МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$3375 = 5^3 \cdot 3^3$, ~~так как~~ Произведение цифр $\neq 0$ => в записи ноль не используется

Единственная цифра, которая может дать делитель кратный 5 — цифра 5 => в записи всегда будет использоваться 3 цифры 5.

Ещё $3^3 = 27$ — можно получить только используя цифры 3 и 9

=> в числе возможно быть либо одна 9 и одна 3, либо три 3. Остальные цифры только единицы!

1) в числе есть 9 и 3

кол-во чисел:

$$C_8^3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \underbrace{C_3^3}_{\text{— единицы}} = \frac{8\cdot7\cdot\cancel{6}}{\cancel{6}}\cdot5\cdot4$$

способы расставить 5, способы расставить 9, способы расставить 3

2) в числе есть 3 тройки

кол-во чисел:

$$C_8^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = \frac{8\cdot7\cdot\cancel{6}}{\cancel{6}}\cdot\frac{5\cdot4^{2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3\cdot2}}\cdot1$$

пятёрки, тройки, единица

Итого: $8\cdot7\cdot5\cdot4 + 8\cdot7\cdot5\cdot2 = 8\cdot7\cdot5\cdot6 = 1680$ чисел.

№2

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cdot\cos 14x$

$\cancel{\cos 11x - \cos 3x = -2\sin 7x\cdot\sin 4x}$

$\cancel{\sin 11x - \sin 3x = 2\sin 7x\cdot\cos 4x}$ ~~cos~~

$\cancel{\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x = (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)}$

$\cancel{-2\sin 7x\cdot\sin 4x - 2\cdot\sin 7x\cdot\cos 4x = \sqrt{2}(\cos}$

$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 11x\right) - \left(\cos 3x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 3x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\cdot\cos 14x$

См. обратную сторону.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\sin(11x + \frac{3}{4}\pi) - \sin(3x + \frac{7}{4}\pi) = \cos 14x$

$2\cos(7x + \ldots) \cdot \sin(4x \ldots = \cos 14x$

№5

$$\begin{cases} |y-7-x| + |y-7+x| = 6 \quad (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \;|\; y-3$

$y^3 - 3y^2 \quad | \; y^2 + y - 4$

$y^2 - 7y$

$y^2 - 3y$

$-4y + 12$

$-4y + 12$

0

$D = 1 + 16$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$9 - \sqrt{17}$

$x = \frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4}$

Решим (1)

$|y - 7 - x| + |y - 7 + x| = 6$

I $\begin{cases} y \geq x + 7 \\ y \geq -x + 7 \end{cases}$

$2y - 6 = 6$

$y = 6$

II $\begin{cases} y \leq x + 7 \\ y \geq -x + 7 \end{cases}$

$-y + 7 + x + y - 7 + x = 6$

$2x = 6$

$x = 3$

III $\begin{cases} y \geq x + 7 \\ y \leq -x + 7 \end{cases}$

$y - \cancel{7} - x - y + \cancel{7} - x = 6$

$x = -3$

IV $\begin{cases} y \leq x + 7 \\ y \leq x - 7 \end{cases}$

$-y + 7 + \cancel{x} - y + 7 - \cancel{x} = 6$

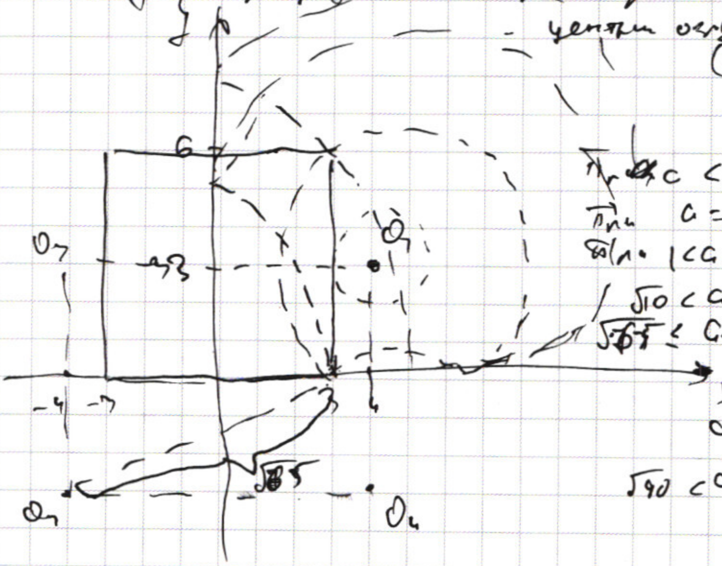
$y = 0$

Т.е. это квадрат стороны, которого параллельны осям координат.

(2)

$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$

– система из 4 окружностей в неотрицательных координатах по Ox и y, радиусы которых равны $\sqrt{a}$



– центры окружностей $(4;3)$; $(-4;3)$; $(4;-3)$; $(-4;-3)$

При $a < 1$ – 0 реш.

При $a = 1$ – 1 реш.

При $1 < a < \sqrt{10}$ – 2 реш.

$\sqrt{10} < a < \sqrt{65}$ – 3 решения

$\sqrt{65} \leq a < \sqrt{90}$ – 2 реш.

$a = \sqrt{90}$ – 1 реш.

$\sqrt{90} < a$ – 0 решений

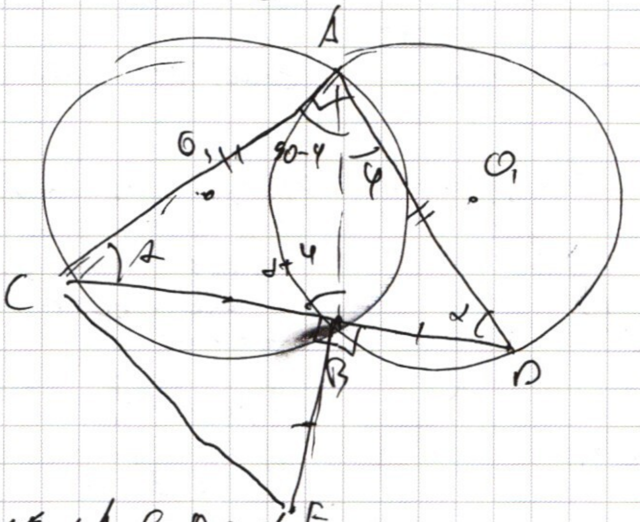
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $a \in (1; \sqrt{10}] \cup [\sqrt{65}; \sqrt{80})$

№ 6

~~Дано:~~
~~$R = 5$~~



$R = 5$ - радиус

Решение:

Пусть угол $\angle ACD = \alpha$ тогда

$\angle ADB = \alpha$ так как окружности одинакового радиуса и хорды, на которые опираются углы тоже.

$\Downarrow$

$2\alpha + 90^\circ = 180^\circ$

$\alpha = 45^\circ$

$\Downarrow$

$\triangle CAD$ - равнобедренный

По теореме синусов

$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R = 10$

$AB = 5\sqrt{2}$

Пусть угол $\angle BAB = \varphi$ тогда $\angle CAB = 90^\circ - \varphi$

По теореме синусов

$\frac{BD}{\sin\varphi} = 2R = 10$ $FB = BD = 10 \cdot \sin\varphi$

$\frac{CB}{\sin(90^\circ - \varphi)} = 2R = 10$ $CB = 10\cos\varphi$

$CF^2 = BF^2 + CB^2 = 10^2\sin^2\varphi + 10^2\cos^2\varphi = 10^2$

$CF = 10$

$BC = 6 = 10 \cdot \cos\varphi$

$\cos\varphi = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{4}{5}$

уг.

$\cos\angle BCF = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\sin\angle BCF = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$\Downarrow$

$\angle BCF = \varphi$

$S_{CAF} = \frac{CA \cdot CF \cdot \sin(45^\circ + \angle BCF)}{2} =$

$\frac{CA}{\sin(45^\circ + \varphi)} = 10$

$S_{CAF} = \frac{10}{\sin(45^\circ + \varphi)} \cdot \frac{10(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\angle BCF + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\angle BCF)}{2}$

$S_{CAF} = \frac{10 \cdot 10 \cdot \sin(45^\circ + BCF)}{\sin(\varphi + 45^\circ) \cdot 2} = 50$

См. обратную сторону.

№7

$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} & (1) \\ y \le 70 + (2^{64}-1)x & (2) \end{cases} \quad y, x \in \mathbb{Z}$$

$f(x) = 2^x + 3\cdot 2^{65} \in \mathbb{Z}$ при $x \in \mathbb{Z}$

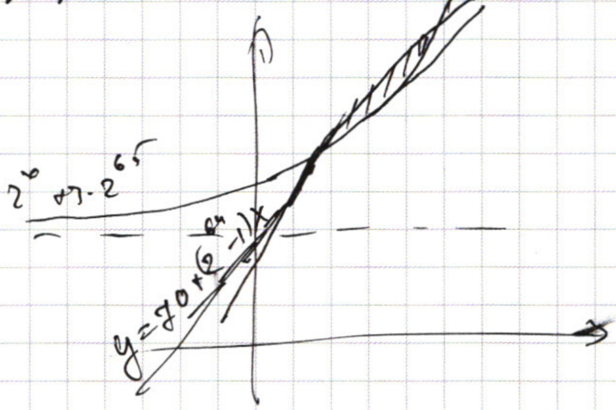
$g(x) = 70 + (2^{64}-1) \in \mathbb{Z}$ при $x \in \mathbb{Z}$

$\Downarrow$

при данном x количество возможных y будет

$g(x)-f(x)$ $70 + x\cdot 2^{64} - x - 2^x + 3\cdot 2^{65}$ если это больше нуля

График этой системы будет примерно:



то есть все значения будут находится в заштрихованном промежутке.

так как $f'(x) = \frac{2^x}{\ln}$

$g'(x) = 2^{64} - 1$

при $x > 66$ скорость возрастания $f(x)$ больше чем $g(x)$ $\Rightarrow$ после они не пересекутся (после штриховки)

и наоборот при $x \le 7$ они будут расходится $f'(x) < g'(x)$ и перед штриховкой не встретятся.

~~при $x = 6$~~

$g(x) - f(x) = 70 + 2^{64}(x-6) - x - 2^x$

При $x = 5$

$70 + 2^{64}\cdot(-1) - 5 - 32 < 0$

при $x = 6$

$70 + 2^{64}\cdot 0 - 6 - 64 = 0$

$x = 7$

$70 + 2^{64}\cdot 1 - 7 - 128 > 0$

при $x = 70$

$70 - 70 + 2^{64}\cdot 2^6 - 2^{70} = 0$

при $x = 71$

$70 + 2^{64}\cdot 2^6 + 2^{64} - 71 - 2^{71} < 0$

Значения y удовлетворяющие системе распологаются

$x \in [7; 69]$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Количество пар чисел будет

$$\sum_{x=1}^{63}(f'(x)-f(x)) = -\sum_{x=1}^{69} 2^x + \sum_{7}^{69} 3\cdot 2^{65} + \sum_{7}^{69} 70 + \sum_{x=7}^{69}(2^{64}-1)x =$$

$$= -\left(\sum_{x=0}^{69} 2^x - \sum_{x=0}^{6} 2^x\right) + 70\cdot 63 + 63\cdot 3\cdot 2^{65} + (2^{64}-1)\cdot\sum_{x=7}^{69} x =$$

$$\frac{7+69}{2}\cdot 63$$

$$= -2^{70} + 2^{7} + 70\cdot 63 + 63\cdot 3\cdot 2^{65} + (2^{64}-1)\cdot 48\cdot 63 =$$

$$= -2^{64}(2^6 + 63\cdot 3\cdot 2 - 48\cdot 63) + 63(-70+48) =$$

$$= 2^{64}(-64+2648) + 22\cdot 63 = 2^{64}\cdot 2584 + 1386$$

Ответ: $2^{64}\cdot 2584 + 1386$ пар чисел.

№2

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2 - 24y - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ:
$\lg x \to x > 0$
$\lg xy \to y > 0$

Решим (1)

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$ так как обе части уравнения >0 можно взять $\lg$ из каждой части без изменений

$$\lg\left(\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}\right) = \lg y^{2\lg xy}$$

$$\lg x\cdot(5\lg y - \lg x) = \lg y\cdot 2(\lg x + \lg y)$$

$$5\lg x\cdot\lg y - \lg^2 x = 2\lg y\cdot\lg x + 2\lg^2 y$$

$$2\lg^2 y + \lg^2 x - 3\lg x\cdot\lg y = 0$$

$$(\lg x - \lg y)(\lg x - 2\lg y) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\lg x - \lg y = 0\\ \lg x - \lg y^2 = 0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = y^2\end{array}\right.$$ подставим в (2)

См. обратную сторону.

$$\begin{cases} x=y \\ y^2-2y^2-4y-3y^2+12y=0 \end{cases}$$

$-4y^2+8y=0$

$y(y-2)=0$

$$\begin{cases} y=0 & ,\text{но } y\geq 0 \\ y=2 & ,x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y^2 \\ y^4-2y^3-4y^2-3y^2+12y=0 \end{cases}$$

$y(y^3-2y^2-7y+12)=0$

$y(y-3)(y^2+y-4)=0$

$y(y-3)(y+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2})(y+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2})=0$

$$\left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=3 \\ y=-\frac{1}{2}+\sqrt{17}/2 \\ y=-\frac{1}{2}-\sqrt{17}/2 \end{array}\right. \quad y>0$$

$$\left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} x=9 \\ x=\frac{9}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}>0 \end{array}$$

Ответ: $$\left[\begin{array}{l} x=2,\ y=2 \\ x=9,\ y=3 \\ x=\frac{9}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2},\ y=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$$

№ 2

$\cos 11x+\cos 3x=-2\sin 7x\sin 4x$

$\sin 11x-\sin 3x=2\cos 7x\cdot\sin 4x$

$\cos 11x-\cos 3x-\sin 11x+\sin 3x=\sqrt{2}\cos 11x$

$-2\cancel{\cos}\sin 4x(\cos 7x+\sin 7x)=\sqrt{2}(\cos 7x+\sin 7x)(\cos 7x-\sin 7x)$

$T\ \cancel{\cos}\ 7x\ +\ \Downarrow$

$(\cos 7x+\sin 7x)(\sqrt{2}\cos 7x-\sqrt{2}\sin 7x+2\sin 4x)=0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 7x+\sin 7x=0 \\ \cos 7x-\sin 7x+\sqrt{2}\sin 4x=0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}\sin(7x+\frac{\pi}{4})=0 \\ \sqrt{2}\sin(7x+\frac{3\pi}{4})+\sqrt{2}\sin 4x=0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 7x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z \\ \sin\left(\frac{11x+\frac{3\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{3x+\frac{3\pi}{4}}{2}\right)=0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{28}+\frac{\pi n}{7},\ n\in Z \\ \frac{11}{2}x= \end{array}\right.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 11x - \cos 7x - \sin 11x + \sin 3x \quad + \sin(3x + \frac{\pi}{4})$

$-2\sin 7x(\sin 4x + \cos 4x) \quad 2\sqrt{2}\cos 14x = \sqrt{2}(1 - \sin^2 7x)$

$\sqrt{2} \quad + \sin 7x(2\sin 4x + 2\cos 4x - \sqrt{2}\sin 7x) = 0$

$\frac{7+69}{2} \cdot 63 =$

$70 - 48 = 22$

$\cos 11x + \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} = 0 \quad \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x\right) = \sin(4x + \frac{\pi}{4})$

$= 48 \cdot 67$

$2\sin 7x \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(4x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos 14x$

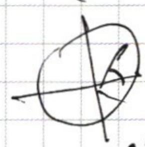
$\cos 4x \cdot \frac{\pi}{4} + \cos \quad \cos 3x \quad \cos(11x + \frac{\pi}{4})$

$-2\frac{1}{2}(\cos(3x - \frac{\pi}{4}) + \cos(11x + \frac{\pi}{4})) = \cos 14x$

$\frac{67 \cdot 3}{4} \cdot 63$

$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x = \cos(3x - \frac{\pi}{4} + 11x + \frac{\pi}{4}) = \cos(3x - \frac{\pi}{4})\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sin(3x - \frac{\pi}{4})\sin(11x + \frac{\pi}{4})$

$\cos 7x \cdot \frac{7\pi}{4}$



$\cos 11x \quad - \sin 11x \quad (\frac{3\pi}{4} + 11x)$

$\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\cos\alpha$

$\sqrt{2}\sin(\frac{7\pi}{4} + 11x) + \sqrt{2}\sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos 14x$

$\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \sin\alpha$

$\cos\frac{14x}{2} \cdot \sin(8x + \frac{3}{2}\pi) = \cos 14x$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos$

$2\sin 7x \cdot \cos 4x$

$\sin(11x + \frac{3\pi}{4}) + \sin(3x + \frac{7\pi}{6}) = \cos$

$\sin a + \sin\beta = \cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$

$2\sin 7x \quad \cos(4x + \frac{7\pi}{4}) = \cos 14x$

$\sin a + \sin b - \cos(a+b) = 0$

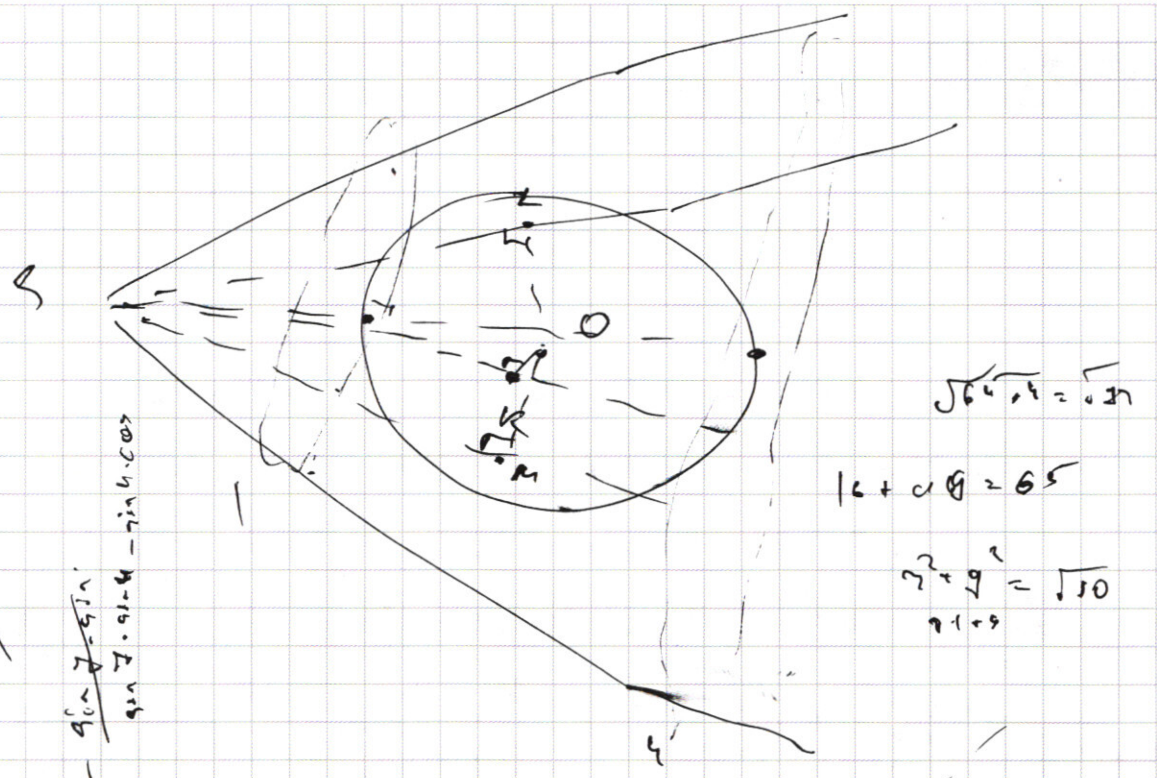
$\sin a + \sin b + 2\sin a \cdot \sin b - \cancel{\cos a \cdot \cos b} = 0$

$(\sin a + \sin b)^2 - 1 \quad + \sin a + \sin b - 1 = 0$

$(\sin a + \sin b)(\sin a + \sin b + 1) = 2$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \quad = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

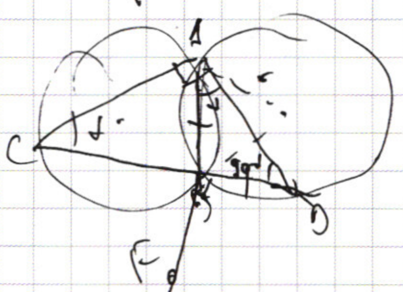
$\sqrt{2}\sin$

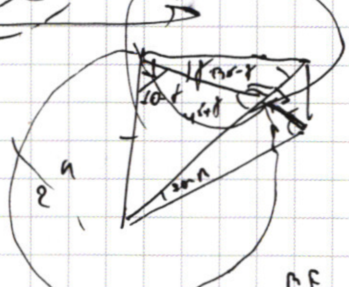


$\sqrt{64+4}=\sqrt{...}$

$16+49=65$

$7^2+9^2=\sqrt{130}$





$CF=\frac{BF}{\cos}$

$2^x+7\cdot 2^{65} \le 70+(2^{64}-1)x$

$2^x > 2^x+7\cdot 2^{65}$

$\frac{AB}{\frac{\sqrt2}{2}}=2\cdot 5$

$x=2$ $\quad 2^x \ge 2$

$y \ge 4+7\cdot 2^{65}$

$y \le 70+2^{65}-2$

$AB=\sqrt2\cdot 5$

$x=4$

$y \ge 16+7\cdot 2^{65}$

$y \le 70+4\cdot 2^{65}$

$70+x\cdot 2^{64}-x-2^x-7\cdot 2^{65}$

$x=3$

$y > 8+7\cdot 2^{65}$

$y \le 70+2\cdot 2^{65}-4$

$70-x-2^x+2^{64}(x-6)>0$

$x>6$

$x=7$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3375 | 5
675 | 5
135 | 5
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

$C_8^3 + C_8^2 \cdot 4$ $\quad x = 10^9$

$C_8^3 \cdot C_8^2$

$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$

$\cos\left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

2) $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\cos 14x = \cos 14x \cdot \cos 3x - \sin 14 \cdot \sin 3x$

$\cos 11x - \sqrt{2}\cos 11x \cdot \cos 3x - \cos 3x - (\sin 11x - \sqrt{2}\sin 11x \cdot \cos 3x - \sin 3x) = 0$

$\cos 11x (1 - \cos$

$2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2} = \sin x + \sin y$

$\cos 11x - \cos 3x = -2\cos 7x \cdot \cos 4x = -(\cos 11 + \cos 3$

$\sin 11x - \sin 3x = 2\cos 4x \cdot \sin 7x$

$-2\sin 7x \cdot \sin 4x = -(-\cos 11x + \cos 3x)$

$-2\cos 7x(\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$

$\left[\begin{array}{l}\cos 7x + \sin 7x = 0 \\ \cos 7x = -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

$\cos 11 - \cos 14x \cdot \cos 11x + \sin 14x \cdot \sin 11x +$
$+ \sin 11x + \sin 14x \cdot \cos 11x - \sin 11x \cdot \cos 14x$
$\cos 11x(1 - \cos 14x + \sin 14x) - \sin 11x(1 - \sin 14x + \cos 14x)$
$(\sin 14x - \cos 14)(\cos 11x + \sin 11x) + \cos 11x - \sin 11x$

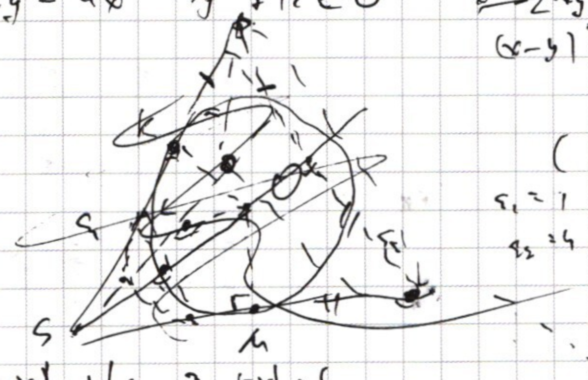
3) $\begin{cases}\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12 = 0\end{cases}$

$\cancel{x^2 - 2xy + y^2}$ $\quad (x-y)^2 - (2y-3)^2 = 9$

$(x-y)^2 - 4y^2 + 12y$

$-(4y^2 - 12y + 9) + 9 = 0$

4)



$(x - 3y + 3)(x + y - 3) = 9$

$S_1 = 1$

$S_2 = 4$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$

$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^{2\lg xy}$

$\lg x \cdot \lg\frac{y^5}{x} = \lg y \cdot \lg xy$

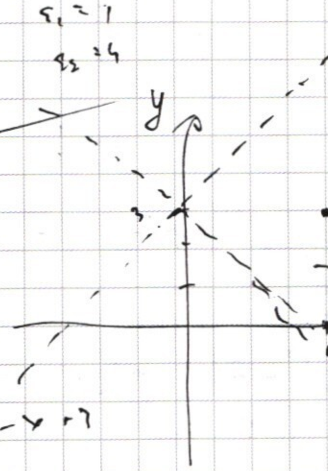
$-\lg x \cdot \lg x + \lg x \cdot \lg y$

$\lg x = a$

$\lg y = b$

5) $|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$

$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$



$y - 3 - x \geq 0$ $\quad y - 3 + x \geq 0$

$y - 3 \geq x$ $\quad y - 3 \geq -x$ (1)

$y \geq x - 3$ (2) $\quad y \geq -x + 3$

Расс. (1) $\quad 2y - 6 = 6$

$2y = 0$ $\quad$ (1) и не (2)

$a \cdot (5b - a) = b \cdot (a + b)$

$-a^2 + 5ab = b^2 + ab$

$b^2 + a^2 - 4ab = 0$

$(b - a(2+\sqrt{3}))(b - a(2-\sqrt{3})) = 0$ $\quad (b - 2a)^2 - 3a^2 = 0$ $\quad (b - 2a)^2 = a b$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

(1) $y > x + 3$

(2) $y > -x + 7$

$(x + y + c)(x - 3y + b) =$

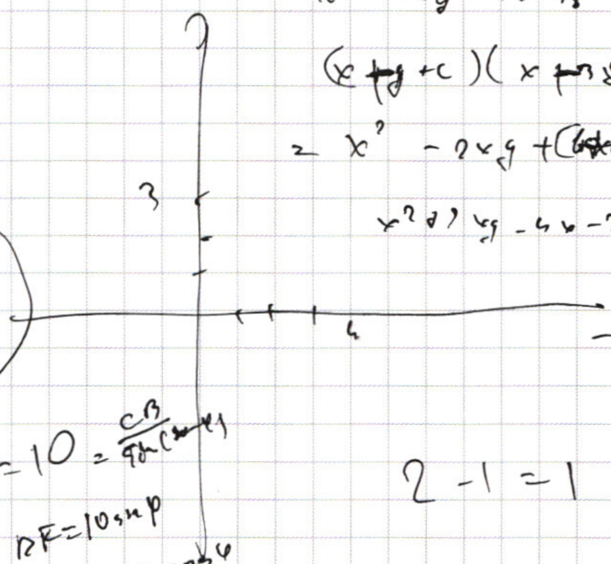
$6c = 0$

$= x^2 - 2xy + (b + c)x - 3y^2 + y(b - 3c)$

$b + c = 4$

$b - 3c = 12$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y$



$b + c = -4$

$-3c + b = 12$

$bc = 0$

0) $R = 5$

$\frac{BD}{\sin\varphi} = 10 = \frac{CB}{\sin(\ldots)}$

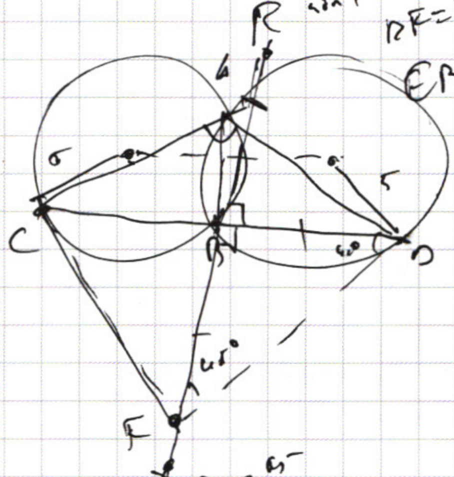
$DF = 10\sin\varphi$

$CB = 10 \cdot \cos\varphi$

$2 - 1 = 1$

$x = 6$

$\frac{2^x}{\ln 2}$

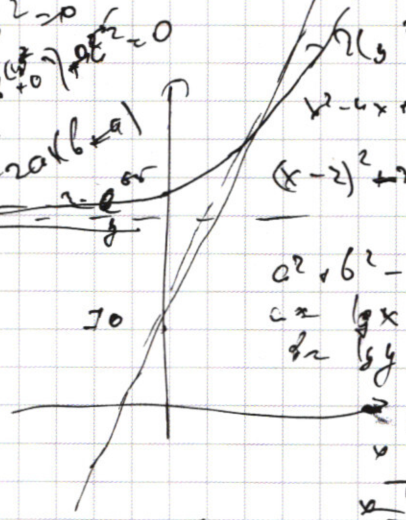


$2a^2 - 7ab + b^2 = 0$

$-7(y^2 - 4y + 4) + 12$

$x^2 - 4x + 4 - 4$

$(x - 2)^2 - 7(y - 2)^2 + \ldots = 0$



7 $\quad y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$

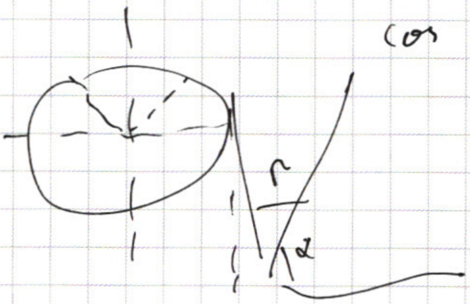
$y \le 70 \quad (2^{64} - 1)x$

$a^2 + b^2 - 4ab = 0$

$a = \lg x$

$b = \lg y$

cos



$x = 7$

$\frac{1}{70}$

$\times 56$

1680

$5 \cdot 4 \quad 1680$

$C_8^3 = \frac{5 \cdot 1}{2} \cdot 2$

$\sum_{0}^{69} 2^{x} = \sum_{0}^{69} 2^{x} -$

$70 + 7 \cdot 2^{64}(7 - 6) - 7 - 2^7 = 2^{69} -$

$x = 70$

$70 \cdot 2^{64}(64 - 70 - 2^{70} = 0$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)