

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА'

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

т.к. число восьмизначное, то рассмотрим, какие возможные цифры могут быть. Заметим, что оно должно делиться на 5 или на 3 ~~и не делиться на другие простые~~.
Восьмизначные цифры могут быть только 9, 5, 3.
также в числе могут быть 1 т.к. они не добавляют никакого нового простого делителя.

Заметим, что в нашем числе не может быть 2-доек т.к. $\sqrt[3]{16875} = 3 \Rightarrow$ варианты разл. наборов цифр: 1) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1.
2) 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1.

Для I случая вариантов $\frac{8!}{4! \cdot 3!}$ (т.к. пятерок - 4 шт, троек - 3 шт).

Для II случая вариантов $\frac{8!}{4! \cdot 2!}$ (т.к. пятерок - 4 шт, единицы - 2 шт).

$$\Rightarrow \text{всего } \frac{8!}{4! \cdot 3!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} = 1120$$

Ответ: 1120

N2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - 10x \right)$$

$$2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \cos \frac{\pi}{4} + 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - 10x \right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}-3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-10x\right)$$

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)\cos(2x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0 \quad \text{или} \quad \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)$$

$$\frac{\pi}{4}-5x = \pi + 2\pi k$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right) = 0$$

$$-2\sin\left(\frac{7x-\frac{\pi}{4}}{2}\right)\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4}-3x}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7x-\frac{\pi}{4}}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$7x = \frac{9\pi}{4} + 4\pi k$$

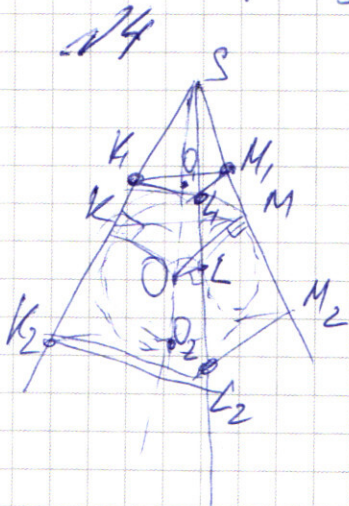
$$x = \frac{9\pi}{28} + \frac{4\pi k}{7}$$

$$\frac{3x-\frac{\pi}{4}}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$3x = \frac{9\pi}{4} + 4\pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \frac{4\pi k}{3}$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{5}; \frac{9\pi}{28} + \frac{4\pi k}{7}; \frac{3\pi}{4} + \frac{4\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$



Пусть SO — высота K, L, M , и

$$K_2L_2M_2, S_{K, L, M} = 4, S_{K_2L_2M_2} = 9$$

$$\text{Пусть } SO \cap (K, L, M) = O, SO \cap (K_2L_2M_2) = O_2$$

$$\text{так } \angle OKS = 90^\circ = \angle OK_2S, \text{ так}$$

$$(K, L, M \parallel K_2L_2M_2), \angle K, SO = \angle K_2SO = \angle K_2SO_2$$

так это один и тот же угол,

$$\text{то } \triangle SKO \sim \triangle SK_2O_2 \Rightarrow$$

$$\frac{SO}{SO_2} = \frac{KO}{K_2O_2} \Rightarrow SO : SO_2 = KO : K_2O_2$$

$$\text{Пусть } SO_2 = 3x \text{ и } KO = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ то } SO = 3x \cdot \frac{2}{3} = 2x$$

$$\Rightarrow O_2O = 3x - 2x = x \Rightarrow R(\text{радиус сферы}) = \frac{x}{2}$$

$$SO = SO_2 + O_2O = 2x + \frac{x}{2} = \frac{5x}{2} \quad KO = R = \frac{x}{2} \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{5x}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\angle KPO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$$

* $\triangle K_1 L_1 M_1 \sim \triangle K_2 L_2 M_2 \Rightarrow \frac{K_1 O_1}{K_2 O_2}$ т.к. $K_1 O_1$ и $K_2 L_2$ - соотв. элем.
в подобн. $\triangle$ -ках, $\frac{K_1 O_1}{K_2 O_2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

~~$\triangle KLM \sim \triangle K_2 L_2 M_2 \sim \triangle K_1 L_1 M_1$~~ т.к. их пл-ти параллельны
 $\rightarrow$ т.к. $\angle K_1 L_1 M_1 = \angle L_1 K_1 M_1 = \angle L_1 K_1 M_1 = \angle L_2 K_2 M_2$ т.к. их пл-ти паралл.
 аи-но оставшиеся углы соотв. равны $\Rightarrow$
 $\triangle KLM \sim \triangle K_2 L_2 M_2 \sim \triangle K_1 L_1 M_1$

$$\text{т.к. } \triangle KLM \sim \triangle K_2 L_2 M_2, \text{ то } \frac{S_{KLM}}{S_{K_2 L_2 M_2}} = \left(\frac{PO}{O_2}\right)^2 = \left(\frac{25x}{3x}\right)^2 = \frac{25}{36} \Rightarrow$$

$$S_{KLM} = \frac{25}{36} \cdot 9 = \frac{25}{4} = 6,25$$

Ответ: 6,25

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

раскроем модули в (1):

$$1) x-6-y + x-6+y = 12, x-6-y \geq 0, x-6+y \geq 0$$

$$x = 12, 12-6-y \geq 0, 12-6+y \geq 0$$

$$y \leq 6$$

$$y \geq -6$$

$$\text{т.е. } x = 12 \text{ при } y \in [-6; 6]$$

$$2) x-6-y - x+6-y = 12$$

$$y = -6, x-6-y \geq 0, x-6+y \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \leq 12$$

$$\text{т.е. } y = -6 \text{ при } x \in [0; 12]$$

$$3) -x+6+y+x-6+y=12$$

$$y=6, \quad x-6-y \leq 0 \quad x-6+y \geq 0$$

$$x \leq 12 \quad x \geq 0 \quad \text{т.е. } y=6 \text{ при } x \in [0; 12]$$

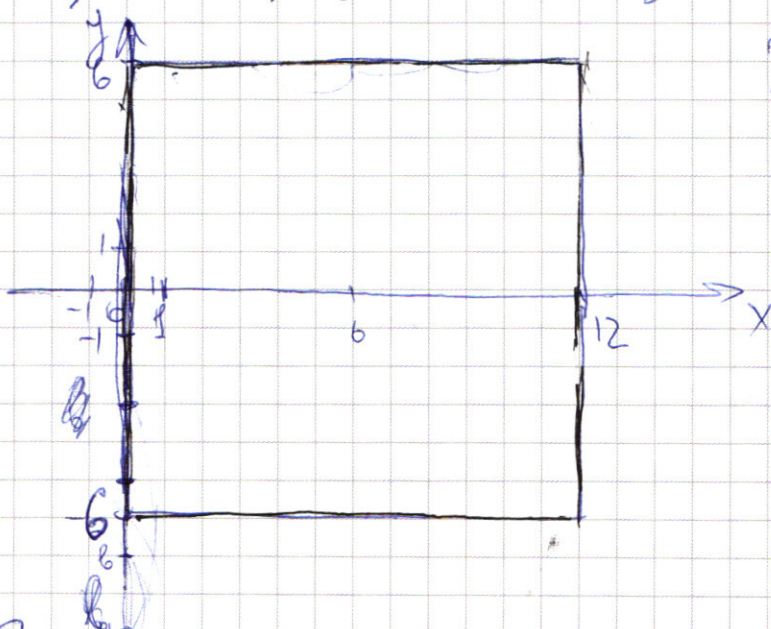
$$4) -x+6+y-x+6-y=12$$

$$x=0, \quad x-6-y \leq 0 \quad x-6+y \leq 0$$

$$y > -6 \quad y < 6$$

$$\text{т.е. } x=0 \text{ при } y \in [-6; 6]$$

Построим график этой р-ии:



$$\text{Заметим } (|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a$$

$$\text{если } x \geq 0, y < 0,$$

то x, y также лежат

в III четверти или

$$(-x-6)^2 + (-y-6)^2 = a$$

$$(x+6)^2 + (y+6)^2 = a$$

замечим, что центр в

$$(-6, -8)$$

Заметим, что если окружность пересекает прямую $x=0$ в точке $(0, b)$, то она пересекает её и в точке

$$-8 - (-8+b) = -16+b \Rightarrow \text{если } b \in (-6; 6), \text{ то } -16+b \notin (-6; 6)$$

$\Rightarrow$ у этой окружности и нашим квадратом максимум может быть только 1 точка пересечения.

(т.к. точки окружности, не лежащие в этой четверти или на границе этой четверти не удовлетворяются).

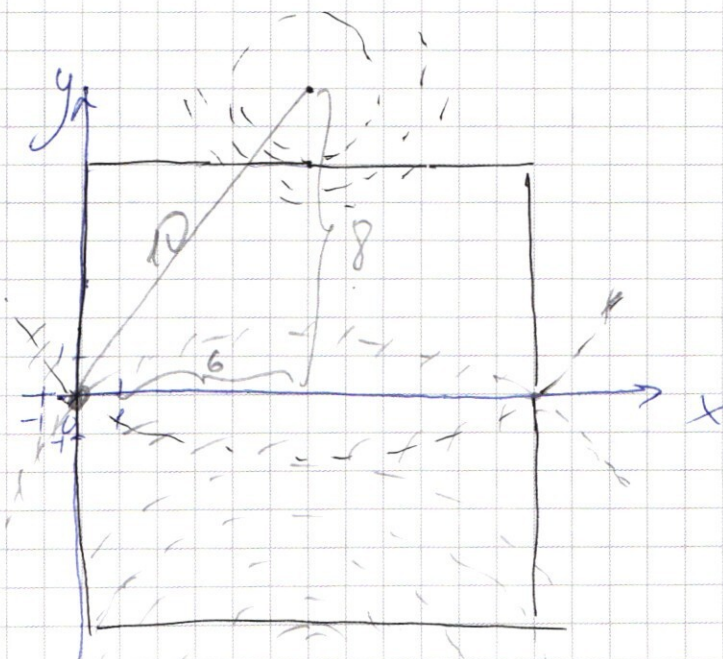
ан-но, если $x < 6, y > 0$, то центр окружности в точке $(-6; 8)$, $\Rightarrow$ она пересекает отрезок прямой

$x=0$ $[-6; 6]$ максимум в 1 точке (но не берёт другие

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

точки ~~квадрата~~^{кв} ~~квадрата~~ тк они не лежат даже на границе со II четвертью.

Теперь рассмотрим I и IV четверти:



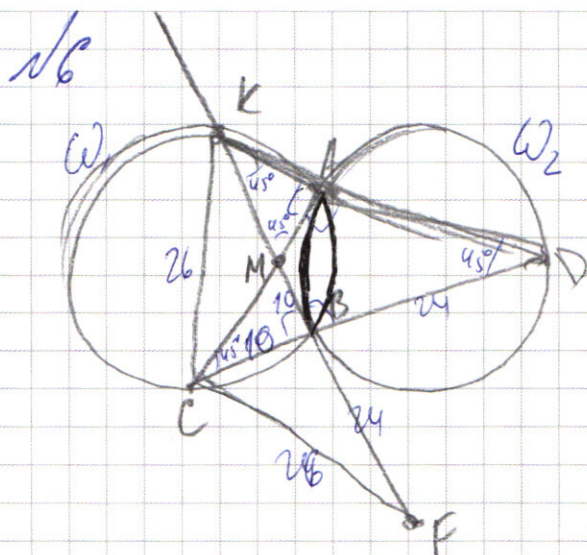
Центры этих окружностей
находятся в $i. (6; 8)$ и
 $(6; -8)$

Мы видим, что
когда радиус δ был
равно 2, то
радиус δ окружности
должен был ~~хотел~~
больше 2, но меньше
10 тк если меньше
либо $= 2$, то будет

либо касание, либо нет вообще пересек., а если
 > 10 , то все точки пересек. будут лежать в
других четвертях $\Rightarrow \Gamma a \in [2; 10] \Rightarrow a \in [4; 100]$

Ответ: $[4; 100]$

WB



Пусть K — пересек. BF и AD .

Докажем, что $K \in \omega_1$,

т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle KAC = 90^\circ$ по усл.

т.к. $\angle KBD = 90^\circ$ по усл, то

$\angle KBC = 90^\circ$: т.к. $\angle KAC = \angle KBC$,

то $A, B, C \in \omega_1$, то $K \in \omega_1$,

т.к. $\angle KAC = 90^\circ$, то KC — диаметр $\Rightarrow$

$$KC = 13 \cdot 2 = 26$$

т.к. $R_{\omega_1} = R_{\omega_2}$, то $\angle AB$, диаметр $\omega_1 = \angle AB$ принадлежит

$\omega_2 \Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$ (дуга AB равна т.к. отрезок AB опирается на них. т.к.

т.к. $\angle ADB = 45^\circ$, то $\angle DKB = 180^\circ - \angle KBD - \angle KDB = 45^\circ \Rightarrow KB = BD$.

т.к. $KB = BD$, $BD = BF$, то $KB = BF$.

в $\triangle KCB$: т.к. $KB = BF$, CB — высота, то $\triangle CKF$ — $\text{п/д} \Rightarrow$
 $CK = CF = 26$.

$$2) S_{ACF} = S_{CMF} + S_{MAF}$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

т.к. $BF = BD = KB$, то $BD = KB = 24$.

т.к. $CB = 10$, $BD = 24$, то $CD = 34 \Rightarrow AC = AD = 34 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$.

т.к. $KB = BD = 24$, то $KD = 24\sqrt{2} \Rightarrow KA = KD - AD = 24\sqrt{2} - 17\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

т.к. $\angle AKM = 45^\circ$, то $KA = AM = 7\sqrt{2}$, $\angle AMF = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

$$S_{AMF} = \frac{AM \cdot MF \sin \angle AMF}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot (24 + 10) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 7 \cdot 17$$

$$S_{CMF} = \frac{MF \cdot CB}{2} = \frac{34 \cdot 10}{2} = 17 \cdot 10 \Rightarrow S_{ACF} = 17 \cdot 7 + 10 \cdot 7 = 289$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: а) 26; б) 289

№3

$$xy^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$(xy + x)(y - x - 4) = 0$$

$$y = -\frac{x}{2} \text{ или } y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

Реш: т.к. $\lg y$, то $y > 0$, т.к.

$\lg(-xy)$, то $-xy > 0$, $\Rightarrow$ т.к. $y > 0$, то $-x > 0$.

Если $y = -\frac{x}{2}$.

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$10^{\lg \frac{x^4}{y^2} \lg y} = 10^{\lg(-x) \lg(-xy)}$$

$$\lg \frac{x^4}{y^2} \lg y = \lg(-x) \lg(-xy) \quad \text{подставляем } x = -2y$$

$$2 \lg 4y \lg y = \lg 2y \cdot \lg y^2$$

$$2(\lg 4 + \lg y) \lg y = (\lg 2 + \lg y)(\lg 2 + 2 \lg y)$$

$$2 \lg 4 \lg y + 2 \lg^2 y = \lg^2 2 + 3 \lg y \lg 2 + \lg^2 2$$

$$\lg 2 \lg y = \lg^2 2$$

$$\lg y = \lg 2$$

$$y = 2 \Rightarrow x = -4$$

Если $y = x + 4$: $\Rightarrow x = y - 4$.

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$10^{2 \lg \frac{x^2}{y} \lg y} = 10^{\lg(-x) \lg(-xy)}$$

$$2 \lg \left(\frac{y-4}{y} \right)^2 \lg y = \lg(4-y) \lg((4-y)y)$$

$$2(2 \lg(y-4) - \lg y) \lg y = \lg(4-y) (\lg(4-y) + \lg y)$$

$$4 \lg(y-4) \lg y - 2 \lg^2 y = \lg(4-y) \lg y + \lg^2(4-y)$$

$$3 \lg(y-4) \lg y = 2 \lg^2 y + \lg^2(4-y)$$

$$2 \lg^2 y - 3 \lg(4-y) \lg y + \lg^2(4-y) = 0$$

$$D = 9 \lg^2(4-y) - 4 \cdot 2 \lg^2(4-y) = \lg^2(4-y)$$

$$\pm \sqrt{D} = \pm \lg(4-y)$$

$$\lg y = \frac{\pm \lg(4-y) + 3 \lg(4-y)}{4}$$

$$1) \lg y = \frac{\lg(4-y) + 3 \lg(4-y)}{4} = \lg(4-y)$$

$$y = 4y$$

$$\underline{y=2} \Rightarrow x = y-4 = -2$$

$$2) \lg y = \frac{-\lg(4-y) + 3 \lg(4-y)}{4}$$

$$2 \lg y = \lg(4-y)$$

$$\lg y^2 = \lg(4-y)$$

$$y^2 = 4-y$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

т.к. $y > 0$, то $\frac{\sqrt{17}-1}{2}$ не
подходит

$$\text{т.к. } 4-y > 0, \text{ то } y < 4. \quad \frac{\sqrt{17}-1}{2} < 4$$

$$\sqrt{17}-1 < 8 \text{ (99)} \Rightarrow x = y-4 = \sqrt{17}-5$$

Ответ: $(\sqrt{17}-5; \sqrt{17}-1); (-2; 2); (\underline{2}; -4); (-4; 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{-2y}{y^2}\right) \lg y = 2y \lg(2y^2)$$

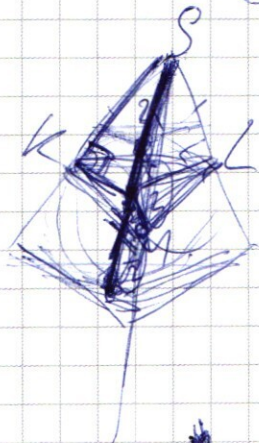
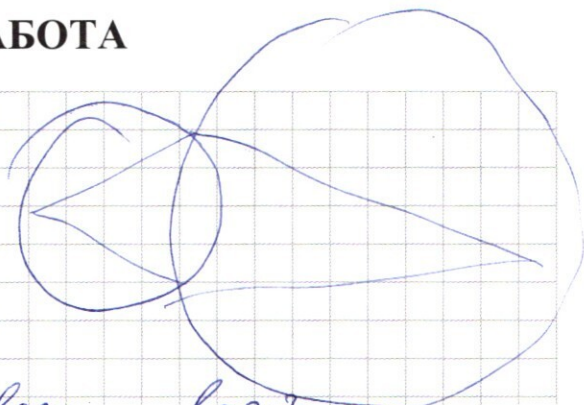
$$(16y^2) \lg y = 2y \lg 2y^2$$

$$16 \lg y \cdot 2 \lg y = 2y (2 \lg y + \lg 2)$$

$$2y = \frac{6y}{10}$$

$$10 \lg 2y = 2y \lg 2y$$

$$\lg 2y^2 =$$



$$2x + \frac{x}{2} = (25x)$$

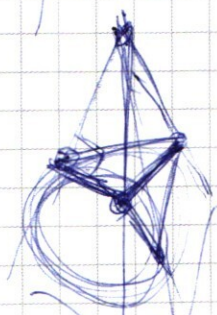
$$\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \frac{S}{S_0} (25)^2 = ?$$

$$\frac{25}{3} = \frac{5}{6}$$

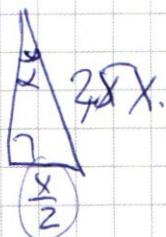
$$\frac{25}{2} = \frac{25}{4}$$

$$S = \frac{(25)^2 S_0}{(2)^4} = \frac{25}{16} S_0 = \frac{25}{16} \cdot 4 = \frac{25}{4} = 5\frac{1}{4}$$

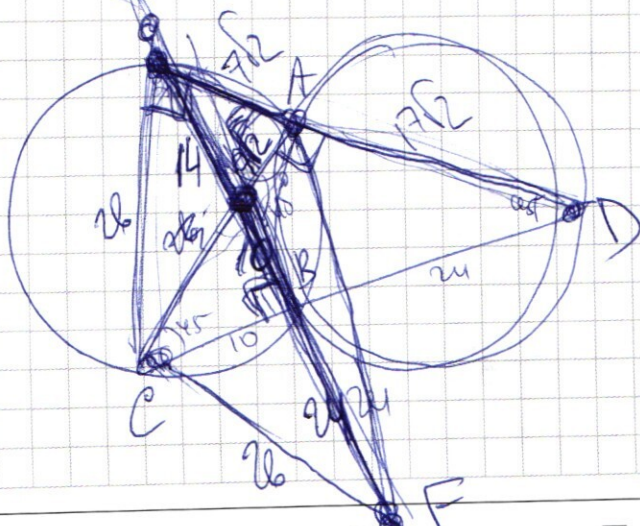
$$\frac{25}{6} \cdot \frac{25}{36} \cdot 9 = \frac{25}{5} = 5\frac{1}{4}$$



$$2x$$



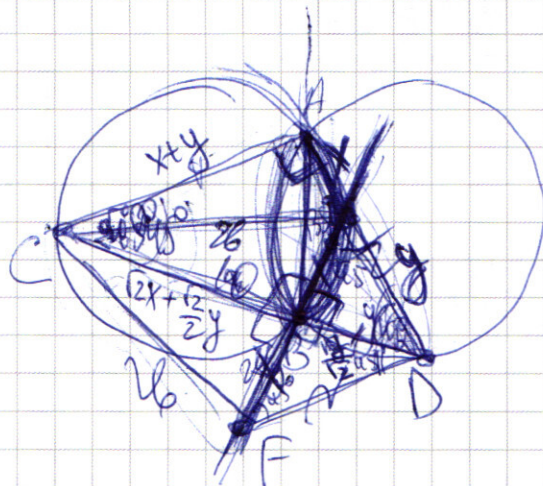
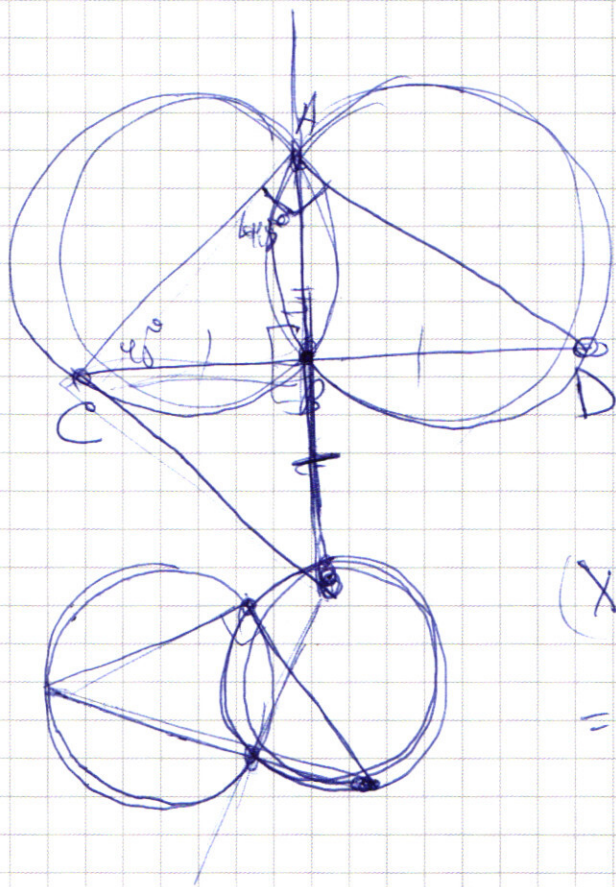
$$\sin \alpha = \frac{x}{25x} = \frac{1}{5}$$



$$\frac{34 \cdot 7 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 17.7 = 119$$

$$\frac{10 \cdot 34}{2} = 170$$

$$17.7 + 170 = 187.7$$



$$(x+y)\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}y = BD \cdot DC = AD^2$$

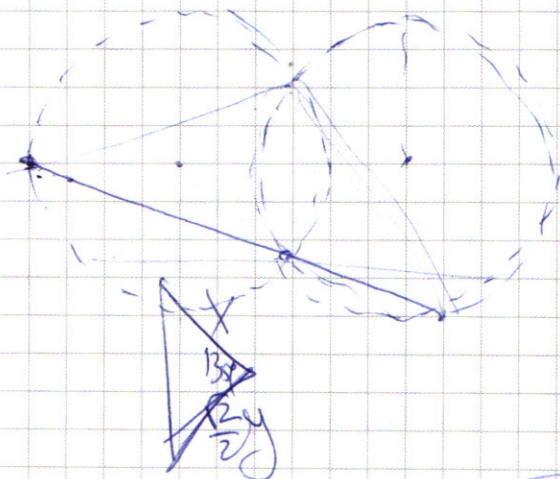
$$= x + \frac{\sqrt{2}}{2}y$$

$$CB \cdot CD = AC^2$$

$$y \cdot (x+y) = AD^2$$

$$x(x+y) = AC^2$$

$$y = x$$



$$\sqrt{2}(x+y) - \frac{\sqrt{2}}{2}y = (x+y)^2$$

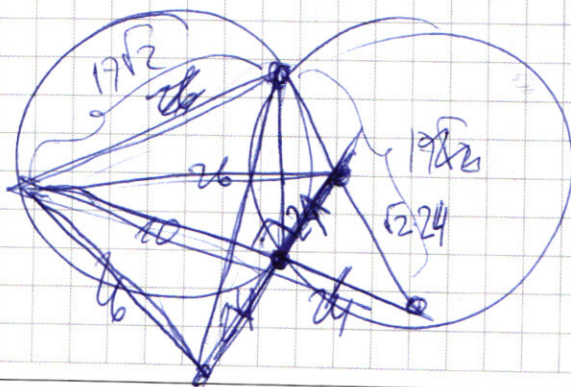
$$\sqrt{2}(x+y) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}y = y \cdot (x+y)$$

$$x^2 + \frac{y^2}{2} + 2xy \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = AB^2$$

$$x^2 + xy + \frac{y^2}{2} = AB^2$$

$$x^2 =$$

$$\frac{AB^2}{\sin 135^\circ} = 169$$



$$34$$

$$\frac{34\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$16875 = a_1 a_2 \dots a_8$$

КОРОВА
6.5.2021

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 5 \\ \hline 3375 & 3 \\ 1125 & 3 \\ 375 & 5 \\ 75 & 5 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3 = 625 \cdot 27$$

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 27 \\ \hline 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{3} = 56 \cdot 2 \cdot 10 = 1120$$

$$\begin{array}{l} 1) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 \\ 2) 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1) \frac{8!}{4! \cdot 3!} \\ 2) \frac{8!}{4! \cdot 2!} \end{array}$$

№2

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x &= \sin 7x + \sin 3x \\ 2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1) &= 2 \sin 5x \cos 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 30 + \sin 30 &= 1 \\ 2 \cdot \sin 30 \cdot \cos 0 &= 1 \end{aligned}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta =$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1)$$

$$\cos 5x \cos 2x - \cos 45^\circ \cos 10x = \sin 7x + \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(10x + 45^\circ) + \cos(10x - 45^\circ))$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} = (-x)^{\log(-xy)}$$

$$(y-x)^2 - (2x+2)^2 = 2y$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 - xy - 4y^2 - 2xy - 2x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$(y-x)^2 - 3y^2 - 3x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$\sqrt{|x-6-y|} + \sqrt{|x-6+y|} = 12$$

$$((x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$1) \quad x-6-y + x-6+y = 12$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$x-6-y \geq 0 \quad x-6+y \geq 0$$

$$6-y \geq 0, \quad 6+y \geq 0$$

$$y \leq 6, \quad y \geq -6$$

$$y \in [-6; 6]$$

$$x = 12$$

$$2) \quad x-6-y - x+6-y = 12$$

$$-2y = 12$$

$$y = -6$$

$$x-6-y > 0 \quad x-6+y < 0$$

$$x-6 > 0 \quad x-6-6 < 0$$

$$x > 6 \quad x < 12$$

$$x \in [0; 12]$$

$$3) \quad -x+6+y + x-6+y = 12$$

$$y = 6$$

$$-x+6+y \geq 0$$

$$-x+12 \geq 0$$

$$x \leq 12$$

$$x+6+y > 0$$

$$x > 0$$

$$x \in [0; 12]$$

$$4) \quad -x+6+y - x+6-y = 12$$

$$-2x+12 = 12$$

$$x = 0$$

$$x-6-y < 0$$

$$x-6+y < 0$$

$$-6-y < 0$$

$$-6+y < 0$$

$$y > -6$$

$$y < 6$$

$$y \in [-6; 6]$$

$$\sqrt{a} > 2, \quad \sqrt{a} \leq 10$$

$$a \in (4; 10]$$

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$x, y > 0$$

$$x, y < 0$$

$$(-x-6)^2 + (-y-8)^2 = a$$

$$(x+6)^2 + (y+8)^2 = a$$

$$x < 0, y > 0$$

$$(x+6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$x > 0, y < 0$$

$$(x-6)^2 + (y+8)^2 = a$$

$$x=0, y=-6$$

$$(-6)^2 + 4 = a$$

$$40$$

$$36 \neq 40$$

$$(0, 0) \quad (12, 0)$$

$$a=10 \quad \text{чб}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin \alpha = 2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha - \alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha + \alpha}{2}\right) =$$

$$= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) - \cos 10x = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos(2x) - \cos 10x = 0$$

$$2 \sin$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) - \sin 7x \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) +$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) \cos 2x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 10x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos 2x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = 0$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pi + 2\pi k$$

$$\cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = 0$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$-2 \sin\left(\frac{2x - \frac{\pi}{4} + 5x}{2}\right) \sin\left(\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2}\right) = 0$$

$$5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{5}$$

$$x = \frac{9\pi}{47} + \frac{4\pi k}{47}$$

$$x = \frac{3\pi}{47} + \frac{2\pi k}{47}$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$-xy > 0, y > 0$$

$$x < 0$$

$$\lg(-xy) = \lg(x) + \lg y$$

$$(-x)^{\lg(x) + \lg y} =$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\lg y^2} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$(x^2)^{2\lg y^2} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{2\lg y^2} = -x^{\lg x} \cdot -x^{\lg y}$$

$$(-x)^{4\lg y} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg x}$$

$$a^{\log_b c} = d^{\log_b e}$$

$$\log_a d^{\log_b e} = \log_b c$$

$$\log_{-x} \frac{x^4}{y^2}$$

$$(y-x-4)(2y+x) =$$

$$= 2y^2 + xy - 2xy - x^2 - 8y - 4x =$$

$$= 2y^2 - xy - x^2 - 8y - 4x = 0$$

$$y-x-4=0$$

$$2y+x=0$$

$$y = x+4$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$x = -2y$$

$$\left(\frac{4x^4}{x^2}\right)^{\lg \frac{x}{2}}$$

$$(y-1)(x-1)$$

$$(y-x-1)(2y+x+1) =$$

$$= 2y^2 + xy + y - 2xy - x^2 - x - x - 2y + 1$$

$$2y^2 - x^2 - xy - 2x - 3y + 1$$

$$2y^2 + xy + 3y - 2xy - x^2 - 3x - 2y + 1 - 3 =$$

$$= 2y^2 - xy - x^2 - 4x + y - 3$$

$$6y - 2ay = -8y$$

$$6 - 2a = 8$$

$$2a - b = 8$$

$$2a - (4-a) = 8$$

$$3a = 12$$

$$a = 4, b = 0$$

$$-xb - ax = -4x$$

$$b + a = 4$$

$$b = 4 - a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y \leq 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81} \cdot x = x$$

$$85 > 3^x - 1$$

$$y + 85 + (3^{81} - 1) \cdot x > 3^x + 4 \cdot 3^{81} + y$$

$$85 + 3^{81} \cdot x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81}(x - 4) - x - 3^x + 85 > 0$$

$$3^{81} \cdot x - 4$$

$$x < 81$$

$$x > 81$$

$$x = 4 + a$$

$$x < 4$$

$$3^{81} \cdot 0 - x - 3^x + 85 > 3^{81}(x - 4) - x - 3^x + 85$$

$$-x - 3^x + 85 > 0$$

$$x < 3$$

$$85 = 3$$

$$85 > x + 3^x$$

$$4 + 3^{81} = 3^0 + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81} \cdot 4 - x$$

$$1 < 85 - 4$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81} \cdot x - x$$

$$3^{81}(x - 4) = -3^{81}$$

$$x + 3^{81} + 3^x < 85$$

$$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y}$$

$$10^{\lg \frac{x^2}{y^2} \lg y} = 10^{\lg x \cdot \lg(-xy)}$$

$$\lg\left(\frac{4-y}{y}\right) + \lg y$$

$$\lg \frac{x^2}{y^2} \lg y = \lg x \cdot \lg(-xy)$$

$$2 \lg\left(\frac{x^2}{y^2}\right) \lg y = \lg(-x) \cdot \lg(-xy)$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2$$

$$10 \leq a$$

$$2(\lg x^2 - \lg y) / (\lg y) = \frac{1}{2} \lg x^2 / (\lg(-x) + \lg y)$$

$$\lg x^2 \lg y - \lg^2 y = \lg x^2 \lg y + \lg x^2 \lg(-x)$$

$$\frac{a+3}{4}$$

$$\lg x^2 \lg(-x) + \lg^2 y = 0$$

$$x = -2y$$

$$\lg \frac{4-y^2}{y^2} \lg y = \lg y$$

$$\lg 2 = 0$$

$$4 \lg 2 = 2 \lg 4$$

$$1 = 2 \lg$$

$$\lg y \lg 2 \lg y + 2 \lg(-2y) \cdot \lg(-2y) + \lg^2 y = 0$$

$$2 \lg^2(-2y) + \lg^2 y = 0$$

$$2 \lg(4y) \lg y = \lg 2y \cdot \lg 2y^2$$

$$2(\lg 4 + \lg y) \lg y = (\lg 2 + \lg y)(\lg 2 + 2 \lg y)$$

$$2 \lg 4 \lg y + 2 \lg^2 y = \lg^2 2 + 2 \lg 2 \lg y + \lg 2 \lg y + \lg^2 y$$

$$4 \lg 2 \lg y = \lg^2 2 + 3 \lg 2 \lg y$$

$$\lg 2 \lg y = \lg^2 2$$

$$\lg y = 1$$

$$y = 10$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{2} < 4$$

$$\sqrt{17}-1 < 8$$

$$x+4 > 0$$

$$x > -4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \Rightarrow 85 + (3^{81} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{81} \quad \text{Если } x \leq 3:$$

если: $85 + 3^{81}x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$, то

$$85 + 3^{81} \cdot 3 - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$x \cdot k \cdot 3^{81} \cdot 3 \geq 3^{81} \cdot x$$

$$85 - x > 3^{81}$$

$x > 3^{81}$

$85 + 3^{81}x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

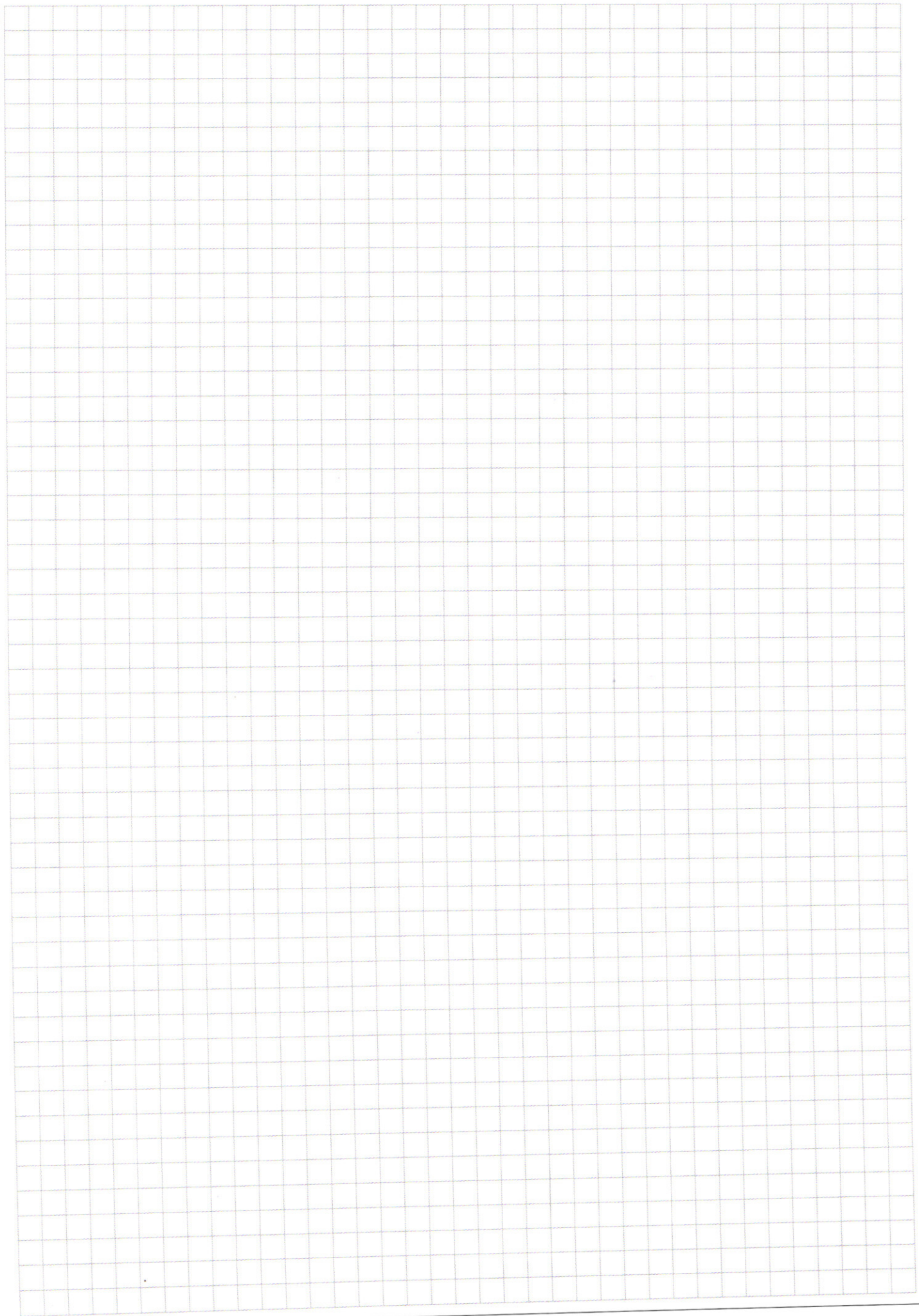
$$85 + 3^{81} \cdot 3^k - 3^k > 3^{3^k} + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + 3^{(81+k)} - 3^k > 3^{3^k} + 4 \cdot 3^{81}$$

$85 >$

$y > 4 \quad x \Rightarrow 3^k$

$$2^{2^3} = 2^8 \Rightarrow 4^3 = 2^6$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)