

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y}\right)^{\lg 2} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 3 \\ x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4(x+2y) = (2y+x)(y-x-4)$$

$$(2y+x)(y-x-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \quad \text{I} & // x \in (-\infty, 0); y \in (0, +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x+4 \quad \text{II} & // x \in (-4, 0); y \in (0, 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y}\right)^{\lg 2} = (-x)^{\lg(-xy)} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad \left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})}\right)^{\lg 2} = (-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{x}{2}))}$$

$$(4x^3)^{\lg 2} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(-\frac{x}{2})}$$

$$\left(\frac{4x^3}{-x}\right)^{\lg 2} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$4^{\lg(-x)-\lg 2} \cdot (-x)^{\lg(-x)-\lg 2} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x)^{\lg(-x)-\lg 2} = 0 \quad \text{н.к.}$$

$$\frac{4^{\lg(-x)-\lg 2}}{4^{\lg(-x)-\lg 2}} = 1$$

$$4^{\lg(-x)-\lg 2} = 4^{\lg 2} \cdot (-x)^{\lg 2}$$

$$\begin{aligned} (-x)^{1/2} - 4^{1/2}(-x)^{1/2} \\ -x^{1/2}((-x)^{1/2} - 4^{1/2}) = 0 \\ \text{K/K} \\ 0 \end{aligned}$$

$$(-x)^{1/2} = 4^{1/2}$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

$$y = 2$$

II

$$\left(\frac{x^2}{(x+4)^2} \right)^{1/2} = (-x)^{1/2}$$

$$\frac{(-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}}{(x+4)^2} = (-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}$$

$$\frac{(-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}}{(x+4)^2} = (-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}$$

$$\frac{(-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}}{(x+4)^2} = (-x)^{1/2} \cdot 1/2 \cdot (x+4)^{-3/2}$$

$$(x+4)^{3/2} \cdot (-x)^{1/2} = (-x)^{1/2} \cdot (x+4)^{3/2} \quad // \text{привести подобные}$$

$$(3 \cdot (-x)^{1/2} - 2 \cdot (-x)^{1/2}) \cdot (x+4)^{3/2} = (-x)^{1/2} \cdot (x+4)^{3/2}$$

$$] \quad (-x)^{1/2} = a$$

$$(x+4)^{3/2} = b$$

$$(3a - 2a)b = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + b^2 - ab = 0$$

$$(a-b)^2 + b(b-a) = 0$$

$$(b-a)(2b-a) = 0$$

$$] \quad (-x)^{1/2} = (x+4)^{3/2}$$

$$(-x)^{1/2} = (x+4)^{3/2}$$

$$x+4 = -x$$

$$x^2 + 8x + 16 = -x$$

$$x = -2$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

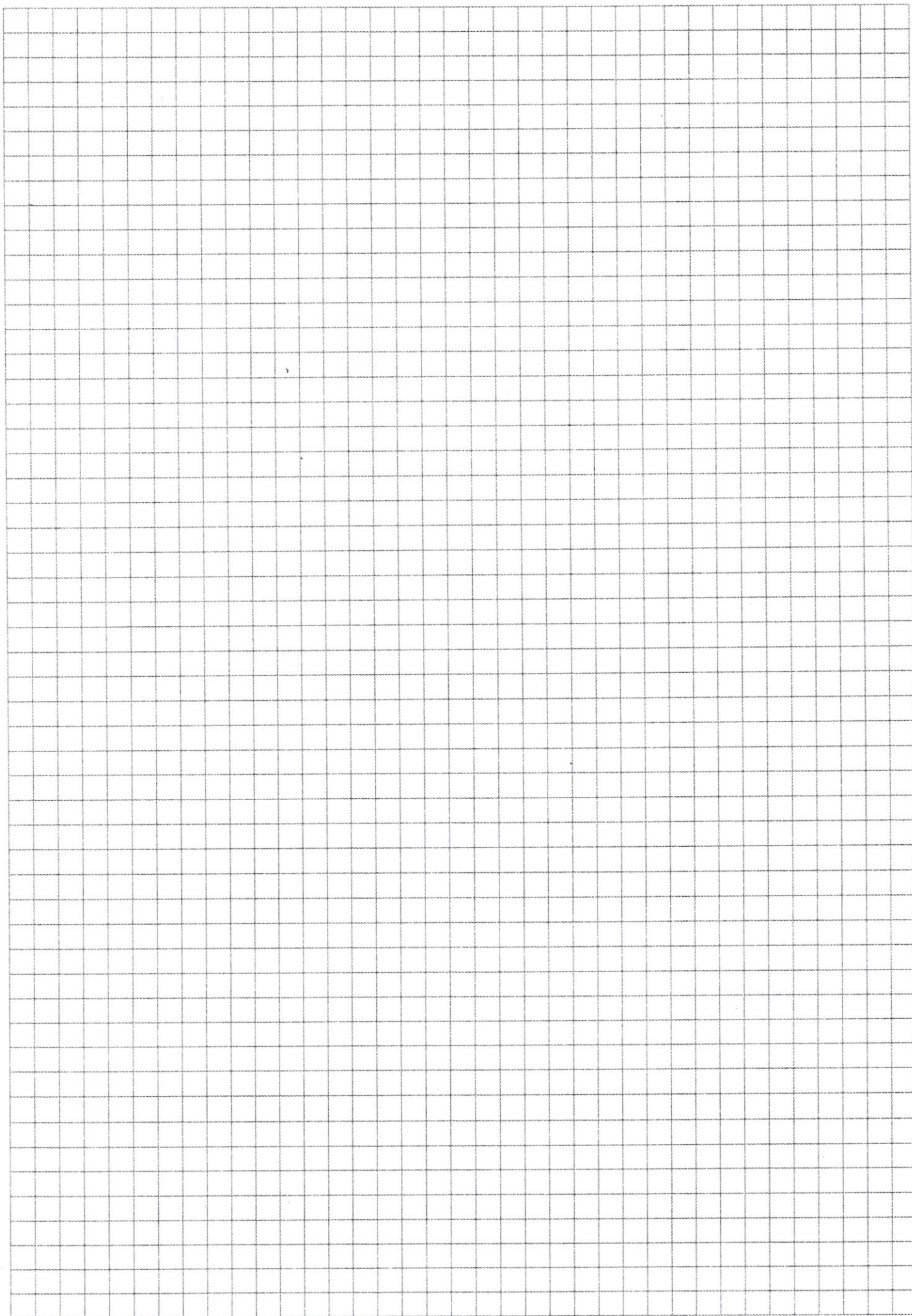
$$\begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-9 \pm \sqrt{77}}{2} \\ x = -\frac{9 \pm \sqrt{77}}{2} - \text{п.к.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-4, 0) \\ y \in (0, 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-9 \pm \sqrt{77}}{2} \\ y = \frac{-7 \pm \sqrt{77}}{2} \end{cases}$$

Ответ $(-4, 2); (-2, 2); (-\frac{9 \pm \sqrt{77}}{2}, \frac{-7 \pm \sqrt{77}}{2})$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а) $BC = 70$

~~$CF = 70$~~ $S_{ACF} = ?$

$$AD = AF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$10^2 = 2 \cdot 73^2 - 2 \cdot 73 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2 \cdot 73^2 - 10^2}{2 \cdot 73^2} =$$

$$BD^2 = 2 \cdot 73^2 + 2 \cdot 73 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 73^2 + 2 \cdot 73 \cdot 10^2$$

$$BD^2 = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{76 \cdot 36} = 46 = 24$$

$$CD = CB + BD = 34$$

$$AC = \frac{CD}{\sin \alpha}$$

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AB = \angle BDA = \angle ACD = \mu \alpha$$

$$AC = 77\sqrt{2}$$

~~$CF = 70$~~

~~$CF = 70$~~

$$\sin \angle ACF = \sin (\angle ACD + \angle FCD) = \sin \angle ACD \cdot \cos \angle FCD + \cos \angle ACD \cdot \sin \angle FCD$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{24}{76} + \frac{70}{76} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{94}{76} = \frac{9\sqrt{2}}{73}$$

$$S_{ACF} = \frac{\sin \angle ACF \cdot CF \cdot AC}{2} = \frac{\frac{9\sqrt{2}}{73} \cdot 26 \cdot 77\sqrt{2}}{2} = 18.77 \boxed{306}$$

$$\sin 7x + \sin 5x = 2 \sin \left(\frac{7x+5x}{2} \right) \cos \left(\frac{7x-5x}{2} \right) = 2 \sin 6x \cos x$$

$$\cos 2x + \cos 6x = 2 \cos \frac{2x+6x}{2} \cos \frac{2x-6x}{2}$$

$$\sin 2x \sin 6x = (\cos + \cos)$$

$\cos 2$

$$(2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 10x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 5x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{1}{2} \sin \alpha + \sin \beta$$

$$-2 \sin$$

$$0.7 \quad \frac{5}{7} \quad \sin$$

$$\cos \frac{\pi}{3} + \cos \pi = 1 - 1 = -1$$

$$\cos(\frac{\pi}{3}) + \cos(5 \cdot \frac{\pi}{3}) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) =$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$= \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{3} + \cos \pi = 2 \cos \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$$

$$(7) \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{2x} \\ y < 85 - x + 3^{2x} \end{cases}$$

$$\frac{25}{13}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

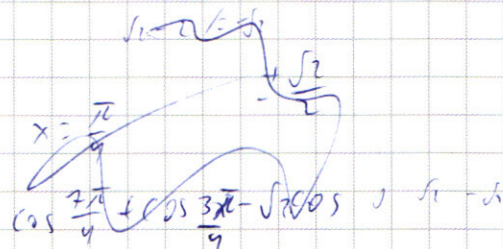
$$2 \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -1$$

$$2 \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -1$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta$$



$$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} + 2 \cos \sin 3 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} + \sin 2\pi =$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 10x$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha = \cos \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) = 2 \sin 5x \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (-\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x) =$$

$$2 \sqrt{2} \cos 2x \sin(\frac{\pi}{4} + 5x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$\begin{array}{r l} 76875 & 5 \\ 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \cdot 75 \cdot 75 \\ 13 \\ \times 675 \\ 17 \\ \hline 4375 \\ 7250 \\ \hline 16875 \end{array}$	$1) C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 56 \cdot 5 = 280$
$76875 = 5^4 \cdot 3^3$	$2) C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 \cdot 3 = 280 \cdot 3$	$280 \cdot 3 + 280 = 280 \cdot 4 = 1120$
3591		
$1) 5555 3331$		
$2) 5555 3911$		

②

$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$

$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$

③

$\int \left(\frac{x^4}{y^2} \right) g(y) = (-x) g(-y)$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0$

$2y^2 - 2xy + xy - x^2 = 2y(y-x) + x(y-x) = (2y+x)(y-x) - 4(y+x) =$

$= (y+x)(y-x-4) = 0$

$y = -x$

$y = x+4$

$2 \lg^2 = \lg^2$

$\left(\frac{y}{x^2} \right)^2 = \frac{y^2}{x^4}$

$$7) \left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})}$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x}{2}) + \lg(-x)}$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x}{2})} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\left(\frac{4x^2}{-x} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-4x)^{\lg(-x) - \lg 2} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$4^{\lg(-x) - \lg 2} \cdot (-x)^{\lg(-x) - \lg 2} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{4^{\lg(-x)}}{4^{\lg 2}} \cdot \frac{(-x)^{\lg(-x)}}{(-x)^{\lg 2}} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\begin{cases} -x^{\lg(-x)} = 0 \quad \text{н.к.} \\ \frac{4^{\lg(-x)}}{4^{\lg 2} \cdot (-x)^{\lg 2}} = 1 \end{cases}$$

$$4^{\lg(-x)} = 4^{\lg 2} \cdot (-x)^{\lg 2}$$

$$(-x)^{\lg 2} = 4^{\lg 2} \cdot (-x)^{\lg 2}$$

$$-x^{\lg 2} (-x)^{\lg 2} - 4^{\lg 2} = 0$$

н
0

$$-x^{\lg 2} = 4^{\lg 2}$$

$$\boxed{x = -4}$$

$$y = 2$$

$$a^{\lg 20}$$

$$2^{\lg 2}$$

$$2^1$$

$$3^{\lg 3}$$

$$a^{\lg 2} = c^{\lg 4}$$

$$3^{\lg 4} =$$

$$4^{\lg 2}$$

$$2^{\lg 2}$$

$$3^1 = 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$$76875 = 5^4 \cdot 3^3$$

2 варианта ~~из~~ комбинаций цифр: 1) 5555 333 1

2) 5555 9311

$$1) C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 4 \cdot 1 = 56 \cdot 5 = 280$$

$$2) C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_1^1 = 280 \cdot 3$$

$$280 \cdot 3 + 280 = 280 \cdot 4 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел

Задача 5

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

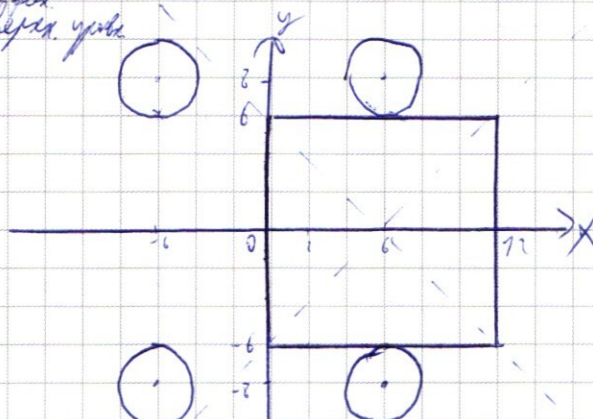
построить окружности

$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > x-6 \\ y \geq -x+6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq -x+6 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > x-6 \\ y < -x+6 \\ x = 0 \end{cases}$$



$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

Искать окружности с центром в (6, 8), отстоят от осей OX и OY на R = 6

тогда 4 центра ($\pm 6, \pm 8$)

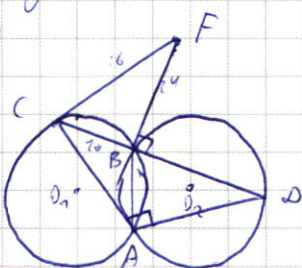
для каждой окружности кв. с центром (6, 8) будет границей для чисел

с осн в центре $(6; -8)$. Таким образом радиус R , чтобы
 $(x-6)^2 + (y+8)^2 = R^2$ пересекало кв. в 1 точке, это возможно лишь
 при касании $\Rightarrow R=2$; $S_{\text{ок}} = \pi$; $a=4$

Ответ: 4

Задача 6

а)



$R=13$
 $(1) BE \perp CD$
 $BF \perp CD$
 $\angle CAD = 90^\circ$

$$\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD =$$

$$= \angle CAB + \angle CBD = 90^\circ$$

~~Или~~ (no cl-by from graph)
 $= \frac{1}{2} (\angle CO_1 B + \angle BO_2 D) = 90^\circ$

$$\angle CO_1 B + \angle BO_2 D = 180$$

$$\angle BO_2 D = 180 - \alpha$$

$$\angle CO_1 B = \alpha$$

по теореме косинусов

$$BC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos \alpha$$

$$BP^2 = BD^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(180^\circ - \alpha) = 2R^2 + 2R^2 \cos \alpha$$

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos \alpha + 2R^2 + 2R^2 \cos \alpha = 4R^2$$

$$CF = 2R = \boxed{26}$$

б) $BC = 10$

$$BD = BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$CD = CB + BD = 34$$

$$\angle BCA = \angle B = \angle CDB \Rightarrow \angle CAD - \text{прямой} \Rightarrow AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

$$\sin(\angle ACF) = \sin(\angle ACD + \angle DCF) = \sin \angle ACD \cdot \cos \angle DCF + \cos \angle ACD \cdot \sin \angle DCF =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{24}{26} + \frac{10}{26} \right) = \frac{17\sqrt{2}}{13}$$

$$S_{ACF} = \frac{\sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF}{2} = \frac{\frac{17\sqrt{2}}{13} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 26}{2} = \boxed{306}$$

Ответ: а) 26

б) 306

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$\frac{(-x)^4 \lg(x+4)}{(x+4)^2 \lg(x+4)} = \frac{(-x)^4 \lg(x+4)}{(-x)^4 \lg(x+4)} = (-x)^4 \lg(x+4)$$

$$\frac{(-x)^4 \lg(x+4)}{(x+4)^2 \lg(x+4)} = -x^4 \lg(-x)$$

$$\frac{x^2}{x}$$

$$\frac{(-x)^4 \lg(x+4)}{(x+4)^2 \lg(x+4)} = (-x)^4 \lg(x+4)$$

$$\frac{(x+4)^3 \lg(-x)}{(x+4)^2 \lg(x+4)} = (x+4)^3 \lg(-x) - 2 \lg(x+4) = (x+4)^3 \lg \frac{(-x)^3}{(x+4)^2} = (-x)^3 \lg(-x)$$

$$(\lg(-x)^3 - \lg(x+4)^2) \lg(x+4) = \lg^2(-x)$$

$$(3a - 2b)b = a^2$$

$$3ab - 2b^2 = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$(a-b)^2 + b^2 = ab$$

$$(b-a)^2 + b(b-a) = 0$$

$$(b-a)(2b-a) = 0$$

$$\begin{cases} \lg(x+4) = \lg(-x) \\ 2 \lg(x+4) = \lg(-x) \end{cases}$$

$$\boxed{x = -2} \quad y = 2$$

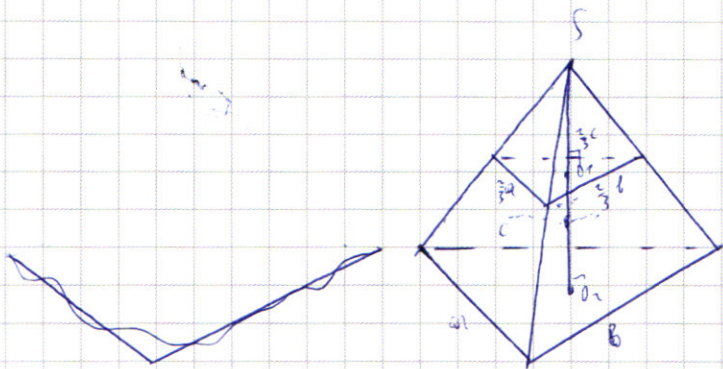
$$(x+4)^2 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 < 0$$

$$9 - 17 = 17$$

24.02.2023

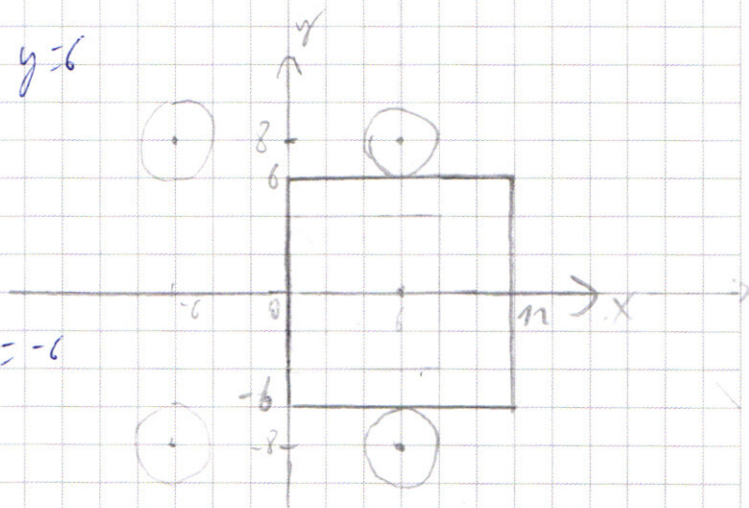


5)
$$\begin{cases} x-6-y + x-6+y = 12; & x=12 \\ y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+6+y + x+6+y = 12; & y=6 \\ y \geq x-6 \\ y \leq -x+6 \end{cases}$$

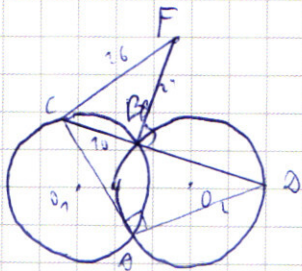
$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq -x+6 \\ x-6-y + x+6-y = 12; & y=-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq -x+6 \\ -x+6+y - x+6-y = 12; & y=0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \sqrt{a^2} = 2 \\ |a| = 4 \end{cases}$$

6) а)



$$\begin{aligned} CB^2 &= 2R^2 - 2R^2 \cos \alpha \\ BF^2 &= 2R^2 - 2R^2 (\cos(180-\alpha)) = 2R^2 + 2R^2 \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= 13 \\ C, B \in CD \\ \angle CAD &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DF &\perp CD \\ BF &= FD \end{aligned}$$

$$CF^2 = BF^2 + CB^2 = 4R^2$$

$$CF = 2R = 26$$

$$\angle CAB + \angle CAD = 90^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 90^\circ$$

$$\angle C + \angle A = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle C &= 180 - \alpha \Rightarrow \cos \angle C = \cos(180 - \alpha) \\ \angle D &= \alpha \Rightarrow \cos \angle D = \cos \alpha \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\cos 5x \sin(2x - \frac{\pi}{4})}{2\sqrt{2}\sin 5x \sin(2x - \frac{\pi}{4})}$$

$$\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\sin 5x = 2\sqrt{2}\sin 5x \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\sin 5x (\sin 5x + \sin(2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$1 = 2\sin 5x \sin$$

