

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x.$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cdot \cos 5x. \Rightarrow$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0.$$

$$(\sin 2x + \cos 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0.$$

$$1) \sin 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \pi n, (n \in \mathbb{Z}).$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}}$$

$$2) 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x + 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = 0 \Rightarrow 2 \cos 5x + 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos 5x = -\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = \cos\left(\pi - \left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos 5x = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) \Rightarrow 5x = \pm\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) + 2\pi k, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}} \quad \text{и} \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi l}{3}} \quad \begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ l \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} (n \in \mathbb{Z}), x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi l}{7} (l \in \mathbb{Z}).$$

НТ

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3x(3^{27} - 1)$$

$$93 + 3x(3^{27} - 1) \geq y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3^{28} \cdot x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28}(x-4) > 3(3^{x-1} + x - 31) \Rightarrow 3^{27}(x-4) > 3^{x-1} + x - 31$$

$x-1=9$

$$3^{27}(x-1-3) > 3^9 + a - 30$$

$$3^{27}(a-3) > 3^9 + a - 30$$

$$3^9 \geq 3^{27}(a-3) \quad \text{если } \underline{a \geq 30}$$

по методу индукции:

$$3^{a-27} \geq a-30$$

$$a=30 \Rightarrow 27=27$$

$$a=31 \Rightarrow 3^1 \geq 28$$

$\vdots$

$$a=k \Rightarrow 3^{k-27} \geq k-3$$

$$a=k+1 \Rightarrow 3 \cdot 3^{k-27} \geq 3(k-3) \geq k-2 \Rightarrow k \geq 3,5 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow 4 \leq \underline{a \leq 29}$$

$$\Rightarrow$$

$$4 \leq x-1 \leq 29 \Rightarrow \boxed{5 \leq x \leq 30}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1. Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр из каждого равно 64827.

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4 = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

восьмизначных числа $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

1) первый случай $64827 = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Мы поставили 8 цифр на a_1 , 7 цифр на a_2 , ..., ..., 1 цифр на $a_8 \Rightarrow$ общий количество восьмизначных чисел равно на $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8!$

2) второй случай $64827 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Мы поставили 8 цифр на a_1 , 7 цифр на a_2 , 6 цифр на a_3 , ..., ..., 1 цифр на $a_8 \Rightarrow$ общий количество восьмизначных чисел, из которых произведение каждого равно на 64827, равно $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1 = 8!$

общий восьмизначных чисел равно $8! + 8! = 2 \cdot 8!$

Ответ: $2 \cdot 8!$

N3 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(y^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x = 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow (y - (x - 4))(y + 3x) = 0$$

$$\underline{y = x - 4 \text{ или } y = -3x}$$

$$-y > 0 \Rightarrow \boxed{y < 0}, \quad xy^2 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 0}$$

$$-y = a.$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\ln a} = x^{2(\ln x + 2\ln(-y))} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln a} \Rightarrow \frac{(x^3)^{\ln a}}{a^{\ln a}} = x^{2\ln x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{3\ln a - 2\ln x} = a^{\ln a} \Rightarrow (3\ln a - 2\ln x) \ln x = (\ln a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\ln a)^2 - 3\ln a \cdot \ln x + 2(\ln x)^2 = 0 \Rightarrow (\ln a - \ln x)(\ln a - 2\ln x) = 0$$

$$\Rightarrow 1) \ln a = \ln x \Rightarrow a = x = -y \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 2, y = -2}$$

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow x = y = 0 \quad \phi$$

$$2) a = x^2 = -y \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 4 = 0.$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad \phi$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ y = -3x \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad \phi$$

$$x = 3 \quad y = -9.$$

$$\text{Омбем: } x = 2 \quad y = -2$$

$$x = 3 \quad y = -9$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \quad y = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}.$$

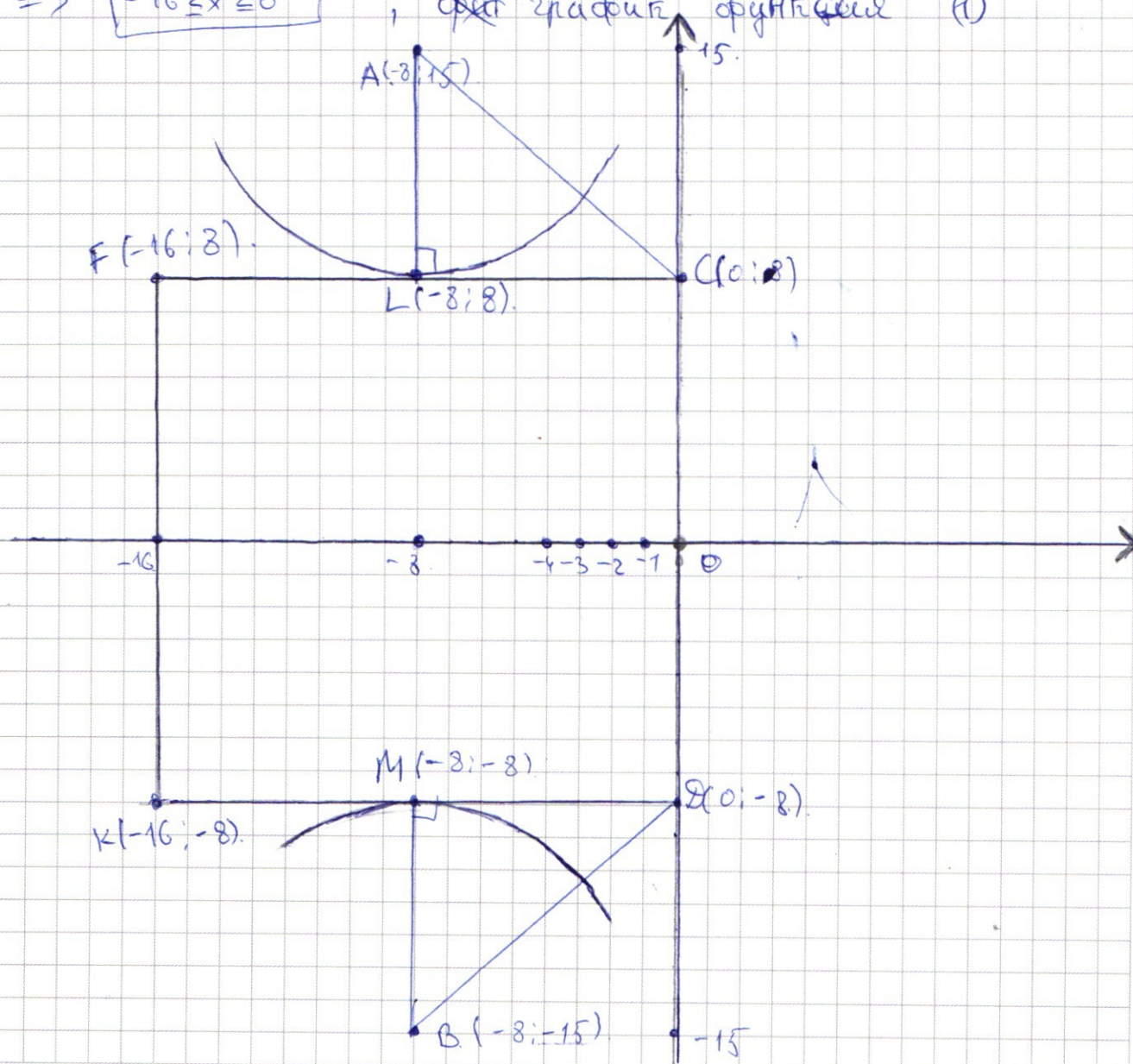
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. Найдите все значения параметра a , при которых система $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$ (1) имеет ровно 8 различных решений.
 $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ (2).

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \Rightarrow 16 \leq |x+y+8| + |x-y+8|$$

$$\Rightarrow -16 \leq x \leq 0, \text{ строгий график функции (1)}$$



$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \rightarrow$ график функции РКДС-квадрат.

$$x=0 \Rightarrow y=8, -8, 0.$$

$$x=1 \Rightarrow |1+y| + |1-y| = 16. \quad y=8, -8,$$

$$x=-2 \Rightarrow y=8, -8.$$

$x < 0 \Rightarrow (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$, имеет два окружности.

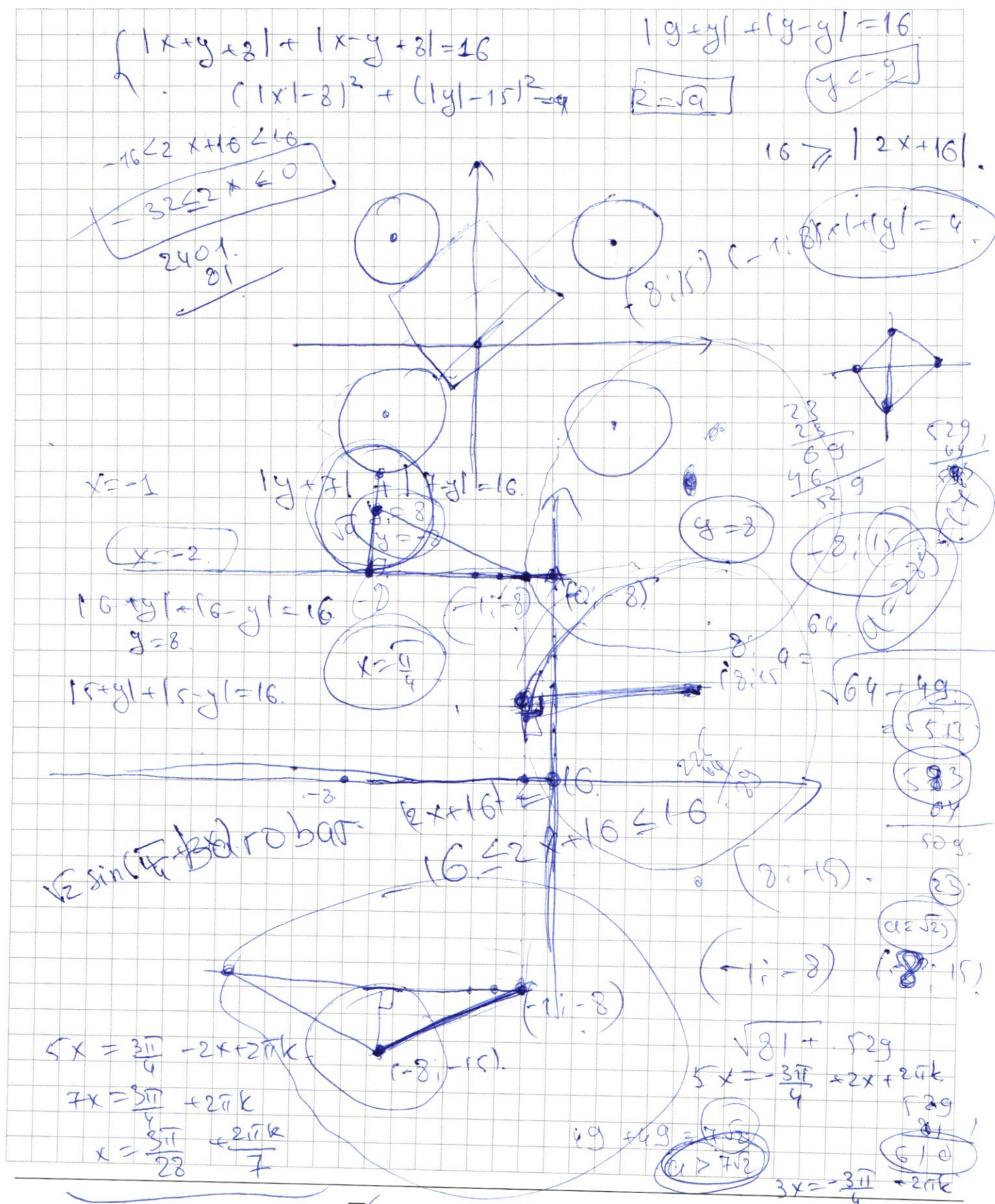
центр первого точки $A(-8; 15)$, а вторая $B(-8; -15)$.

если системы уравнений имеет ровно два решения
то два окружности надо касается на РКДС квадрат.

по теореме пифагора $AL^2 = a = AC^2 - CL^2 = 49 \Rightarrow \underline{a=49}$

$AC^2 = 113, CL^2 = 64$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x \quad \text{формулы?}$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cdot \cos 5x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 5x = -\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\pi - (2x + \frac{\pi}{4})) =$$

$$= \cos(\frac{3\pi}{4} - 2x) \Rightarrow 5x = \pm(\frac{3\pi}{4} - 2x) + 2\pi n$$

$$5x = \frac{3\pi}{4} - 2x + 2\pi n$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} +$$

$$93 + 3(3^{27} - 1)x \geq y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3 \cdot (3^{27} - 1)x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3(3^{27} - 1)x \geq 0$$

$$x \geq \frac{-93}{3 \cdot (3^{27} - 1)} = \frac{-93}{3^{27} - 1}$$

$$93 + 3^{28}x - 3x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28}(x - 1) \geq 3(3^x - 1) + x - 34$$

$$x \geq 1$$

$$x > 1$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 4$$

$$x = 4$$

$$3^{x-1}$$

$$x-1$$

$$x = 1, 2, 3, 4.$$

$$x \neq 5$$

$$x-1 = a$$

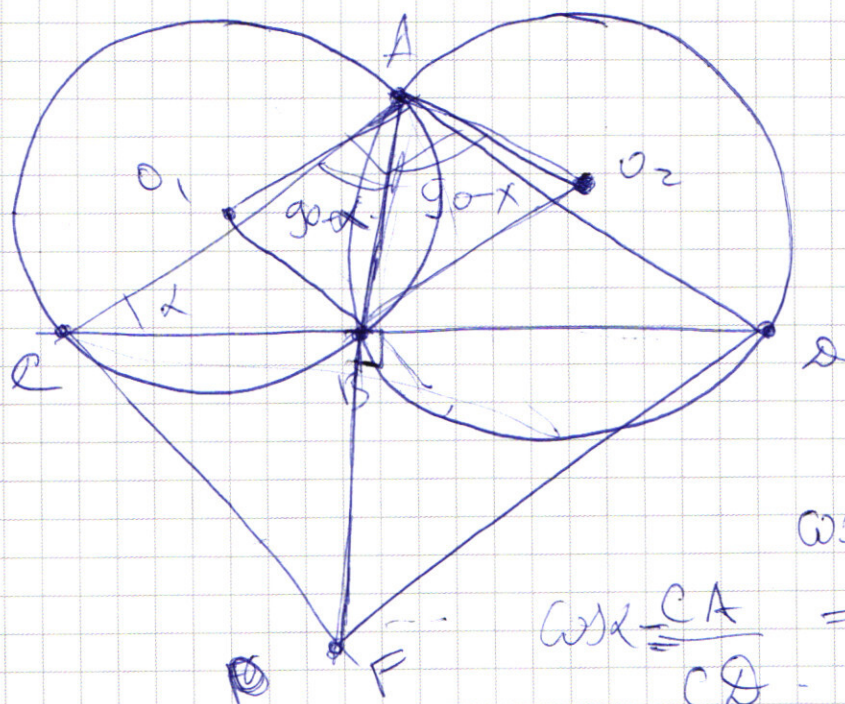
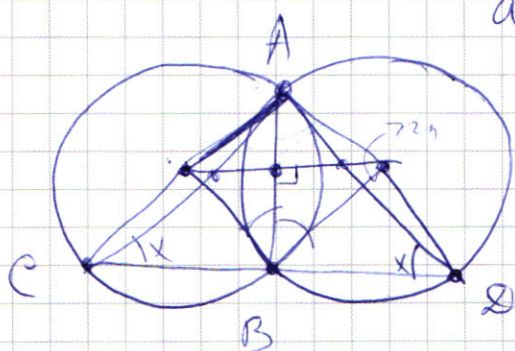
$$3^{27}(x-1) > 3^{x-1} + x - 31 = 3^{x-1} + \underbrace{x-1}_{a} - 30.$$

$$3^{27} \cdot a > 3^a + a - 30.$$

$$a(3^{27} - 1) > 3^a - 30 = 3(3^{a-1} - 10).$$

$$a(3^{27} - 1) > 3(3^{a-1} - 10).$$

$$a = 1, 2, 3, 4, 0$$

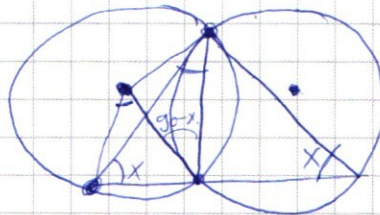
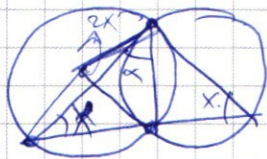


$$\cos \alpha =$$

$$\cos \alpha = \frac{CA}{CF} = \frac{CB}{CA}.$$

$$CA^2 = CB \cdot CF.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(y + (x - 4))(y + 3x) \geq 0.$$

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^7 \ln(-y) = x^{2 \ln(xy^2)}.$$

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^7 \ln(-y) = x^{2 \ln x + 4 \ln y} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln y}.$$

$$\frac{\left(-\frac{x}{y}\right)^7 \ln(-y)}{y \ln(-y)} = \frac{\left(-\frac{x}{y}\right)^7 \ln(-y)}{y \ln(-y)} = \left(-\frac{x}{y}\right)^7 \ln(-y) = x^{2 \ln x}.$$

$$\frac{(x^3)^{\ln y}}{a^{\ln a}} = x^{2 \ln x}.$$

$$\Rightarrow x^{3 \ln a - 2 \ln x} = a^{\ln a}.$$

$$\frac{\ln x}{x} = \frac{\ln a}{a}.$$

$$a = x.$$

$$(3 \ln a - 2 \ln x) \ln x = (\ln a)^2.$$

$$(\ln a)^2 - 3 \ln a \cdot \ln x + 2(\ln x)^2 \geq 0.$$

$$(\ln a - \ln x)(\ln a - 2 \ln x) \geq 0.$$

$$\ln a = \ln x$$

$$a = x.$$

$$-y = x$$

$$x + y \geq 0.$$

$$y = x - 4$$

$$x = 4$$

$$x = 2$$

$$y = -2$$

$$x + y \geq 0$$

$$y \geq -3x$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$\emptyset.$$

$$a \geq x^2$$

$$93 + 3^{28}x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28}(x-1) > 3(3^{x-1} + x) - 93 = 3(3^{x-1} + x - 31).$$

$$3^{27}(x-1) > 3^{x-1} + x - 1 - 30$$

$$x-1=a$$

$$3^{27} \cdot a > 3^a + a - 30.$$

$$a \geq 28$$

3

$$3^a \geq 3^{27} \cdot a.$$

$$3^{a-27} \geq a$$

$$3^{27} \cdot 50 > 3^{30}$$

$$30 > 27$$

$$a \geq 31$$

$$a = 31$$

$$31$$

$$a = 31$$

$$3^a > 3^{27} \cdot a$$

$$a \geq 31$$

$$a \leq 30$$

$$a = 0$$

$$x = 1$$

$$k \geq 31$$

$$3^{k-27} \geq k$$

$$3^{k-27} = 3^{k-26} \geq k+1$$

$$k \geq k+1$$

$$k \geq \frac{1}{2}$$

$$3^{28}(x-1-3) > 3(3^{x-1} + x-31)$$

$$x = 1 \rightarrow 31$$

$$3^{28} \cdot a > 3(3^a + a - 30) + 3^{29} = 3(3^a + a - 30 + 3^{28}).$$

$$-31$$

$$3^{a-27} > a$$

$$-3^{27} > \frac{1}{3} - 29$$

$$3^{27} \cdot a > 3^a + a + 3^{28} - 30.$$

$$a(3^{27} - 1) > 3^a + 3^{28} - 30$$

$$3^{27}(a-1) >$$

$$3^{a-1} + a - 1 - 30 + 3^{29}.$$

$$3^{28}(x-1) > 3^x + 3x - 93 = 3(3^{x-1} + x - 31 - 30)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827.

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7.$$

восьмизначных чисел $a_1 a_2 \dots a_8$

первый случай $64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$

мы поставили 7 цифр на a_1 , 6 цифр на a_2 , 5 цифр на a_3 , ..., 1 цифр на a_8

№3

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x+7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow (y - (x-4))(y + 3x) = 0.$$

$$\boxed{y = x-4 \text{ и } y = -3x} \Rightarrow \boxed{x > 0}$$

$$-y > 0 \Rightarrow \underline{y < 0} \quad -y = 4$$

$$\left(\frac{x+7}{a}\right)^{\ln a} = x \quad \frac{2(\ln x + 2\ln(-y))}{2\ln y} = x \quad \frac{4\ln a}{2\ln x} = x \Rightarrow \frac{(x+7)\ln a}{a^{\ln a}} = x^{\ln x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{3\ln a - 2\ln x} = a^{\ln a} \Leftrightarrow (3\ln a - 2\ln x) \ln x = (\ln a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\ln a)^2 - 3\ln a \cdot \ln x + 2(\ln x)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\ln a - \ln x)(\ln a - 2\ln x) = 0.$$

$$1). \ln a = \ln x \Rightarrow a = x \Rightarrow -y = x \Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ y=x-4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=2} \\ \boxed{y=-2}$$

$$2) \quad q = x^2 = -y \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0.$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ y = -3x \end{cases}$$

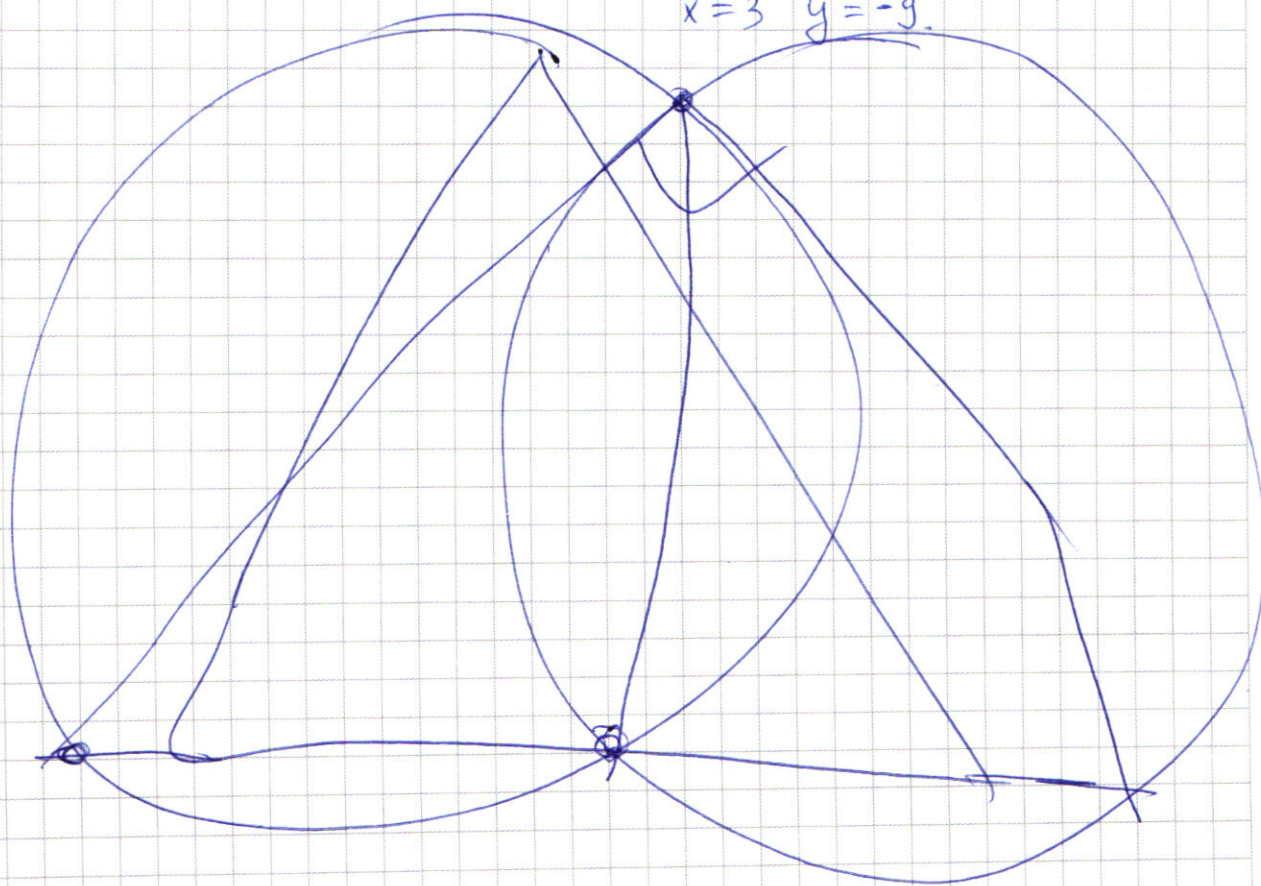
$$x^2 - 3x = 0$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad X.$$

$$x = 3 \quad y = -9.$$

Emblem: $x = 2 \quad y = -2$

$$x = 3 \quad y = -9.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

Найдите все значения параметра a , при
которых система

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1)$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a. \quad (2)$$

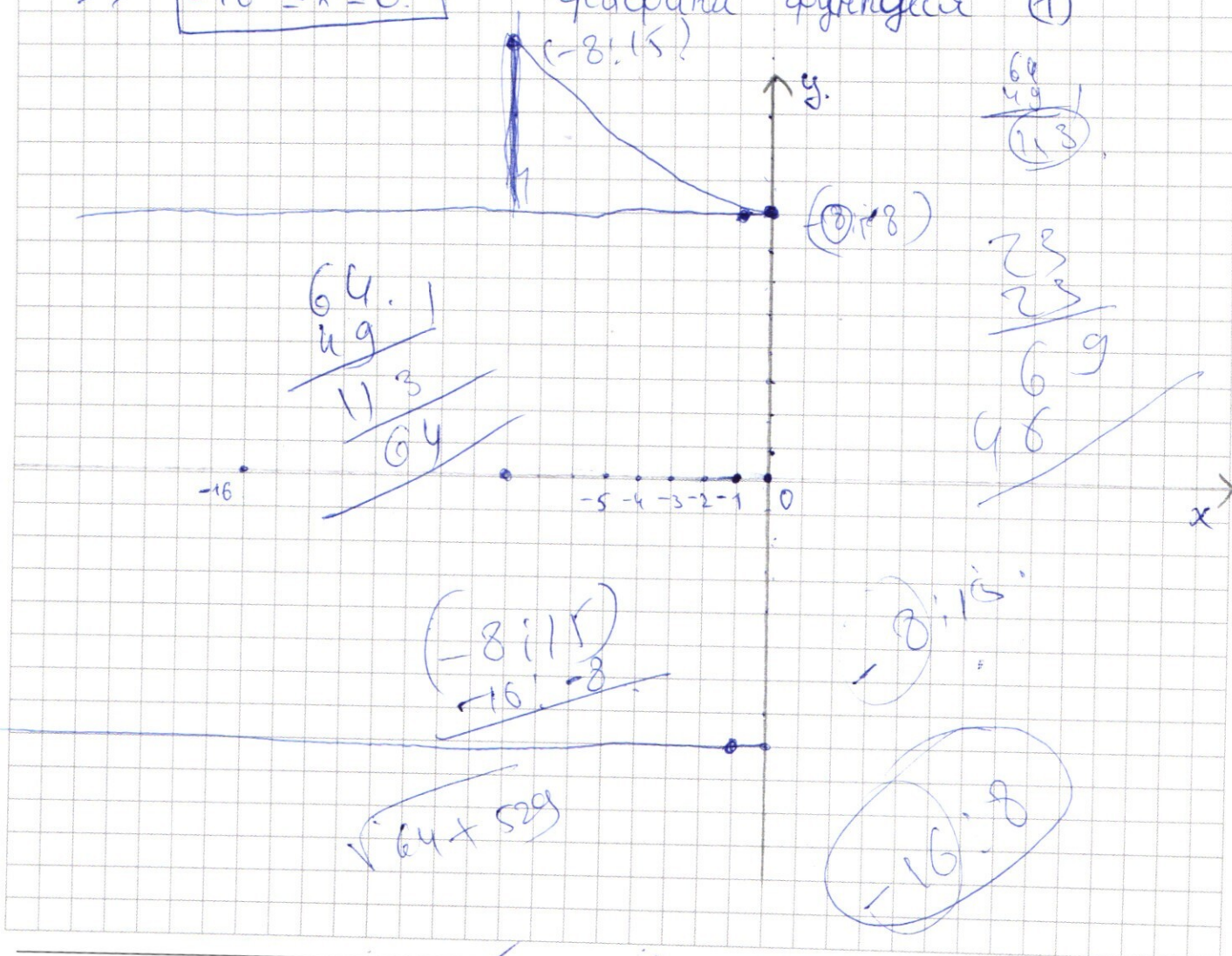
имеет ровно два решения.

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$16 = |x+y+8| + |x-y+8| \geq |2x+16| \Rightarrow -16 \leq 2x+16 \leq 16$$

$$\Rightarrow -16 \leq x \leq 0.$$

графики функции (1)



$$|x+y+2| + |x-y+2| = 16.$$

$$x=0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 5x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sqrt{2} \cdot (\sin(\frac{\pi}{4} + 7x)) + \sqrt{2} (\cos(\frac{\pi}{4} + 3x)) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \cos(\frac{\pi}{4} + 3x) + \cos 4x) = 0.$$

$$\sin \alpha + \cos \beta = \frac{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$\sin \alpha + \cos \beta =$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4} + 3x)) = \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) =$$

$$= 2 \sin(\frac{\frac{\pi}{4} + 7x}{2}) \cdot \cos \frac{5x}{2} = 2 \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) \cdot \cos 5x + \cos 4x = 0.$$

$$y > 0 \Rightarrow y < 0$$

$$y^2 + y(2x + 4) - 3x^2 + 12x = 0.$$

$$4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = 4(x^2 - 8x + 4)$$

$$\frac{16(x-1)^2}{2} + 2x - 4 + 4(x-1) = (2x - 4)$$

$$\frac{-2x - 4 - 4(x-1)}{2} = -3x$$

$$(y - (x-4))(y + 3x) = 0.$$

$$y = x - 4 \text{ or } -3x$$



$$\left(\frac{-x+7}{y}\right) \ln(-y) = x \cdot 2 \ln(xy^2)$$

$$\left(\frac{-x+7}{y}\right) \ln(-y)$$

$$= x \cdot 2 \ln(xy^2)$$

$$= x \cdot 2 \ln x + 2 \ln y^2$$

$$= x \cdot 2 \ln x$$

$$= x \cdot 2 \ln y^2$$

$$= x \cdot 2 \ln x \cdot 4 \ln y$$

$$= x \cdot 2 \ln x \cdot y \cdot 4 \ln(-y) = x \cdot 2 \ln x \cdot y \cdot 4 \ln\left(\frac{-x}{y}\right)$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} - 4 = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

$$93 + 3^{28}x > y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

ildizlari yigindisi?

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x.$$

$$93 + 3 \cdot x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}.$$

$$93 + 3^{28}(x-4) > 3^x + 3x = 3(3^{x-1} + x).$$

$$3^{x-1} + x - 3^{27}(x-4) < 31$$

$$3^{x-1} + x - 3 \cdot x + 4 \cdot 3^{27} < 31 - 4 \cdot 3^{27}$$

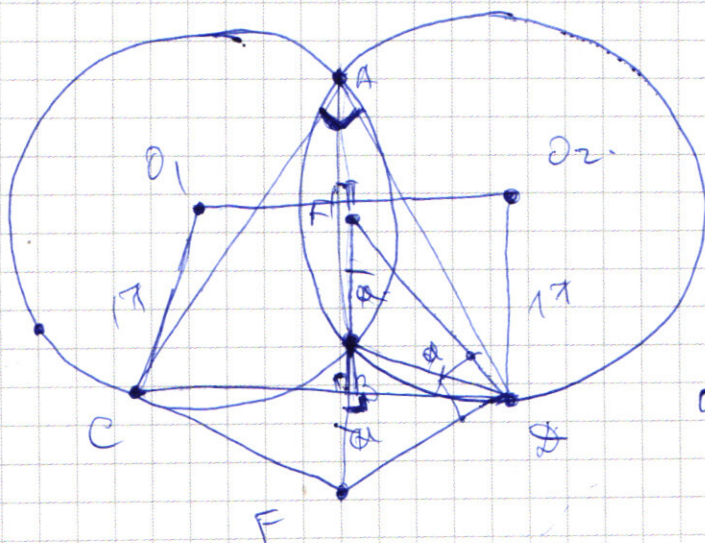
$$3^{x-1} + x(1 - 3^{27}) < 31 - 4 \cdot 3^{27}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ + \cos 30^\circ = 2 \cdot \cos 45^\circ \cdot \sin 15^\circ$$

$$\sin(45-30) = \frac{\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = \frac{2\sqrt{3}-2}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\cos 15^\circ =$$



CF=?

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + 3x\right)\right) = \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} (2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \cdot \cos 5x + \cos 4x) = 0.$$

$$2 \cos^2 2x - 1$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 5x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 5x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$3^{27} \cdot 26 > 3^{29} - 1.$$

$$3^{27} (3^2 - 1) < 1$$