

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $9261 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow$ Искомые 8-ми значные числа состоят из одного из двух наборов: $[9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1]$
 $[3, 3, 3, 7, 4, 7, 1, 1]$

Если число состоит из чисел $9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1$, то таких чисел всего: $\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 32 \cdot 35$

Если число состоит из чисел $3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1$, то таких чисел всего: $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 16 \cdot 35$

Всего таких чисел: $35(32 + 16) = 1680$

Ответ: 1680

2. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x \\ \sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \sin 2x \\ \sin 7x = \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2x + 2\pi n, \\ 7x = \pi - \frac{\pi}{4} - 2x + 2\pi n, \end{cases} n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}, \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$; $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$; $n \in \mathbb{Z}$

23
$$\begin{cases} (x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

(2): $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \Leftrightarrow (y - 2x)(y + x - 4) = 0 \Leftrightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases}$

~~Решим уравнение~~

(1): $(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$
 $x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2\ln x}$
 $x^{-2\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3\ln x}$

Если $y = 2x$, то:

$$\begin{aligned} x^{-2\ln x} &= (2x)^{\ln(2x)} \cdot (2x)^{-3\ln x} \\ x^{-2\ln x} &= 2^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x} \cdot 2^{-3\ln x} \cdot x^{-3\ln x} \\ x^{\ln x} &= 2^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x} \cdot 2^{-3\ln x} \\ x^{\ln x} &= 2^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x} \cdot 2^{\ln x} \cdot 2^{-3\ln x} \\ 2^{\frac{\ln x}{x}} &= 2^{\ln 2} \cdot 2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot 2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot 2^{-2\ln x} \\ y^{\ln x} &= 2x^{\ln 2} \Rightarrow x = 2, y = 2x = 4 \end{aligned}$$

Если $y = 4 - x$, то

$$x^{\ln \frac{1}{x^2}} = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x^2}} \Rightarrow x = 2, y = 4 - x = 2$$

Ответ: $(2; 2); (2; 4)$

25
$$\begin{cases} |x+y+5| + |y^4 - x + 5| = 10 & (1) \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Решение.

(2): Рассмотрим 4 случая раскрытия модулей и построим график ~~этого уравнения~~.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Если $x+y+5 \geq 0$ и $y-x+5 \geq 0$, то: $x+y+5+y-x+5=40$

$y=0$

2) Если $x+y+5 < 0$ и $y-x+5 < 0$, то $-x-y-5-y+x-5=10$

$y=-10$

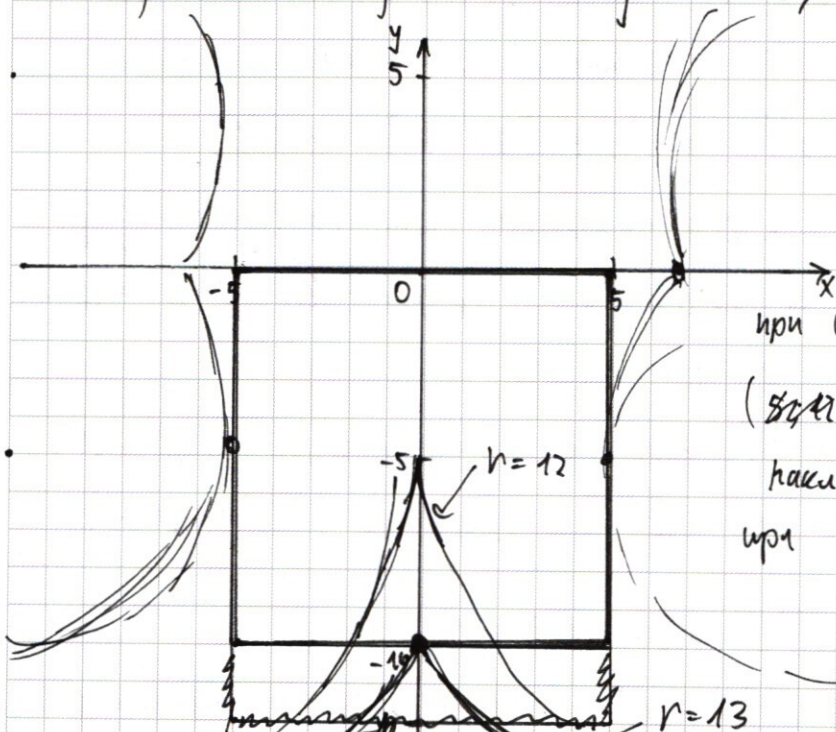
3) Если $x+y+5 \geq 0$ и $y-x+5 < 0$, то

$0+x+y+5+y+x+5=10$

$x=+5$

4) Если $x+y+5 < 0$ и $y-x+5 \geq 0$, то $-x-y-5+y-x+5=10$

$x=-5$



(2) $(|x-12| + |y-5|)^2 = a$

график этого ур-я -

при $a > 0$: 4 окружности с центрами

$(8, 12 \pm 12, 5)$; $(16, 5)$, $(12, 15)$, $(12, 5)$, $(12, 5)$, $(12, 5)$

накладывающиеся друг на друга.

при $a = 0$: 4 точки (ректный жем)

Ровно 2 решения будут когда миним. окр. касаются "прямоугол."

миним. снаружи или когда они пересекаются по середине, но не сверху.

Если окр. касаются, то $r=6 \Rightarrow a=36$

2 сл. вып. при $r \geq 12$ и $r \leq 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow a \in [144; 169]$

Ответ: $a \in \{36\} \cup [144; 169]$

$$27 \begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + (2^{33} - 2)x \end{cases} \quad (1)$$

(1): $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$ - ~~линейная~~ ^{показательная} функция

(2): $g(x) = 76 + (2^{33} - 2)x$ - ^и прямая пропорциональность

Заметим, что $f(x) = g(x)$ при $x = 6$ и

$$x = 38$$

т.к. одно из неравенств системы

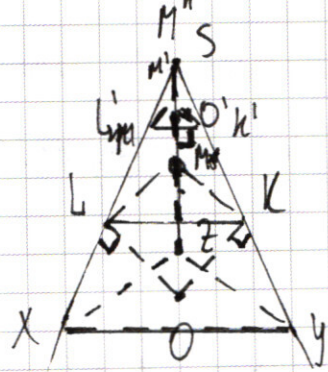
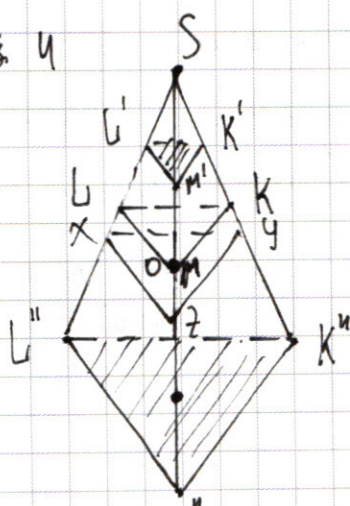
лишнее, то пары $(6; f(6))$ и $(38; f(38))$

не учитываются $\Rightarrow x \in [7; 37]$

Заметим, что при $x \in [7; 37]$, $x \in \mathbb{Z}$

y тоже $\in \mathbb{Z} \Rightarrow$ существует 30 решений системы
неравенств вида $(x; f(x))$, где $x \in [7; 37]$, $x \in \mathbb{Z}$.

≈ 6 и



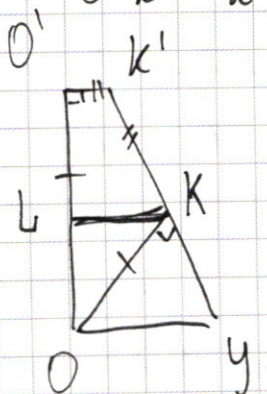
$\Delta K'L'M' \sim \Delta K''L''M''$ (т.к. сф. || площ. в 3хгр. ^{угол})
т.к. $S_{K'L'M'} = 1$; $S_{K''L''M''} = 16 \Rightarrow K^2 = 16 \Rightarrow$
 $\Rightarrow K = 4$

ΔXYZ находится между $\Delta K'L'M'$ и $\Delta K''L''M''$.

$$S_{XYZ} = \frac{1}{4} \cdot S_{K'L'M'} = 4; O \in (XYZ)$$

$$OO' = OK = OL = R$$

$O'K' = K'K$ (отрезки кас. из одной точки)





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 1$$

$$\sin(+)+\sin(-)$$

$$\sin \cos + \cancel{\cos \sin}$$

$$+ \sin \cos - \cancel{\cos \sin}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \cancel{89} \\ 9 \cancel{1} \overline{) 1029} \\ \underline{26} \\ 18 \\ \underline{81} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 343} \\ 9 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 28149} \\ \underline{63} \\ 673 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7^3 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow \begin{matrix} 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \end{matrix}$$

$$\text{Пересеч.} = 1) \frac{8!}{3!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 56 \\ \hline 168 \\ 336 \\ \hline 1680 \end{array}$$

(1680)

32

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 =$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 35 \\ \times 48 \\ \hline 280 \\ 140 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$77 \quad \cos 9x - \cos 5x - \int_1^1 \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$+ \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} = \sin a \cos b$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$$

$$2^{29} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33} \cdot 22 = 44$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ - 44 \\ \hline 32 \end{array}$$

22 34
2 4 3 2

$$\text{Ans } 2^5 + 11 \cdot 2^{24} - 7^{22} - 32^{34} =$$

$$= 8 \cdot 2^{24} - 2^{27} + 2^5 =$$

$$2^{32} - 2^{29} + 2^9$$

$$23 \quad \begin{cases} (x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x, y > 0$$

$$(2) \quad y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\frac{-17 \pm \sqrt{24}}{24}$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x(x-4) = 0$$

$$D: (x+4)^2 + 48(x-4) = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x =$$

$$9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$$

$$\begin{cases} y = \frac{x+4-3x+4}{2} \\ y = \frac{x+4+3x-4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x+4 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$(1) \quad \text{Если } y = 2x, \text{ то}$$

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$(x^2 \cdot (2x)^4)^{-\ln x} = 2x^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln 2 - \ln x^6}$$

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = \frac{2x^{\ln 2}}{2x^{\ln x^6}}$$

$$\frac{16 \cdot x^{-6 \ln x}}{16 \cdot x^{-6 \ln x}} = \frac{2x^{\ln 2}}{2x^{\ln x^6}}$$

$$\frac{16 \cdot 64 \cdot x^{-6 \ln x}}{64 \cdot x^{-6 \ln x}} = \frac{2x^{\ln 2}}{2x^{\ln x^6}}$$

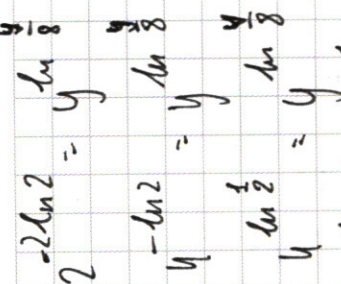
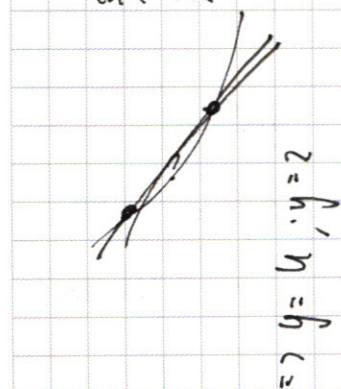
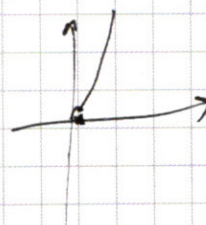
$$\frac{16 \cdot x^{-6 \ln x}}{64 \cdot x^{-6 \ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{2x^{\ln x^6}}$$

$$\left(\frac{64}{16}\right)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{10} + 3 \cdot 2^{24} = 76 + 10 \cdot 2^{33} - 20$$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{33} \cdot 38$$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{34} \cdot 19$$



$$4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2} \\ x=2 \Rightarrow y=4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② $y = -x + 4 = 4 - x$

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)}$$

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x + 4\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2x}}{(2x)^{3\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{3\ln x}}$$

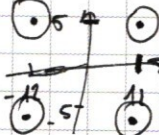
$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4}{x} - 1\right)}$$

25

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ — 4 графика, разл. парой график.

$(|x|-2)^2 + (|y|-5)^2 = a$ — 4 окр.



② $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ - гиперболическая.

$$-x-y-5 - y-x-5 = -10$$

$$\begin{aligned} -2y &= 20 \\ y &= -10 \end{aligned}$$

Сум $++$:

$$x+y+5 + y-x+5 = 10$$

$$y = 0$$

Сум $--$:

$$-x-y-5 - y-x-5 = 10$$

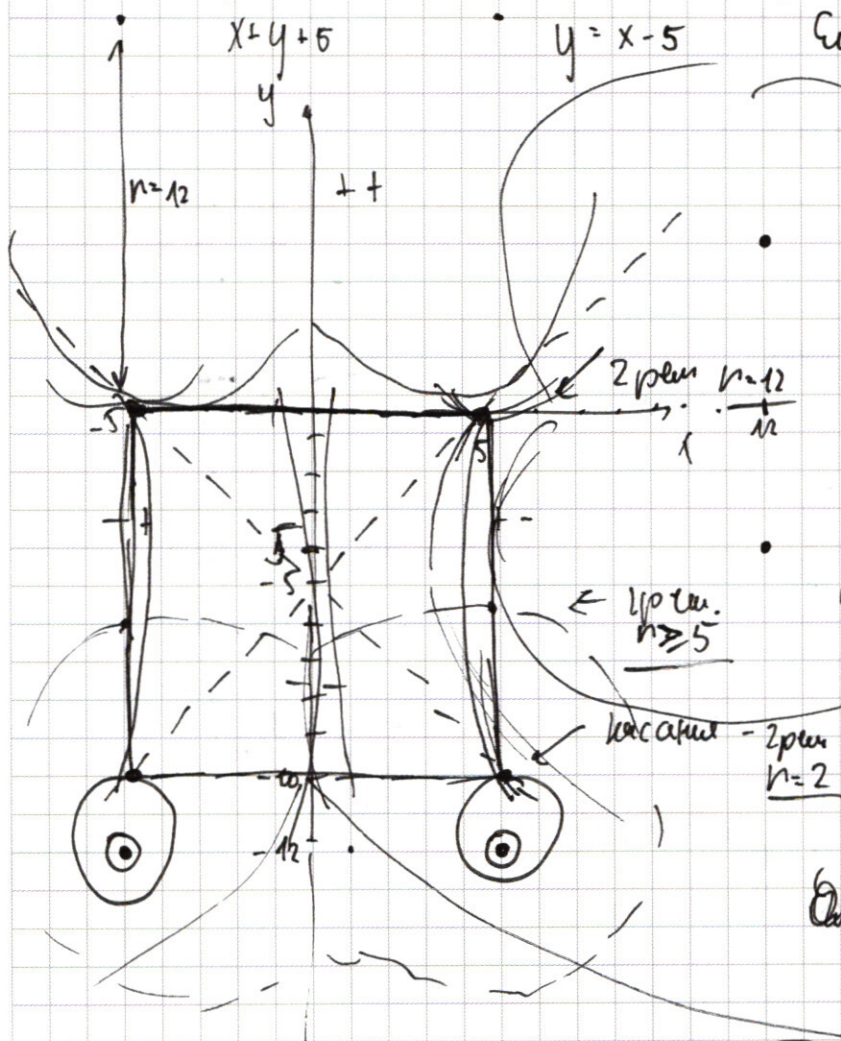
$$2y = -20$$

$$y = -10$$

Сум $-*$:

$$-x-y-5 + y-x+5 = 10$$

$$x = -5$$

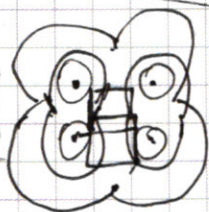


Ось: $a = r^2$

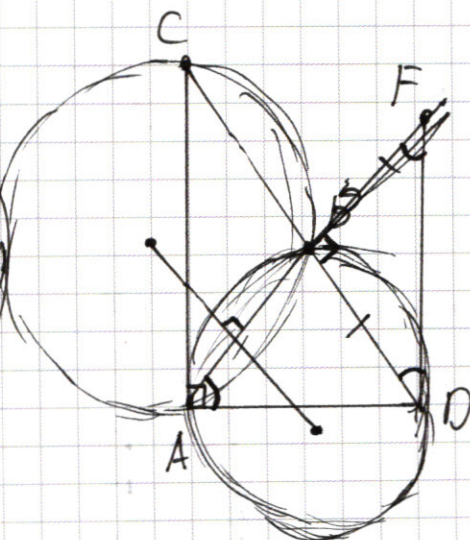
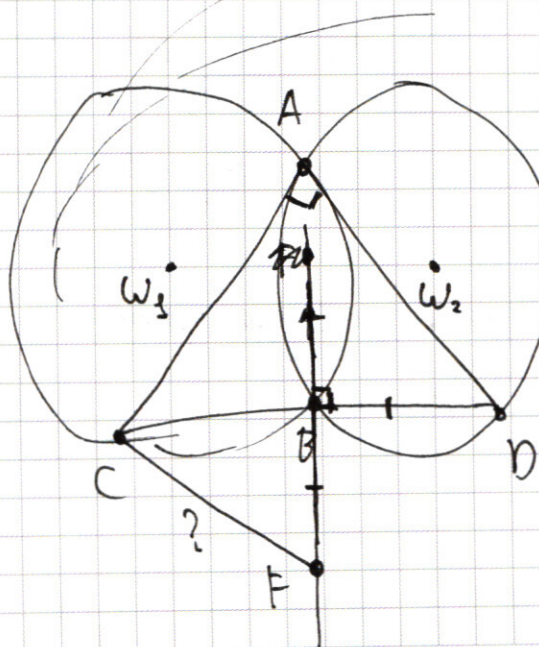
на $n \in \mathbb{N}$; $\{2\} \cup \{5; 12\}$

$r^2 \in \{4\} \cup [12; 5] \cup [25; 144]$

Ось: $a^* \in \{4\} \cup [25; 144]$
на $n \in \{2; 12\}$



26 а)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2x - 7 \ln x} ; 16^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = 2x^{\ln 2x} \cdot 2x^{-7 \ln x}$$

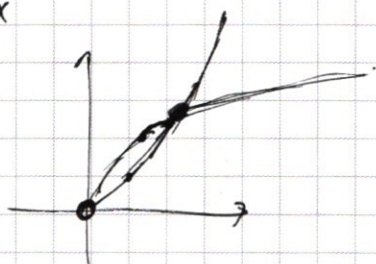
$$\left(\frac{16}{64}\right)^{-\ln x} \cdot 64^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = 2x^{\ln 2x} \cdot 2x^{-7 \ln x} ; 4^{\ln x} \cdot 2x^{-6 \ln x} = 2x^{\ln 2x} \cdot 2x^{-7 \ln x}$$

$$4^{\ln x} = 2x^{\ln 2x} \cdot 2x^{-\ln x} ; 4^{\ln x} = 2x^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x} \cdot 2^{-\ln x} \cdot x^{-\ln x}$$

$$4^{\ln x} \cdot 2^{\ln x} \cdot x^{\ln x} = 2^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x}$$

$$2x^{\ln x} = (2x)^{\ln 2x}$$

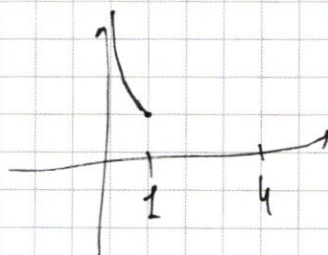
$$x=2 ; y=4$$



$$y=4-x \quad \left(x^2 \cdot (4-x)^4\right)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln \left(\frac{4-x}{x^2}\right)}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{-4 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \cdot (4-x)^{-7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x) - 3 \ln x}$$



$$x^{-2 \ln x} = (4-x)^{\frac{\ln(4-x)}{x^3}}$$

$$\frac{1}{0.9} > 1$$

$$x^{-2 \ln x^2} = (4-x)^{\ln \frac{(4-x)}{x^3}}$$

$$\left(x^2 \cdot y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y - 3 \ln x}$$

$$x^{-\ln x^2} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$$

$$x^{\ln \frac{1}{x^2}} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$$

$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

$$y=-x+5$$

$$-x-y=5-y+x+5=10$$

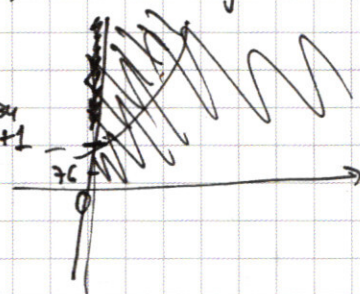
$$x^{\ln \frac{1}{x^2}} = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x^3}}$$

$$x=2 \Rightarrow y=2$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + (2^{33} - 2) \cdot x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + (2^{33} - 2) \cdot x \end{cases}$$



$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2$$

$$76 = 38 \cdot 2 = 76$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2^{33}x - 2x$$

$x=0$ - не подходит.

$$x=1 \quad 2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{34} - 1$$

$$4 + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2^{34}$$

$$x=2 \quad 4 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2 - 4$$

$$4 + 2 \cdot 2^{35} > 72$$

$$x=3 \quad 8 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 3 \cdot (2^{33} - 2)$$

$$8 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76.$$

$$x=6 \quad 64 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 6(2^{33} - 2)$$

$$76 + 3(2^{34} - 4)$$

$$64 + 3^{34}$$

При $x=6$ ①=②

$$x=12 \quad 256 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 8(2^{33} - 2)$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 12$$

$$x=12 \quad 2^{12} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 +$$

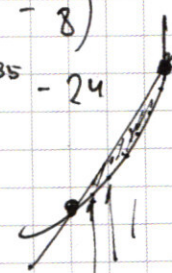
$$76 + 3(2^{35} - 8)$$

$$2^{12} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 3 \cdot 2^{35} - 24$$

$$y = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y = 76 + 2^{33}x - 2x$$



равны при $x=6$ и $x=38$ - 2 др. др.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$22 \quad \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = \frac{-\cos \cdot \cos - \sin \cdot \sin}{\cos \cdot \cos + \sin \cdot \sin} = -2 \sin \cdot \sin \\ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \frac{\sin \cdot \cos + \cos \cdot \sin}{\sin \cdot \cos - \cos \cdot \sin} = 2 \sin \cdot \cos \end{cases}$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x$$

$$\frac{\sin 7x (\cos 2x + \sin 2x)}{(\cos^2 2x - \sin^2 2x)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sin 7x}{\cos 2x - \sin 2x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\cos 4x = (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \sin 7x = \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x$$

$$\sin 7x = \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right)$$

$\uparrow$

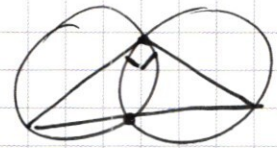
$$\begin{cases} 7x = \frac{\pi}{4} + 2x + 2\pi n; \\ 7x = \pi - \frac{\pi}{4} - 2x + 2\pi n; \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n;$$

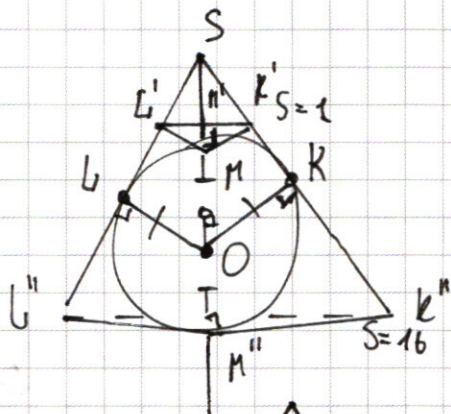
$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5};$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}; \quad n \in \mathbb{Z}$$

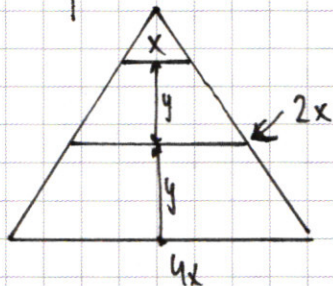


24

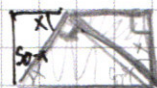


$$\Delta K'M'L' \sim \Delta K''M''L'' \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$\angle KSO = ?$ $SKLM = ?$



~~Sketch~~ (?) $(4y^4)^{-\ln 2} = y^{\ln 4}$



$$S_{xyz} = 4 \quad (|x| - \frac{1}{2})^2 + (|y| - \frac{1}{2})^2 = 4$$



$$y > 0; x > 0$$

23

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \\ y = 2x; y = 4-x; \end{cases}$$

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = 2x \ln(2x) - 7 \ln(x)$$

$$(8x)^{\ln x} = 2x$$

$$\left(\frac{10}{64} \right)^{\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} =$$

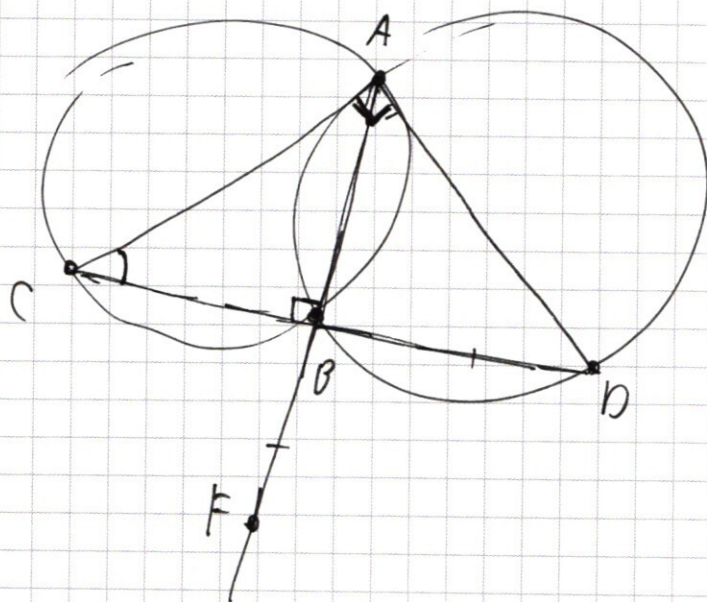
$$(16)^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = \frac{\ln x}{2x}$$

$$(8x)^{\ln x} = 2x$$

$$= \left(\frac{1}{4} \right)^{\ln x} \cdot (2x)^{-6 \ln x} = (2x)^{\ln 2x} \cdot 2x^{-7 \ln x} \cdot 4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2x} \cdot 2x^{-\ln x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

26



$$\angle ACD = 180^\circ - \angle ABD - \angle ADB$$

$$\angle ADB - 90^\circ = 180^\circ - \angle ABD - \angle ADB$$

$$2\angle ADB = 270^\circ - \angle ABD$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)