

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

- ? 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
- ~ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

✗

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

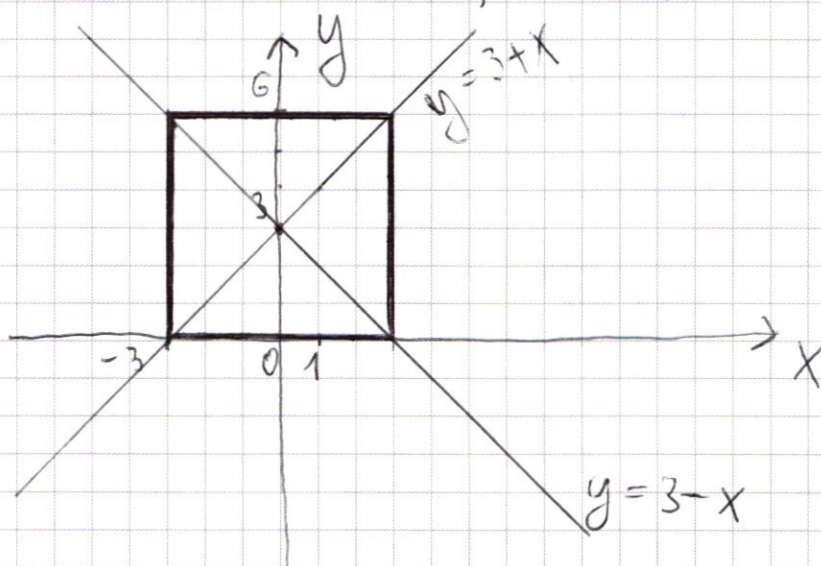
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{5} \begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Введем прямоугольную систему координат Oxy и построим графики функций.

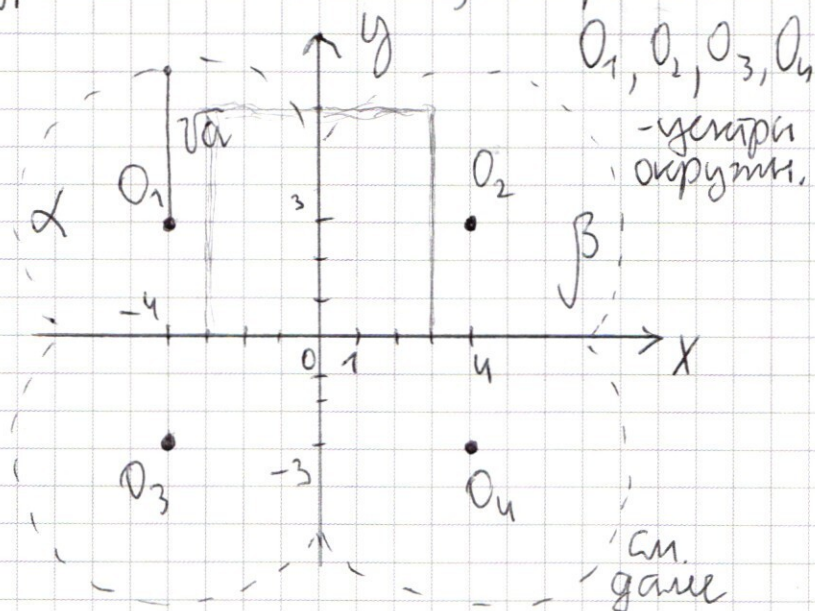
Рассмотрим (1) уравнение системы, оно $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \geq 3-x \\ y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \leq 3-x \\ x = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3+x \\ y \geq 3-x \\ x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3+x \\ y \leq 3-x \\ y = 0 \end{cases}$$



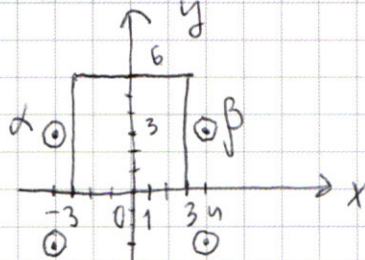
Рассмотрим теперь (2) уравнение системы, оно равносильно совокупности:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+4)^2 + (y+3)^2 = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$

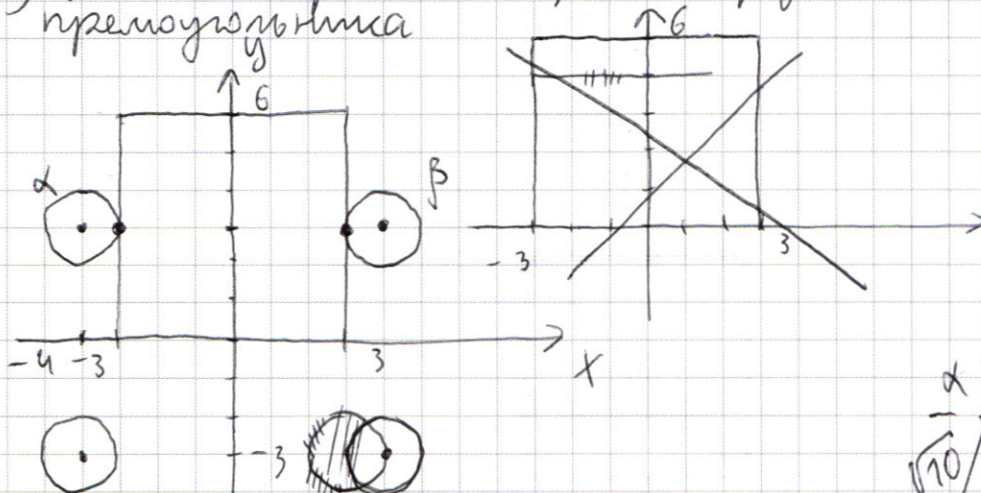


Рассмотрим количество решений системы (= кол-во пересечений графиков) в зависимости от $\sqrt{a} = r$:

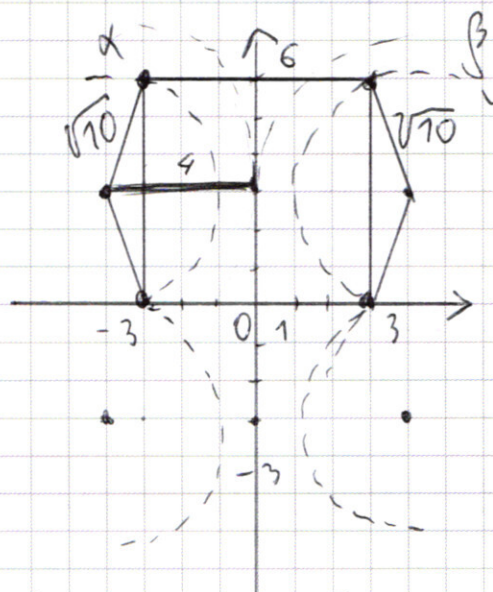
1) $\sqrt{a} < 1$ - решений нет



2) $\sqrt{a} = 1$ - 2 решения, т.к. окружности α и β касаются прямоугольника



3) $\sqrt{a} \in (1; \sqrt{10}]$ - 4 решения
 $\sqrt{a} \in [\sqrt{10}; 4)$ - тоже 4 решения
 $\sqrt{a} = 4$ - 6 решений



4) $\sqrt{a} \in (4; 5)$ 2 решения

~~$\sqrt{a} = 5$~~

5) при $a > 5$ решений нет

Итак, 2 решения система имеет при $\sqrt{a} = 1$,

т.е. $a = 1$ и при *

Ответ: $a = 1$

* $\sqrt{a} \in (4; 5)$

т.е. $a \in (16; 25)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $3375 = 5^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ число можно разложить
состоит из цифр: 3, 5, 9, 1

а) Рассмотрим числа, когда число состоит
только из цифр 3 и 5

Таких чисел будет $C_8^3 \cdot C_5^3$
количество способов расставить 3 цифры 5 — количество способов расставить 3 на оставшихся местах.

б) Теперь рассмотрим числа, в которых есть цифра 9.
Каждое такое число содержит одну тройку, одну девятку и ~~три~~ три пятёрки.

Таких чисел будет $C_8^3 \cdot 5 \cdot 4$
количество способов расставить в оставшихся местах 3 пятёрки

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{всего чисел} & C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot 5 \cdot 4 = \\ &= \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} + \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot 5 = \\ &= \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{2 \cdot 3!} + \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 + 8 \cdot 7 = \\ &= 56(10 + 1) = \\ &= 616 \end{aligned}$$

Ответ: 616

$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$$

Решим (2) уравнение как квадратное относительно x :

$$\begin{aligned} x^2 + 2x(-y-2) - 3y^2 + 12y &= 0 \\ D &= 4(y+2)^2 + 12y^2 - 48y = 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y = \\ &= 16y^2 - 32y + 16 = 16(y-1)^2 \\ x &= \frac{2(y+2) \pm 4(y-1)}{2} = \begin{cases} 3y \\ -y+4 \end{cases} \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь (1) уравнение.

Заметим, что $\begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \Rightarrow y > 0 \Rightarrow \frac{y^5}{x} > 0$

$\Rightarrow$ можем прологарифмировать обе части по основанию y .

При этом мы можем "потерять" корень $y=1$ решением? поэтому проверим, является ли $y=1$

$$y=1 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\lg 3} \neq 1^{\lg 3} \Rightarrow y=1 \text{ — не корень}$$

Прологарифмируем теперь обе части уравн. (1) по y :

$$\log_y \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \log_y y^{2 \lg xy} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg x (5 - \log_y x) = 2 \lg xy$$

$$\Leftrightarrow 5 \lg x - \frac{\lg^2 x}{\lg y} - 2 \lg xy = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg xy \cdot \lg y = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lg y \neq 0, \text{ т.к., как было доказано ранее, } y \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow 5 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg x \lg y - 2 \lg^2 y = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \lg x \lg y - \lg^2 x - 3 \lg^2 y + \lg^2 y = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \lg y (\lg x - \lg y) - (\lg x - \lg y)(\lg x + \lg y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lg x - \lg y)(3 \lg y - \lg x - \lg y) = 0 \text{ см. стр. 6}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2) \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) \cdot (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\Leftrightarrow (\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x = 0 \end{cases}$$

Применим формулы гон. угла, получим:

$$\begin{cases} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ -2 \sin(7x - \frac{\pi}{4}) + 2 \sin 4x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, \\ \text{см. ниже } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$* \sin 4x - \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \sin(7x - \frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

③ прогоним: $(\lg x - \lg y)(2 \lg y - \lg x) = 0$

⇒ $\begin{cases} \lg x = \lg y \\ 2 \lg y = \lg x \end{cases}$

а) $\lg x = \lg y$

$\begin{cases} x = 3y \\ x = -y + 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} \lg 3y = \lg y \\ \lg(-y+4) = \lg y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = y \Rightarrow y = 0 \\ -y + 4 = y \Rightarrow y = 2 \end{cases}$

не корень, т.к. не подх. под 003 (1)

$x = -2 + 4 = 2$

б) $2 \lg y = \lg x$

$\begin{cases} x = 3y \\ x = -y + 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} \lg y^2 = \lg 3y \\ \lg y^2 = \lg(-y+4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 3y \\ y^2 = -y + 4 \end{cases}$

⇒ $\begin{cases} y = 0 - \text{не корень} \\ y = 3 \Rightarrow x = 9 \\ y^2 + y - 4 = 0 \end{cases}$

$D = 1 + 8 = 9$

$y = \frac{-1 \pm 3}{2} =$

$\begin{cases} -2 - \text{не корень, т.к. не подх. под 003} \\ 1 - \text{не корень} \end{cases}$

Ответ:

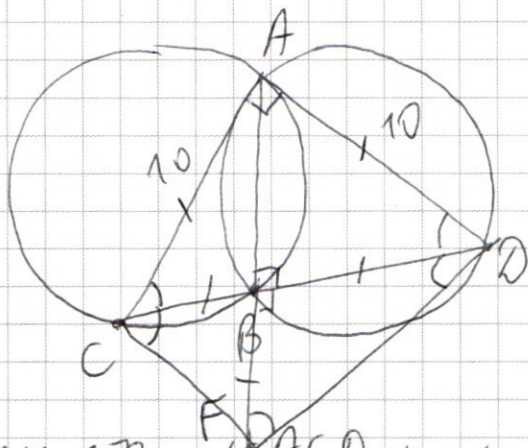
$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases}$

$$\textcircled{7} \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 а)



1) Заметим, что $\angle ACD$ и $\angle ADC$ опираются на равные дуги $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC$

$\Rightarrow \triangle ACD$ - р/б $\Rightarrow AC = AD$

$\angle ABD$ и $\angle ABC$ также опираются на равные дуги, значит, $\angle ABC = \angle ABD$, тогда $\angle CAB = \angle BAD$ и $\triangle ACB = \triangle ABD$

Тогда $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ и $AC = AD = \text{диаметр}$
 $\angle ABD = 90^\circ$ и $\angle FBD = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow$ $\text{отр} = 10$

Точки A, B и F лежат на одной прямой -
- диаметре $ADFC$.

По условию $BF = BD \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ =$

Т.к. $\triangle ADC$ р/б, то AB - вл. медианой, значит,
 $CB = BD$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle ACF = \angle ADF = \angle CFD = 90^\circ$,

и, т.к. $AC = AD$, $ADFC$ - квадрат, $\Rightarrow CF = AC = 10$

Ответ: $CF = 10$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y-3-x+y-3+x=6$$

$$2y=12$$

$$y-3-x-y+3-x=6y=6$$

$$-2x=6$$

$$x^2-2xy$$

$$|y-3-x|+|y-3+x|=6$$

$$\begin{cases} y-3-x > 0 \\ y-3+x > 0 \end{cases} \Rightarrow y=6$$

$$2y-6=6$$

$$\begin{cases} y-3-x > 0 \\ y-3+x < 0 \\ y-3-x-y+3-x=6 \end{cases} \Rightarrow -2x=6$$

$$x=-3$$

$$\begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x > 0 \end{cases} \Rightarrow -y+3+x+y-3+x=6$$

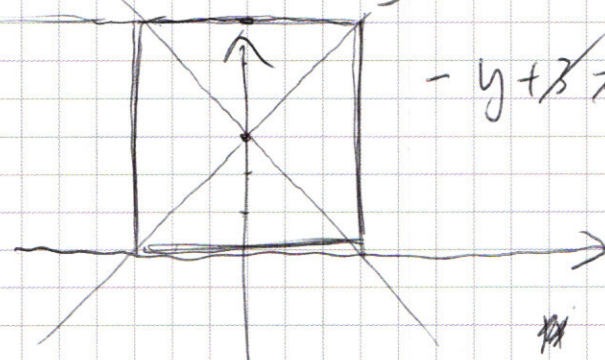
$$2x=6$$

$$-y+3+x-y+3-x=6$$

$$-2y=0$$

$$y=0$$

$$-y+3+x-y+3-x=6$$

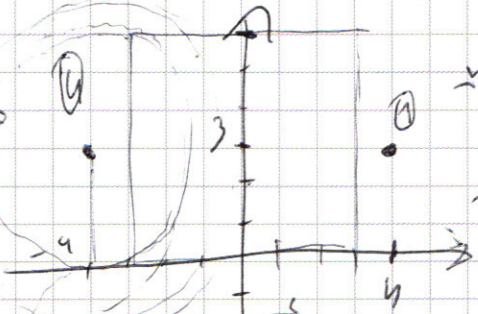
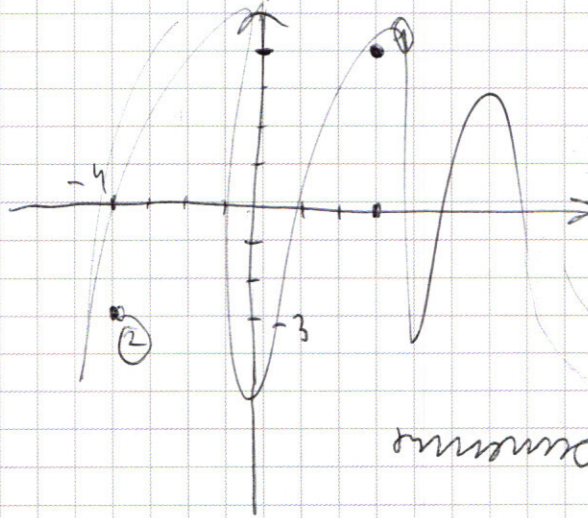


$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$



$$\textcircled{1} \begin{cases} r < 1 \\ r > 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} r = 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} r \in (1, 5) \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} r \in (1, 5) \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} r = 1 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(3x+x) = \cos(3x-x) = \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x - \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x$$

$$= -2 \sin 3x \sin x$$

$$-\sqrt{2} \sin(11x + \varphi) + \sqrt{2} \sin(3x + \varphi) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin(3x + \varphi) - \sin(11x + \varphi) = \cos 14x$$

$$\sin 3x \cos \varphi + \sin \varphi \cos 3x - \sin 11x \cos \varphi - \sin \varphi \cos 11x = \cos 14x$$

$$\sin(3x+x) - \sin(3x-x) = \sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x - \sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x$$

$$2 \sin x \cos 3x$$

$$-2 \sin \frac{11x - 3x + \varphi - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{3x + \varphi + 11x + \varphi}{2} = \cos 14x$$

$$-(\sin 11x - \cos 11x) + (\sin 3x - \cos 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-\sqrt{2} \sin(11x + \varphi) + \sqrt{2} \sin(3x + \varphi) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin \varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \sin \frac{11x + x - 3x - x}{2} \cdot \cos \frac{11x + 3x + 2\varphi}{2} = \cos 14x$$

$$-2 \sin(4x) \cdot \cos(7x + \varphi) = \cos 14x$$

$$3375 \div 5 = 675$$

$$675 \div 5 = 135$$

$$135 \div 5 = 27$$

$$27 \div 3 = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

$$3 \div 3 = 1$$

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$555 \cdot 333 \cdot 111$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3$$

$$C_8^3 \cdot 5 \cdot 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 + 2x(-y-2) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = 4(y+2)^2 + 12y^2 - 48y = 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y =$$

$$= 16y^2 - 32y + 16$$

$$16(y^2 - 2y + 1)$$

$$16(y-1)^2$$

$$y+2+2y-2$$

$$y+2-2y+2$$

$$x = \frac{2y+4 \pm 4(y-1)}{2} = y+2 \pm (2y-2) =$$

$$= \begin{cases} y+2+2y-2 = 3y \\ y+2-2y+2 = -y+4 \end{cases}$$

$$x = 3y$$

$$x = -y+4$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{5 \lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} - y^{2 \lg xy} \cdot x^{\lg x} = 0$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} - y^{2(\lg x + \lg y)} \cdot x^{\lg x} = 0$$

$$y^{5 \lg x} - y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x} = 0$$

$$y^{2 \lg x} (y^{3 \lg x} - y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}) = 0$$

$$1) x = 3y$$

$$y^{3 \lg 3y} - y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3y} = 0$$

$$y^{\lg 3y} (y^{2 \lg 3y} - y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y}) = 0$$

Рассмотрим $\lg xy$.
Т.к. в уравн. сст.
 $\lg x$, то $x > 0$
 $\begin{cases} xy > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow y > 0$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} \neq$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \Rightarrow y > 0$$

$$\Rightarrow \frac{y^5}{x} > 0$$

$$\lg x \lg_y \frac{y^5}{x} = \lg_y y^{2 \lg xy}$$

$$\lg x \cdot (5 - \lg x) = 2 \lg xy$$

$$5 \lg x - \lg x \lg_y x = 2 \lg xy$$

$$5 \lg x - \lg x \lg_y x =$$

$$5 \lg x - \frac{\lg x \cdot \lg x}{\lg y} = 2 \lg xy$$

$$\frac{5 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg xy \cdot \lg y}{\lg y} = 0$$

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg^2 y - 2 \lg x \lg y$$

$\lg y$ пропустить этот корень

$$3 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg^2 y = 0$$

$$3 \lg x \lg y - \lg^2 x - 3 \lg^2 y + \lg^2 y$$

$$3 \lg y (\lg x - \lg y) + (\lg y - \lg x) (\lg y + \lg x)$$

$$(\lg x - \lg y) (3 \lg y - \lg y - \lg x) = 0$$

$$\lg x = \lg y \Rightarrow$$

$$3 \lg y$$

$$2 \lg y = \lg x$$

$$2 \lg y$$

$$2 \lg y = \lg 3y$$

$$2 \lg y =$$

$$3y = y \Rightarrow \emptyset$$

$$-y + 4 = y \Rightarrow y = 2$$

$$3 \lg y =$$

$$x = 9$$

$$y = 3$$

$$\left(\frac{3}{3}\right) \lg 9 = 3$$

$$9 \cdot 9 - 2 \cdot 9 \cdot 3 - 4 \cdot 9 - 3 \cdot 3 \cdot 3 + 12 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 3$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$(3^4)^{(3^4)^{eg^9}} = 3^{2 \cdot eg^{9 \cdot 3}}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

$$\begin{aligned} x=3 \quad y=3 \\ \left(\frac{3^5}{3^2}\right)^{eg^9} &= 9^{eg^{9 \cdot 3}} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \cos(3x+x) + \cos(3x-x) &= \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x - \\ \sin(3x+x) - \sin(3x-x) &= \sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x - \sin 3x \sin x - \\ &\quad \sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x - \sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x \\ \cos(11x - \cos 3x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x &= -2 \sin 7x \sin 4x \\ -(\sin 11x - \sin 3x) &= -2 \sin 4x \cdot \cos 7x \end{aligned}$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sqrt{2} \sin(7x + \varphi) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin(7x + \varphi) = \cos 14x$$

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -2 \sin 4x \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\sin 7x \cos 7x$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x = 0$$

$$0 = \sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x$$

Страница №____
(Нумеровать только чистовики)

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} \geq 2 \cdot \sqrt{2^{65+x} \cdot 3}$$

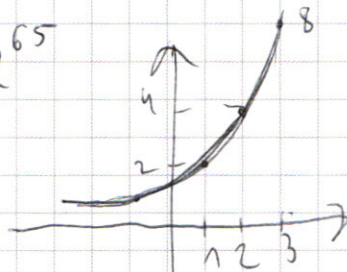
$$y > 2 \sqrt{2^{65+x} \cdot 3}$$

$$\log_c(a \cdot b)$$

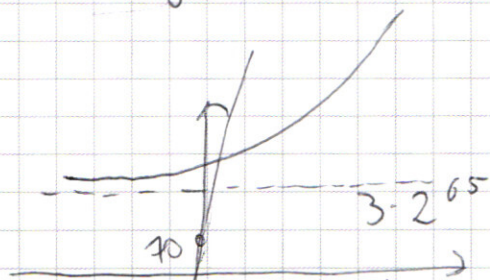
$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} > 0$$

$$70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$



1) $x > 0$:



$$y < -2^x - 3 \cdot 2^{65} \quad y > 2 + 3 \cdot 2^{65} \quad 70 + 2^{64} - 1$$

$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} > 0$$

$$x = 2^{\log_2 x} \quad 2^{\log_2 x} = 2^{\log_2 x}$$

$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten notes and diagrams on grid paper:

Top left: $3^3 \cdot 5^3 = 3^3 \cdot 5^3 = 27 \cdot 125 = 3375$

Top right: $70 + 2^{64}x > x + 2^x + 3 \cdot 2^{65}$

Center: A geometric diagram showing a circle with points A, B, C, D on its circumference. Chords AC and BD are drawn, intersecting at point E. A line segment AD is also drawn. Angles are marked with arcs and labels like α , β , γ .

Bottom left: $\angle ACB = \angle ADB = \beta$

Bottom center: $\log_2 y \leq \log_2 70$

Right side notes:

- $\angle ADB$ и $\angle ACD$ опираются на равные дуги, $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADB$
- $\Rightarrow AD = AC$
- $\Rightarrow \angle ABC = \angle ABD$
- $\Rightarrow \angle CAB = 45^\circ$
- $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$
- $\Rightarrow AC$ и AD — диаметры

~~$2^x + 3 \cdot 2^{65}$~~

$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x + 3 \cdot 2^{65} > 0$$

$$x=0: 1 + 3 \cdot 2^{65} > 70$$

$$\Rightarrow x < 0$$

$$\frac{2^x + 3 \cdot 2^{65}}{2} \geq \sqrt{2^x \cdot 3 \cdot 2^{65}}$$

$$y > 2\sqrt{2^{65+x} \cdot 3}$$

$$70 + (2^{64} - 1)x \geq 2\sqrt{70(2^{64} - 1)}$$

$$\sqrt{} < y \leq \sqrt{70(2^{64} - 1)}$$

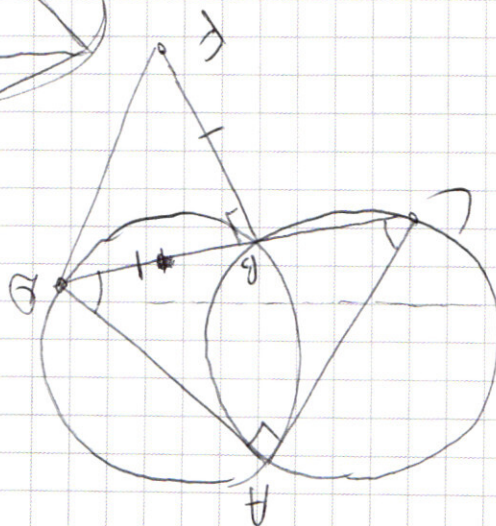
$$2^{65+x} \cdot 3 \leq y \leq 70(2^{64} - 1)x$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB$$

$$\triangle CAD - \text{пр.} \quad \triangle - \text{крив.}$$

$$\angle AC = \angle AD$$

AB - диаметр
 биссектр.
 биссектр.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$2^{64} \equiv 1 \pmod{65}$$

$$(2^{64} - 1) \cdot x \div 65$$

$y > 0$

