

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7

Получили на разложение числа 3375 на простые множители $3375 = 5^3 \cdot 3$. Заметим, что в числе нет цифр "0", иначе произведение равнялось бы 0, тогда на 5 делится только цифра 5, а в ~~разложении~~ среди цифр ~~то~~ могут встречаться только 1, 3, 5, 9 (иные будут другие множители в произведении).

Диметурин 2 алура:

1) В числе нет цифр "9", тогда в этом числе 3-"5", 3-"3", 2-"1",
тогда число $C_8^3 \cdot C_5^3$ (выбрани 3 места для "3" а потом 3 места
для "5")

2) В поле есть иффра "9", тогда она одна, в этом поле
3- "5", 1- "3", 1- "9", 3- "1", помим чисел $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$
(выбраны места для "1", помим 3 места для "5" и место для "3").
Всего способов: $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot (2+1) = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{61} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{61} \cdot 3 =$
 $= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

Quellen: 1680



Заметим, что $y > 0$, т.к. определено $\lg y$; т.к. определено $\lg xy = \lg x + \lg y$, а $\lg y > 0$, то $\lg x > 0$, а т.к. $y > 0$, то $x > 0$. Пусть $\lg x = a$; $\lg y = b$, тогда имеем (т.к. $\lg xy = \lg x + \lg y$)

$$y^{3a} = y^{2(a+b)} \cdot x^b$$

$$y^{3a} = y^{2b} \cdot x^b$$

$$y^{3ab} = y^{2b^2} \cdot x^{a^2}, \text{ т.к. } y = 10^b, x = 10^a, \text{ то}$$

$$10 = 10 \cdot 10$$

$$3ab = 2b^2 + a^2$$

$$(a-2b)(a-b)=0 \quad (1)$$

из второго равенства:

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4)=0, \text{ имеем:}$$

$$\begin{cases} (\lg x - 2\lg y)(\lg x - \lg y) = 0 \\ (x-3y)(x+y-4) = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим 4 случая: (напомним, что $x, y > 0$)

1) $x=3y$; $\lg x = 2\lg y$, тогда $x=y^2$
 $y^2=3y \Rightarrow y=3, x=9 \Rightarrow 1\text{-ое решение } (9; 3)$

2) $x=3y$; $\lg x = \lg y$, тогда $x=y=0$, противоречие

3) $x+y-4=0$; $\lg x = \lg y$, тогда $x=y=2 \Rightarrow 2\text{-ое решение } (2; 2)$

4) $x+y-4=0$; $\lg x = 2\lg y$, тогда $x=y^2$

$$y^2+y-4=0$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ но т.к. } y > 0, \text{ то } y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, x = \frac{18 - 2\sqrt{17} - 9 - \sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}.$$

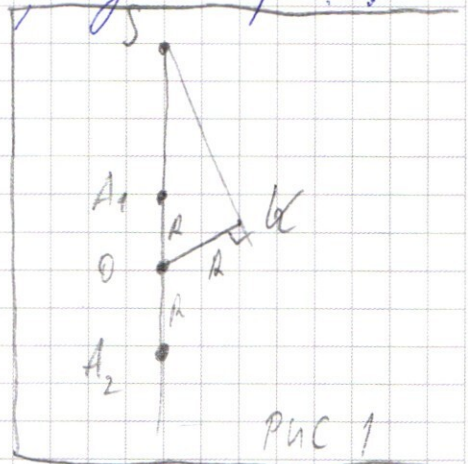
3-е решение $\left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)$

Ответ: $(9; 3); (2; 2); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

55.

Положим на плоскость KSO "сверху" полученный рис. 1.
Пусть данные в условии плоскости пересекаются
 SO в точках A_1 и A_2 ($SA_2 > SA_1$), тогда
эти плоскости перпендикулярны относительно
 S с коэф-ом $K = \frac{SA_2}{SA_1}$, тогда $K^2 = \frac{4}{1} = 4$, значит $K = 2$. Пусть $SA_1 = a$,
тогда $SA_2 = a + 2R$, имеем $SA_2 = 2SA_1 \Leftrightarrow 2a = a + 2R \Leftrightarrow a = 2R$,
тогда, т.к. $SO = SA_1 + R = 3R$, $OK = R$ (т.к. K -точка касания)
(R - радиус сферы), $\angle SKO = 90^\circ$, то, если $\angle KSO = \alpha$, то
 $\sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{1}{3}$. Опустим u K высоту на SO



Ответ: $\arcsin \frac{1}{3}$

57.

Заметим, что для фиксированного x решение есть, если
 $70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{65} > 0$ значит $x > 0$, иначе
левая часть будет $\leq 70 < 3 \cdot 2^{65}$. Заметим, что если
для фиксированного x есть решения, то они равны $2^x + 3 \cdot 2^{65} + i$,
где $i \in \{1, 2, \dots, 70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 6 \cdot 2^{64}\}$, значит решений
 $70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 6 \cdot 2^{64} = 64 - 2^x + (2^{64} - 1)(x - 6)$, тогда,
т.к. решений должно быть ≥ 0 , то $x \geq 6$, иначе $64 - 2^x - 2^{64} + 1 < 0$.
Заметим, что $x \leq 70$, т.к. при $x > 70$ Пусть $f(x) = 64 - 2^x + (x - 6)(2^{64} - 1)$

Заметим, что $x \leq 70$, т.к. $f(70) = 64 - 2^{70} + 64(2^{64} - 1) = 0$.
 Если $x > 70$, то с добавлением к x единиц $f(x)$ увеличивается на $2^{64} - 1$ и уменьшается хотя бы на 2 , значит далее $f(x) < 0$, т.е. решений нет. Докажем, что $f(x) \geq 0$ при $6 \leq x \leq 70$.
 Действительно, докажем, что $2^x \leq 64 + (2^{64} - 1)(x - 6)$ при $6 \leq x \leq 70$.
 Т.к. в 6 и 70 равенство, слева — линейная функция, слева — положительная и 2^x выпукла вниз, то $2^x \leq 64 + (2^{64} - 1)(x - 6)$, т.е.г.
 тогда всего решений будет:

maybe better recursive system:

$$\sum_{i=6}^{70} (64 + (i-6)(2^{64}-1) - 2^i) = 64 \cdot 65 + \sum_{i=0}^{64} i \cdot (2^{64}-1) - \sum_{i=6}^{70} 2^i =$$

$$= 64 \cdot 65 + (2^{64}-1) \cdot \frac{64 \cdot 65}{2} - (2^{70} - 2^6) = 64 \cdot 65 + 32 \cdot 65 \cdot (2^{64}-1) -$$

$$- 2^7(2^{64}-1) - 2^6 = 4160 + (2^{64}-1)(2080-128) - 64 =$$

$$= 4096 + (2^{64}-1) \cdot 1958 = 1958 \cdot 2^{64} + 2138$$

Answer: ~~$4096 + (2^{64}-1)1958$~~ $1958 \cdot 2^{64} + 2138$

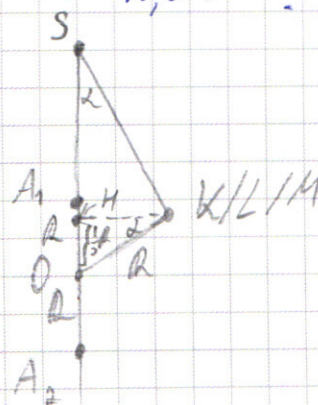
Через $K/L/M$ будем обозначать углеродные равновесия для морей K, L и M .
Получим на плоскости $K/L/M$ SO "окруж", получим рис. 1.

Поэтому, данные в узлах, пересекают SO в точках A_1 и A_2

$(SA_2 > SA_1)$, тогда, т.к. обе плоскости параллельны (т.к. они $\perp SO$), то они равноценны, площадь сетки отнимается как $k^2 = \frac{4}{1} = 4$.

$$a + 2R = 2a, \text{ m.k. } k = \frac{SA_2}{SA_1}, \text{ yuzuram } a = 2R, \text{ maza } SO = 3R, O K L M = R,$$

К/Л/М перпендикулярна на SO , основанием будет точка H (снова для всех, т.к. $OH=OK$
 $\sin \angle = \frac{1}{3} R$), тогда $SH = 3R - \frac{1}{3} R = \frac{8}{3} R$. Т.к. $H \in (KLM)$ и $KH \perp SO$,



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

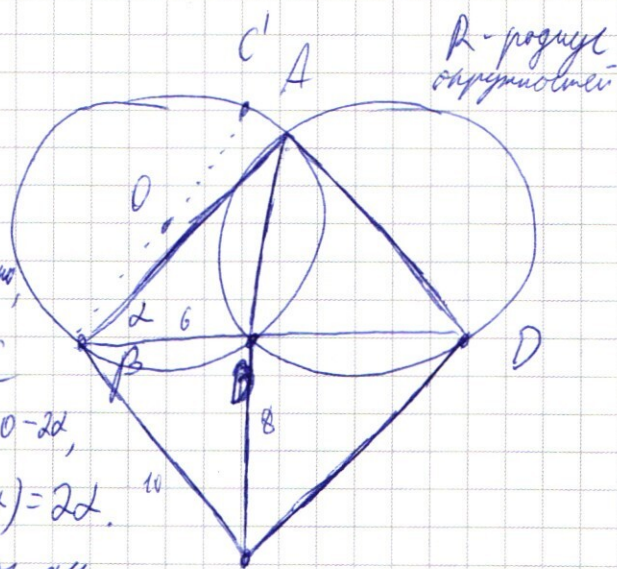
то ~~KL~~ это сечение плоскостью KLM гомотетично сечению через A_1 с коэффициентом $\frac{4}{3}$, тогда $S_{\text{сеч KLM}} = S_{\text{сеч } A_1} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$; площадь сечения — $1\frac{7}{9}$

Г.б.

Пусть C' — точка, диаметрально противоположная точке C , тогда, заметим, что $BC' = BD$, действительно,

Пусть $\angle BAD = \alpha$, тогда дуга $\widehat{BD} = 2\alpha$. $\angle CBA = \angle CAB = 90^\circ - \alpha$, значит $\widehat{CB} = 180 - 2\alpha$, тогда $\widehat{C'B} = \widehat{CC'} - \widehat{CB} = 180 - (180 - 2\alpha) = 2\alpha$.



П.к. в равных окружностях хорды BC' и BD стягивают равные дуги, то они равны, значит $CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2 = CB^2 + BC'^2 = (2R)^2 = 100 \Rightarrow CF = 10$.

Д). Заметим, что в равных окружностях AB — биссектриса хорды, значит дуги, которые она стягивает равны, тогда вписанные углы $\angle ACD$ и $\angle ADC$ равны, но т.к. в сумме они дают 90° , то $\angle ACD = \angle ADC = \alpha = 45^\circ$.

Как мы выяснили, $CB^2 + BD^2 = 100 \Rightarrow BD = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \Rightarrow CD = 14$, тогда $AC = 7\sqrt{2}$. П.к. $BF = 8$, $CB = 6$, $CF = 10$, то пусть $\beta = \angle CBF$, тогда $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{3}{5}$. $S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = 49$

Ответ: $CF = 10$, $S_{ACF} = 49$

$\sqrt{2}$

Пусть $\alpha = 11x$, $\beta = 3x$, тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \cos \beta + \sin \beta - \sin \alpha) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) &= \cos(\alpha + \beta) \\ -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) &= \cos(\alpha + \beta) = \sin\left(\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

1) $\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4} = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \frac{\pi m}{7} - \frac{\pi}{28}$$

2) $\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0$, тогда можно на него разделить, перейдя в одну сторону, получим:

$$\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right) = 0$$

2.1) $\frac{\pi}{8} - \frac{\beta}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi k$$

$$x_2 = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}$$

2.2) $\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\frac{5\pi}{4} - 2\pi n = \alpha$$

$$11x = \frac{5\pi}{4} - 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{44} - \frac{2\pi n}{11}$$

Ответ: $\frac{4\pi m - \pi}{7}$; $\frac{\pi - 8\pi k}{12}$; $\frac{5\pi - 8\pi n}{44}$, $k, m, n \in \mathbb{Z}$

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$-2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \cos(\alpha + \beta) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta\right) =$$

$$= -\sin$$

$$\sin\left(\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \frac{\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}}{2} \cos \frac{\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}}{2} = -2 \left(\right) /$$

$$\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{\beta}{2} = \pi k$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\frac{\pi}{4} - \beta = 2\pi n$$

$$\frac{\pi}{4} - \alpha = -\pi + 2\pi n$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - 2\pi n$$

$$\alpha = \frac{5\pi}{4} - 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{44} - \frac{2}{11}\pi n$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② ③ ⑥

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta)$$

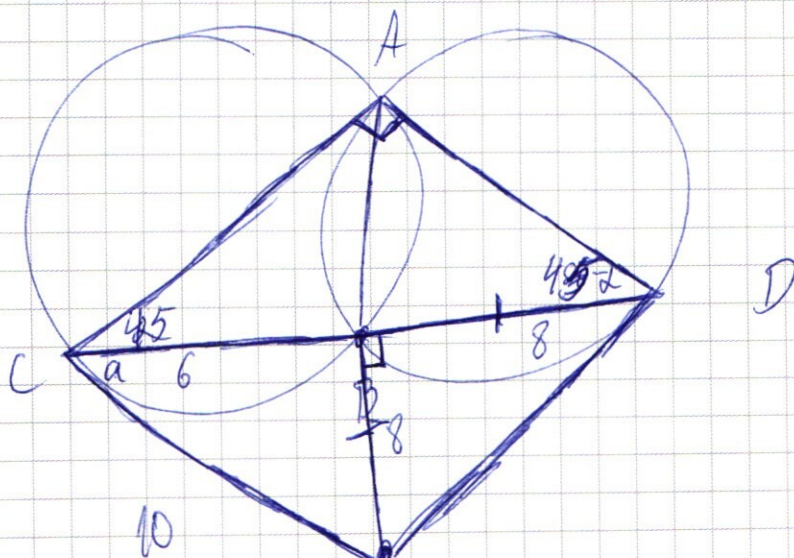
~~$$\cos \alpha + \sin \beta = \cos \beta + (\cos \alpha + 1)$$~~

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{2} \cos \alpha \cos \beta - \sqrt{2} \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

~~$$\left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\cos \beta + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(\sin \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\sin \beta + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$~~

$$\cos \alpha \cos \beta$$



$$R = 5$$

$$AC = 14 \cdot \cos \alpha$$

$$= 28 \cdot 4 \cos^2 \alpha + 28 \cdot 3 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$AC \cdot 10 \cdot \sin(\alpha + \beta) =$$

$$10 \cos \alpha \left(\frac{4}{5} \cos \alpha + \frac{3}{5} \sin \alpha \right) =$$

~~sin x sin p~~

-10

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -2\sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\sin\beta$$

$$2x^2 - 4xy - 8x - 6y^2 + 24y = 0$$

$$(x-2y)^2 + (x-4)^2$$

$$4x^2 - 8xy - 16x - 2y^2 + 48y = 0$$

$$\alpha + \beta = 11\pi$$

$$\alpha - \beta = 3\pi$$

$$14\pi = 2\alpha$$

$$\beta = 4\pi$$

$$-2\sin\alpha\sin\beta - 2\cos\alpha\sin\beta = \sqrt{2}\cos 2\alpha$$

$$-2\sin\beta(\sin\alpha + \cos\alpha) = \sqrt{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos\alpha + \sin\alpha)$$

$$-2\sin\beta = \sqrt{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\lg xy = \lg x + \lg y$$

$$y^{5\lg x} \cdot x^{-\lg x} = y^{2\lg x}$$

$$9y^2 - 6y^2 - 12y - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4)$$

$$x^2 + xy - 4x - 3y^2 - 3y^2 + 12y$$

$$\cos\alpha = \sin\alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$14\pi = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\cos = 0$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3\lg x} = y^{2\lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$10^{2\lg x \lg y} = 10^{2\lg y \lg y + \lg x \lg x}$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$
$$x-3y$$
$$x+y-4=0$$

$$\lg x = a$$
$$\lg y = b$$

$$a = b \lg 3$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$
$$(a-b)(a-2b) = 0$$
$$a=b \quad b=2b$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 675 \overline{) 5} \\ 135 \overline{) 5} \\ 273 \end{array}$$

$$55533311$$

$$55539111$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 3$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 1680 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 1680$$

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x &= \cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) \\ &- \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\cos 14x = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \left(\sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \right)$$

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -\sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 14x = -2 \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \sin 4x$$

$$64 \cdot 65 + \frac{64 \cdot 65}{2} (2^{64} - 1) - \left(2^{71} - 2^6 \right) = \left(2^{64} - 1 \right) \cdot 2^7 + 2^6$$

$$= 41$$

$$64 \cdot 65 - 64 + (2^{64} - 1) \left(\frac{64 \cdot 65}{2} - 128 \right)$$

$$\begin{array}{r} + 64 \\ 65 \\ \hline 320 \\ + 334 \\ \hline 4160 \end{array}$$

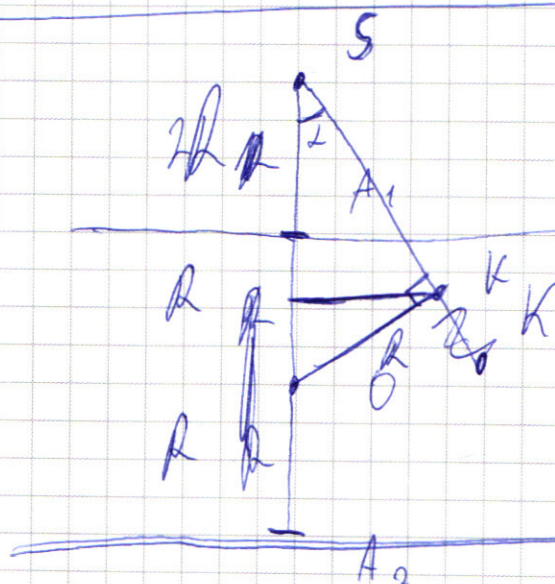
$$4160 - 128 = 4032$$

$$4096 + (2^{64} - 1) \cdot 4032 =$$

$$2^6 \cdot 2^6 =$$

$$= 64 + 2^{64} \cdot 4032$$

$$\begin{array}{r} \times 65 \\ 32 \\ \hline 195 \\ + 1950 \\ \hline 2080 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 2080 \\ 1958 \\ \hline 1958 \end{array}$$

$$\sin x = \frac{4}{5}$$

$$\frac{SA_1}{SA_2} = \frac{1}{2}$$

$$2a = a + 2R$$

$$a = 2R$$

1) 3) 4) 7)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$64 \cdot 65 + \frac{70+6}{2} \cdot 65 + 64 \cdot$$

$$\frac{b_0 q^n - 1}{q - 1}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 7 \quad 8 \quad \dots \quad 70 \\ \hline 65 \cdot 66 + 5 \cdot 65 \end{array}$$

$$2^6 \cdot (1 + 2 + \dots + 2^{64}) = 2^6 \cdot 2^{65} - 1 = 2^{71} - 2^6 - 6 \cdot 65 \cdot (2^{64} - 1)$$

$$64 \cdot 65 + 38 \cdot 65 + 2^{71} - 2^6 - 6 \cdot 65 \cdot (2^{64} - 1)$$

$$2^{71} - 2^6 = 2^{64} \cdot 2^7 - 2^7 + 2^6 = 2^7 (2^{64} - 1) + 2^6$$

$$(2^{64} - 1)(128 - 390) = -262(2^{64} - 1)$$

$$64 \cdot 65 + 38 \cdot 65 + 64 = 64 + 65 \cdot 102$$

$$6500 + 130 = 6630$$

$$6694 - 262(2^{64} - 1)$$

$$|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a=b \Rightarrow x=y$$

$$x=zy \quad x=y=0 \text{ против}$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$2x-4=0$$

$$x=2$$

$$2^4 \lg 2 = 2^{2 \lg 4} = 2^{4 \lg 2}$$

$$x=y=2$$

$$a=2b$$

$$x=10^a = 10^{2b} = y^2$$

$$y=10^b$$

$$3^3 \lg 9 = 3^{2 \lg 27}$$

$$\lg a^b = b \lg a$$

$$x=y^2$$

$$x=3y$$

$$y=3,$$

$$x=9$$

$$y^3 \lg y^2 = y^{2 \lg y^3}$$

$$x=y^2 \quad x+y-4=0$$

$$y^2+y-4=0$$

$$x \leq 5$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$m.k. \quad y > 0, \text{ то}$$

$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

$$x = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$$

$$\sum_{i=6}^{70}$$

$$y' = 6-y$$

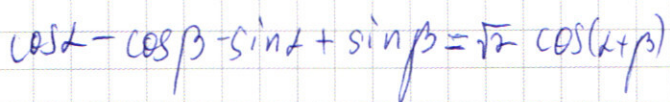
$$64 - 2^x - (2^{64} - 1) < 0$$

$$64 + 64(2^{64} - 1) - 2^{70} = 0$$

$$64 + (i-6)(2^{64} - 1) - 2^i$$

$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 6 \cdot 2^{64} =$$

$$= 64 - 6(2^{64} - 1) + x(2^{64} - 1) - 2^x = 64 + (x-6)(2^{64} - 1) - 2^x$$



$$70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$2^x < 70 - 3 \cdot 2^{65} + (2^{64} - 1)x$$

$$2^{128} < 2^{64} \times 2^{64}$$

$$0 \leq x < 128$$

$$2^x < 70 - 6 \cdot 2^{64} + 6(2^{64} - 1) + (x-6) \quad (1)$$

$$2^x < 64 + (x-6) \quad (2)$$

$$2^x + 6(2^{64} - 1) + 6 < 70(2^{64} - 1) + 70$$

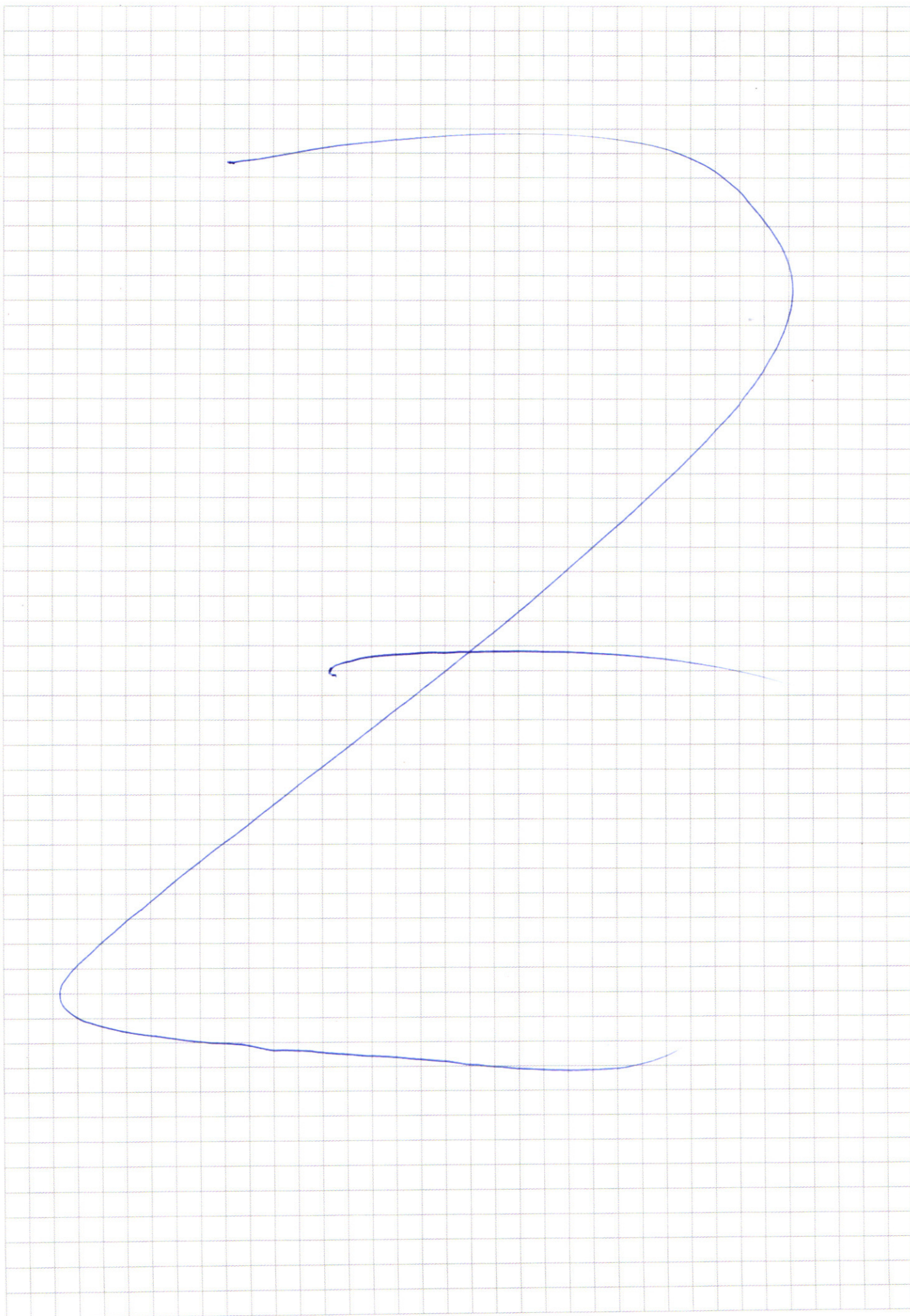
$$x = 6 - \text{präkursor}$$

$$x = 6 - \text{präkursor}$$

$x = 6$ - pabrūmums

$$2^x + 6 \cdot 2^{64} < 70 + (2^{64} - 1) \cdot 2^{64}$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

