: 560.

N 2

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x.$

$(\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x) = \sqrt{2}\cos 14x.$

$-2\sin(4x)\sin(7x) + 2\sin(-4x)\cos(7x) = \sqrt{2}\cos 14x.$

$\sin(4x)(\sin(7x) + \cos(7x)) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin(7x) + \cos(7x))(\cos 7x - \sin 7x).$

$\sin(7x) + \cos(7x) = 0 \Leftrightarrow \sin(7x) = -\cos(7x) \Leftrightarrow 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \quad (k \in Z)$

при $\sin(7x) + \cos(7x) \neq 0$

$\sin(4x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 7x - \sin 7x).$

$\sin(4x) = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x\right).$

$\sin(4x) = -\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos(7x) - \cos\frac{\pi}{4}\sin 7x\right).$

$\sin(4x) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$

$2\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right)\cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

1) $\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \quad (k \in Z)$

2) $\cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11} \quad (k \in Z).$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11} \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

N 3

$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x, y > 0$

$(x^2 - 4x + 4) - 3(y^2 - 4y + 4) + 8 - 2xy = 0$

$(x-2)^2 - (y-2)^2 + 2(4 - xy - (y-2)^2) = 0$

$(x + y - 4)(x - y) + 2(4 - xy - y^2 + 4y - 4) = 0$

$(x + y - 4)(x - y) - 2y(x + y - 4) = 0$

$(x + y - 4)(x - 3y) = 0$

1) $x = 3y.$

$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg 3y} \cdot (y^2)^{\lg y} \quad \Big| \cdot \frac{1}{(y^2)^{\lg 3y}}$

$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg y} \quad \Big| \cdot \frac{1}{\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg y}}$

$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3} = 3^{\lg y}.$

Пусть $y = 10^{\alpha}$ (можно, т.к. $y > 0$).

$\left(\frac{10^{2\alpha}}{3}\right)^{\lg 3} = 3^{\alpha} \quad \Big| \cdot 3^{\lg 3}$

$(10^{\lg 3})^{2\alpha} = 3^{\alpha + \lg 3}$

$3^{2\alpha} = 3^{\alpha + \lg 3} \Leftrightarrow 2\alpha = \alpha + \lg 3 \Rightarrow \alpha = \lg 3, \; y = 10^{\alpha} = 10^{\lg 3} = 3;$

$x = 3y = 3 \cdot 3 = 9.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $x = 4 - y$.

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = (y^3)^{\lg y} \cdot (y^2)^{\lg(4-y)} \quad \Big| \cdot \frac{1}{y^{2\lg(4-y)}}$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = (y^2)^{\lg y} \quad \Big| \cdot \left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(y)}$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg 4} = \left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg y}.$$

Пусть $y = 10^{\alpha}$ (можно, т.к. $y > 0$).

$x > 0 \Rightarrow 4 - y > 0 \Leftrightarrow 4 - 10^{\alpha} > 0 \Leftrightarrow 4 > 10^{\alpha} \Leftrightarrow \alpha < \lg 4$.

$$\left(\frac{10^{3\alpha}}{4-10^{\alpha}}\right)^{\lg 4} = \left(\frac{10^{5\alpha}}{4-10^{\alpha}}\right)^{\alpha}$$

$$\frac{4^{3\alpha}}{(4-10^{\alpha})^{\lg 4}} = \frac{10^{5\alpha^2}}{(4-10^{\alpha})^{\alpha}} \qquad (4-10^{\alpha})^{\lg 4} > (4-10^{\alpha})^{\alpha}, \text{ т.к. } \lg 4 > \alpha.$$

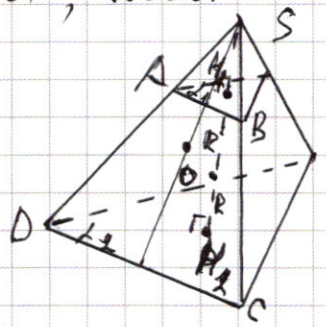
$$4^{3\alpha} \vee 10^{5\alpha^2}$$

$\frac{4^3}{10^5} \vee \left(\frac{10}{4}\right)^{\alpha} \cdot 10^{\alpha}$. $\frac{4^3}{10^5} > \left(\frac{10}{4}\right)^{\alpha} \cdot 10^{\alpha}$ только при ~~больших~~ ~~отрицательных~~ ~~α~~. некоторых отрицательных α. то тогда $(4-10^{\alpha})^{\alpha}$ - знаменатель правой дроби стремится ~~к~~ к 0, из-за чего вся дробь стремится к бесконечности, что не происходит с левой частью а в случае если ~~$10^{5\alpha^2} > 10^{3\alpha}$~~ $10^{5\alpha^2} > 4^{3\alpha}$ решений нет т.к. правая дробь будет больше левой (знаменатель меньше, числитель больше $\Rightarrow$ для $x = 4 - y$ нет решений.

Ответ: $(9; 3)$.

№4

а) Пусть R – радиус сферы, α_1 и α_2 – параллельные плоскости, перпендикулярные SO ($S_{\alpha_1}=1$, $S_{\alpha_2}=4$). Рассмотрим конструкцию, образованную плоскостями α_1, α_2 и сферой (это усечённая пирамида, высотой $2R$).

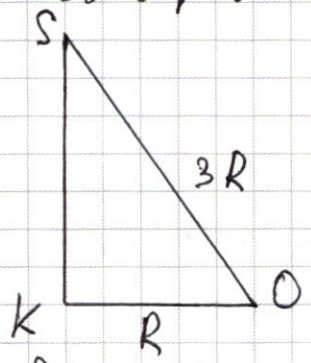


$\alpha_1 \parallel \alpha_2 \Rightarrow$ они отсекают на трёхгранном угле подобные треугольники с коэффициентом подобия $k=\sqrt{\frac{S_{\alpha_2}}{S_{\alpha_1}}}=2$.

$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle SAB \sim \triangle DSC \Rightarrow \frac{AB}{DC}=\frac{AS}{AD}=\frac{1}{2} \Rightarrow AS=AD$

$H_1=\alpha_1\cap SO$, $H_2=\alpha_2\cap SO \Rightarrow AH_1 \parallel DH_2$, $\angle DSH_2$ – общий, то $\triangle ASH_1 \sim \triangle DSH_2 \Rightarrow \frac{AS}{SD}=\frac{SH_1}{SH_2}=\frac{1}{2} \Rightarrow SH_1=H_1H_2=2R$

Рассмотрим $\triangle OSK$.

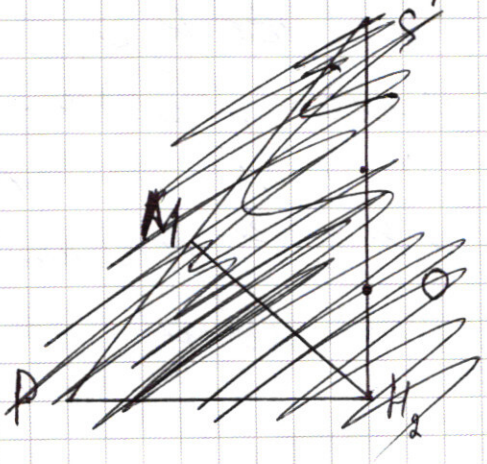


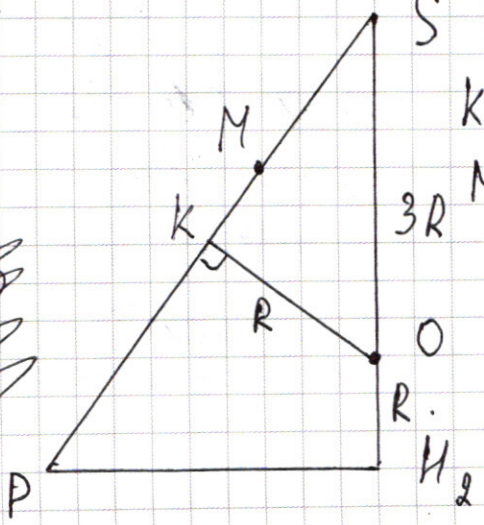
$SO=SH_1+H_1O=2R+R=3R$

$KO=R$ (радиус сферы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KSO=\arcsin\frac{KO}{SO}=\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

б) Рассмотрим $\triangle DSH_2$, проходящий через K, где $M=AB\cap SK$, $P=DC\cap SK$.





$KS=\sqrt{(3R)^2-R^2}=2\sqrt{2}R$

$MS=\frac{1}{2}PS=\frac{1}{2}SH_2\cdot\frac{1}{\cos\angle KSO}=\frac{1}{2}\cdot 4R\cdot\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot R$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Сечение, образованное точками касания сферы со сторонами трёхгранного угла также перпендикулярно SO (свойство сферы и касания трёхгранного угла)

Пусть α_3 – сечение плоскостью (KLM), тогда из $\alpha_1 \parallel \alpha_3$ $S_{\alpha_3} = S_{\alpha_1} \cdot \left(\frac{KS}{MS}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{2}R \cdot 2}{3\sqrt{2}R}\right)^2 \cdot 1 = \frac{16}{9}$.

Ответ: а) $\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

б) $S_{сеч} = \frac{16}{9}$.

N 5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$ ровно 2 решения?

$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

1) $y-3-x \geq 0$, $y-3+x \geq 0$

$y-3-x+y-3+x = 6 \Rightarrow y = 6$

2) $y-3-x \leq 0$, $y-3+x \geq 0$

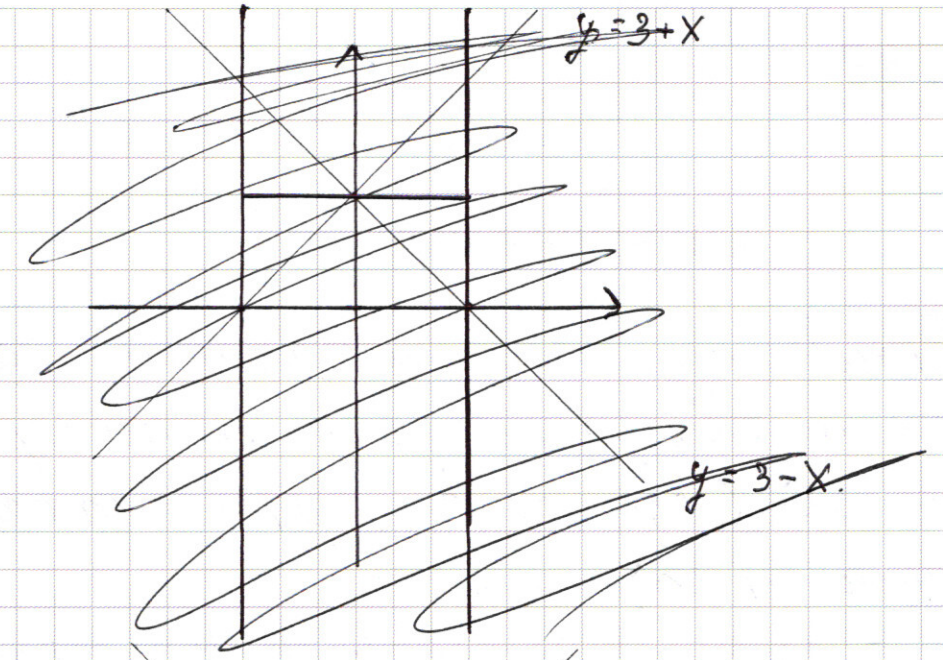
$x+3-y+y-3+x = 6 \Rightarrow x = 3$

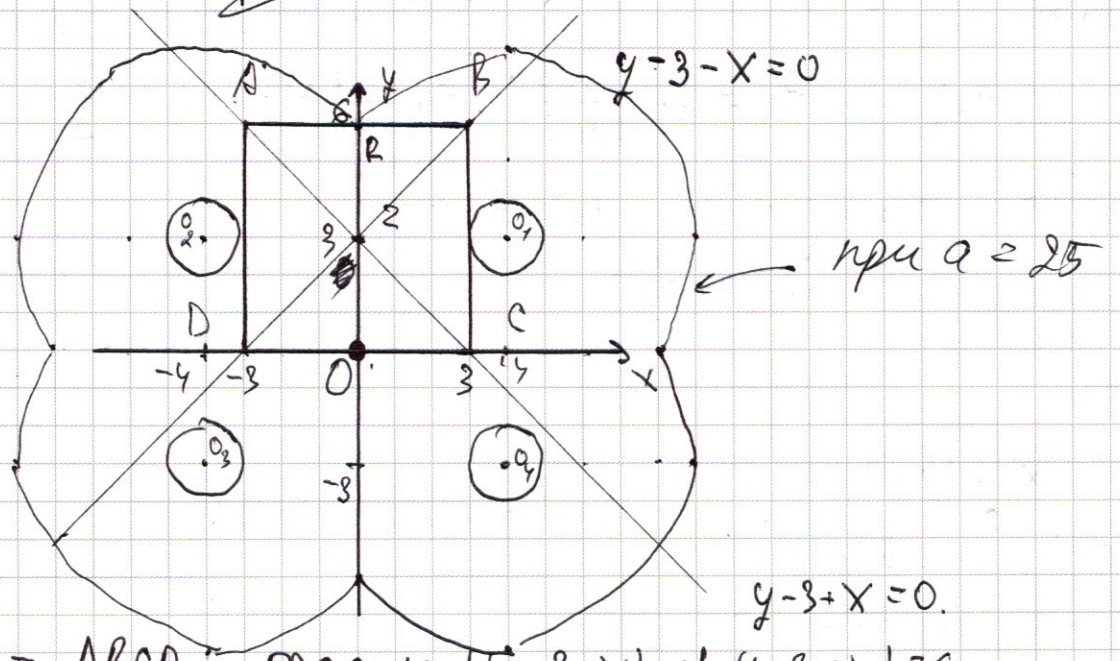
3) $y-3-x \geq 0$, $y-3+x \leq 0$

$y-3-x-y+3-x = 6 \Rightarrow x = -3$

4) $y-3-x \leq 0$, $y-3+x \leq 0$

$-y+3+x-y+3-x = 6 \Rightarrow y = 0$.





Квадрат ABCD – график $|y-3-x|+|y-3+x|=6$.
окружности с центрами O_1, O_2, O_3, O_4 – график $(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a$, радиусы – $\sqrt{a} \Rightarrow a \geq 0$ (сумма квадратов). (возможны куски окружностей, зависит от a)
Вся система симметрична относительно оси Oy, значит сколько решений в правой полуплоскости, ровно столько решений в левой полуплоскости, если нет решений, лежащих на оси Oy.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) нет точек на оси, 1 решение в каждой полуплоскости (итого 2).
окр. O_1 касается $x=3$ (BC) при $a=1$
при иных a окр. O_1 дважды пересекает BC, либо пересекает AB и OC, т.е. в правой полуплоскости 2 решения, что не подходит по условию (всего решений не менее $2\cdot 2=4$, не менее, т.к. не учтена окр O_4)

2) есть точки на оси Oy
если есть точки на оси Oy, то радиус R окр. O_1 не менее $2O_1$, т.е. $R \geq 4$.
тогда окр. O_4 будет иметь общие точки с OC, т.к. $4 > \sqrt{3^2+1^2}$ ($4 > \sqrt{10}$), где $\sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$ - длина O_4C, ~~эта точ~~ симметричная точка будет в левой полуплоскости, т.е. не менее $1+2\cdot 1=3$ решений (не учтены пересечения с BC; AD и AB)
получаем, что если есть общие точки на оси Oy, то это должны быть 2 единственных решения, т.к. в случае наличия ещё пересечений (и более) в одной полуплоскости, то в другой возникает аналогичная ситуация и появляется не менее $2+1=3$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

решений, что нам не нужно, т.к. ~~к~~ всегда превышает 2 решения.

~~если искомые точки на оси Oy единственны, то окр-О, не пересекает AB в любой точке~~

График $|y-3-x|+|y-3+x|=6$ имеет ровно 2 точки на оси Oy, это и есть искомые 2 решения, такое будет при $R=0$, $R=\sqrt{3^2+4^2}=5$, т.е $a=R^2=25$, заметим, что при $a=25$ не будет других решений, что следует из графиков.

Итого: $a=1;25$

Ответ: $a=1;25$.

N7

$$\begin{cases} y > 2^x+3\cdot 2^{65} \\ y \le 70+(2^{64}-1)x \end{cases}$$

Кол-во y, подходящих при данном x:

$$\left[70+(2^{64}-1)x-2^x-3\cdot 2^{65}\right]$$

y будет, если $70+(2^{64}-1)x > 2^x+3\cdot 2^{65}$.

$$\cancel{x \le} \quad x > \frac{2^{x-64}+6-\frac{70}{2^{64}}}{1-\frac{1}{2^{64}}}$$

$\frac{70}{2^{64}} \to 1$, $\frac{1}{2^{64}} \to 1$

$$x \ge 2^{x-64}+6.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle CAB$ - прямоугольный равнобедренный $\Rightarrow$

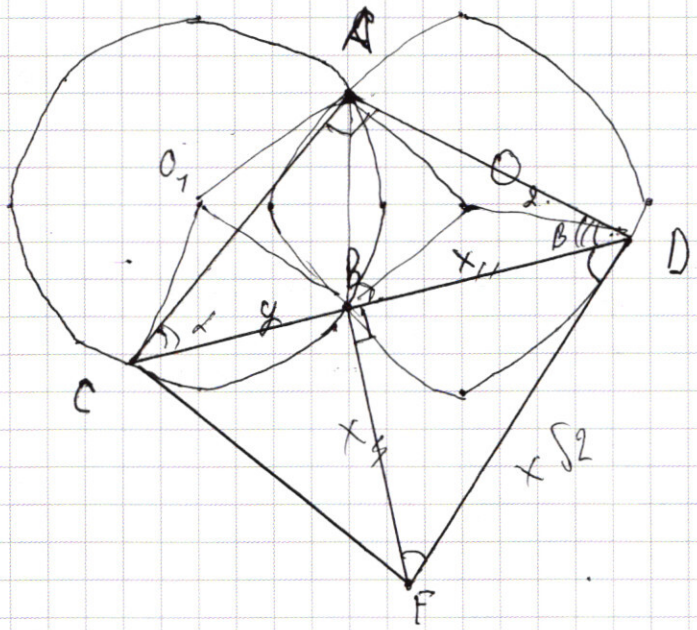
$\Rightarrow y = AB = 5\sqrt{2}$ | $\angle CAB = 90^\circ - 45 = 45^\circ = \angle ACD$

$y = x = 5\sqrt{2}$

$\boxed{CR = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{50+50} = 10.}$

б) $BC = 6$.

№6.



$\angle CAD = 90^\circ$

$BF \perp CD$, $BD = BF$

окр$(O_1; R)$, окр$(O_2; R)$

$R = 5$.

а) Найти: CF.

$BF = BD \Rightarrow \triangle FBD$ – прямоугольный ~~равн~~ равнобедренный (т.к. $\angle FBD = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$.

Пусть $\angle ACD = \alpha$, $\angle ADC = \beta \Rightarrow \angle AO_1B = 2\alpha$, $\angle AO_2B = 2\beta$, ~~AC~~ тогда $\angle AO_1B + \angle AO_2B = 2(\alpha+\beta) = 180^\circ$, но $O_1A = O_2A = O_2B = O_1B = R \Rightarrow O_1AO_2B$ – ромб, вокруг которого можно описать окр, значит O_1AO_2B – ~~кв~~ квадрат и $AB = R\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$, $\angle AO_1B = \angle AO_2B = 90^\circ$ (т.к. углы квадрата) $\Rightarrow \alpha = \beta = \frac{90}{2} = 45^\circ$. $\Rightarrow \triangle CAD$ – равнобедренный, где $AC = AD$.

Пусть $AB = y$, $BD = x \Rightarrow AC = AD = \frac{x+y}{\sqrt{2}}$, $FD = x\sqrt{2}$

$CF = \sqrt{x^2+y^2}$, $AC = \frac{x+y}{\sqrt{2}}$

~~$AB^2 = AC^2$~~ $AC^2 = CB \cdot CD$ (по свойству касательных)

$\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}}\right)^2 = y(x+y) \Rightarrow$ ~~$x^2 + y^2 = 2x^2y$~~

$(x+y)^2 = 2y(x+y) \Rightarrow 2y = x+y \Rightarrow x = y$, тогда

AC – диаметр окр O_1, $AC = 2R = 10$, AB – медиана равнобедренного $\triangle ACD \Rightarrow AB$ – высота $\triangle ABD$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = \left(y^2\right)^{\lg 3y^2}$

10^{α}

$10^{5\alpha}$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \left(y^2\right)^{\lg x} \cdot \left(y^2\right)^{\lg y}$

$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3} = 3^{\lg y}$

$\left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = \left(y^2\right)^{\lg y}$

$\left(10^{2\alpha}\right)^{\lg 3} = \left(10^{\lg 3}\right)^{2\alpha}$

$\frac{3^{2\alpha}}{3^{\lg 3}} = 3^{\alpha}$

$x = 3y$

$y = 3^{\alpha}$

$3^{\alpha} = 3^{\lg 3}$

$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3y} = \left(y^2\right)^{\lg y}$

$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3} = \left(\frac{y^2 \cdot 3}{y^2}\right)^{\lg y} = 3^{\lg y}$

$3^{\lg 3} = u$

$\left(3^{2\alpha-1}\right)^{\lg 3} = 3^{\alpha}$

$x = 4 - y$

$3^{(2\alpha-1)\lg 3 - \alpha} = 1$

$(2\alpha-1)\lg 3 - 1 = 0$

$\alpha(2\lg 3 - 1) = \lg 3$

$\alpha = \frac{\lg 3}{2\lg 3 - 1}$

$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = \left(y^2\right)^{\lg y}$

$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4)} = \left(\frac{y^7}{4-y}\right)^{\lg y}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3375 : 5 = 675$

$675 : 5 = 135$

$135 : 5 = 27$

$27 : 3 = 9$

$9 : 3 = 3$

$3 : 3 = 1$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$125 \cdot 27$

875

250

3375

$125 \cdot 107$

875

125

$(5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (1 \cdot 1)$

$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2}$

125

$125 \cdot 27$

875

250

3375

$\sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$

$\sin 4x = -\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$

$\sin 4x = -\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos 2x - \cos\frac{\pi}{4}\sin 2x\right)$

$\sin 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x)$

$\sin 4x(\sin 2x + \cos 2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$-2\sin 2x \sin 4x + 2\sin 4x \cos 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

$(\cos 6x - \cos 2x) + (\sin 6x - \sin 2x)$

$\cos 2x + \sin 2x = 0$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

1) $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{\lg(3y^2)}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^2$$

$$\frac{\cos 30 - \cos 90}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos 60 - \cos 30 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x)$$

$$-2\sin 4x \cdot \sin 7x + 2\sin(-4x)\cos(7x)$$

$$2\sin 4x(\sin 7x - \cos 7x) = -\sqrt{2}\cos 14x$$

$$-\sqrt{2}\sin 4x = \cos 7x - \sin 7x$$

$$(x-3y)(x-y)$$

$$(x^2-4xy+4y) - 3(y^2-4y+4) = 0$$

$$(x-y)^2 - 3(y-2)^2 + 2(y-x)$$

$$(x+y-4)(x-y) + 2(y-x)$$

$$(x+y-4)(x-y) - 2(y-x)$$

$$(x+y-4)(x-y) + 2(x-y)$$

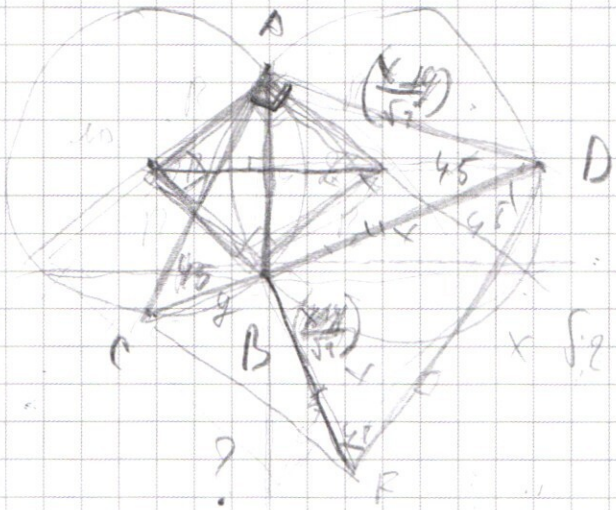
$$(x+y-4)(x-y) + 2(x-y)$$

$$(x+y-4)(x-y) + 2(x-y

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$R\sqrt{2}$

$\frac{x\sqrt{2}}{x+y}$ k

$x\sqrt{2}$

$y = 3,555 < 20 - (y-1)$

x

$|x|+|y| = 6$

$y-3-x+y-3+x=6$

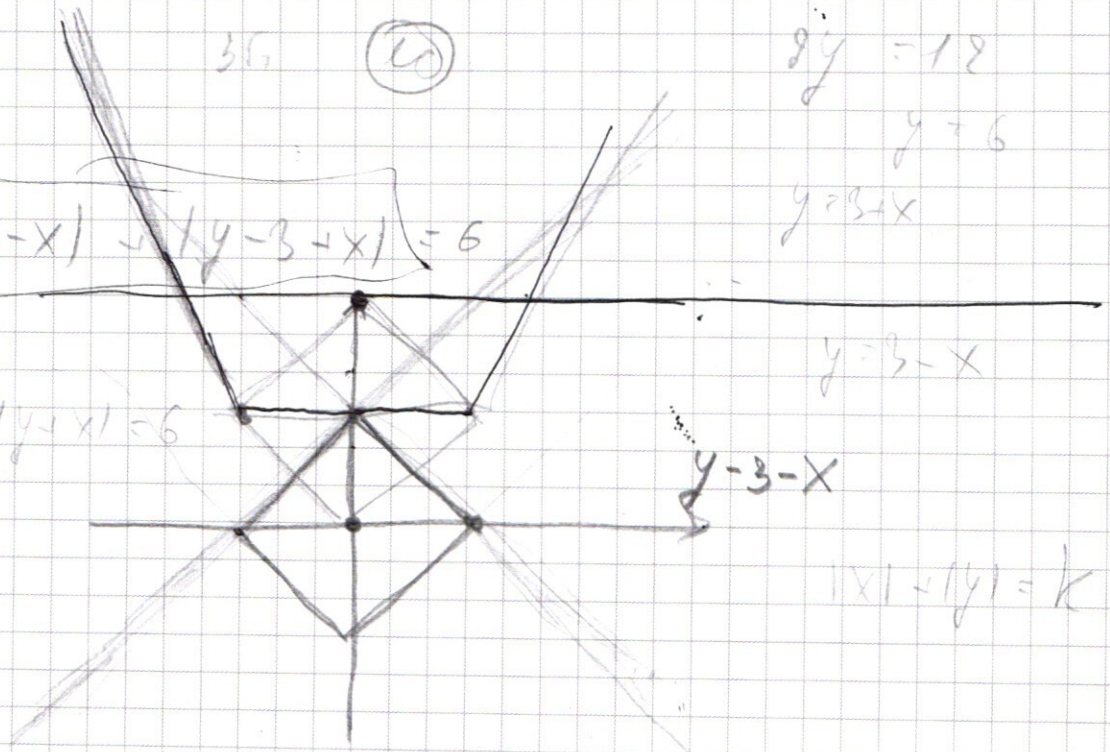
$2y = 12$

$y = 6$

$y = 3+x$

$y = 3-x$

$|y-3-x|+|y-3+x| = 6$



$|y-x|+|y+x| = 6$

$y-3-x$

$|x|+|y| = k$

$|y-x|+|y+x| = 6$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$2^x + 3\cdot 2^{65} < 70 + (2^{64}-1)x$$

$$2^{x-64} + 6 < \frac{70}{2^{64}} + \left(1 - \frac{1}{2^{64}}\right)$$

35

$$\left(70 + (2^{64}-1)x - 2^x + 3\cdot 2^{65}\right) - \text{кол. бо}\ \frac{18}{35}$$

для каждого x

$$70 + (2^{64}-1)$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)