МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

√

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

√

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

√

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

√

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

√

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$,

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$,

$\cancel{\sqrt{2}\cos 2x(\cos 2x + \sqrt{2}\cos 5x) + \sqrt{2}\sin 2x(\cos 5x - \sin 2x) = 0}$

$\sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$,

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$,

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \lor \sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\operatorname{tg} 2x = -1$ (т.к. $\cos 2x = 0$ – не корень) $\lor \sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x\right) = 0$

$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \lor \cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ (ф-ла вспомог. арг.)

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \lor \cos(\pi - 5x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \pi - 5x = 2x + \frac{\pi}{4} - 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 5x - \pi = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi l \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi n \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi l}{3} \end{array}\right.$

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k$; $\frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi n$; $\frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi l$

③ $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—//—} \quad (1) \\ (y+3x)(y-x+4) = 0 \quad (2) \end{cases}$

(2): $y = -3x \lor y = x - 4$

1) $y = -3x \Rightarrow (1)$: $\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} \Leftrightarrow x^{6\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} \cdot 3^{\ln 3x} \mid \log_x$ | прологарифм. обе части уравн. (основ. x) $\Leftrightarrow 6\ln 3x = 2\ln 9x^3 + \log_x 3^{\ln 3x} \Leftrightarrow$

$6\ln 3 + \cancel{6\ln x} = 4\ln 3 + \cancel{6\ln x} + \ln 3x \log_x 3 \Leftrightarrow 2\ln 3 = \ln 3\log_x 3 +$

(3) $+ \ln x \log_x 3 = \ln 3 \log_x 3 + \frac{\log_x 3}{\log_x e} = \ln 3 \log_x 3 + \ln 3 \Leftrightarrow \cancel{2x}\ 1 = \log_x 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 3$ (пропотенц. п-во) $\Rightarrow y = -9$

2) $y = x-4 \Rightarrow (1): \left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)} \Leftrightarrow + x^{7\ln(\cancel{x-4}\ 4-x)} = x^{2\ln(x)+4\ln(\cancel{x-4}\ 4-x)} \cdot$

$\cdot (\cancel{x-4}\ 4-x)^{\ln(4-x)}$ | (переход $\ln(xy^2) = \ln x + 2\ln|y| = \ln x + 2\ln(-y)$ в силу ОДЗ нау)

~~возьмём корень степени $\ln(4-x)$ от обеих частей уравн.~~ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow + x^{7\ln(4-x)} = \cancel{(x-4)}\ x^{2\ln x + 4\ln(4-x)} \cdot e$ ~~| $\log_x$ (прологарифм. обе части по основанию x) $\Leftrightarrow 7\ln(4-x) = 2\ln x + 4\ln(4-x) + \log_x e \Leftrightarrow$~~

~~$3\ln(4-x) = 2\ln x + \frac{1}{\ln x}$~~

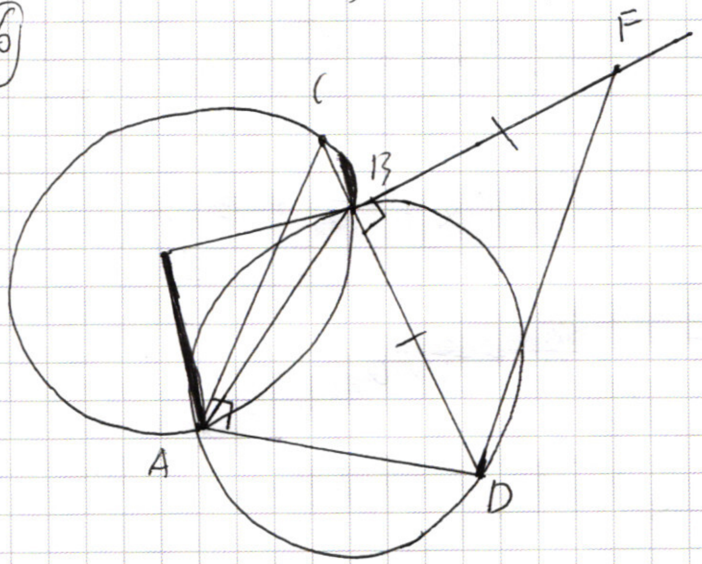
$x^{7\ln(4-x)} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x)} \cdot x^{\ln x} \Leftrightarrow 7\ln(4-x) = 3\ln x + 4\ln(4-x) \Leftrightarrow$

$\ln(4-x) = \ln x \Leftrightarrow 4-x = x \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -2$

ОДЗ ~~ур~~ (1): $\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow$ оба решения подходят

ответ: $(3; -9), (2; -2)$

(6)

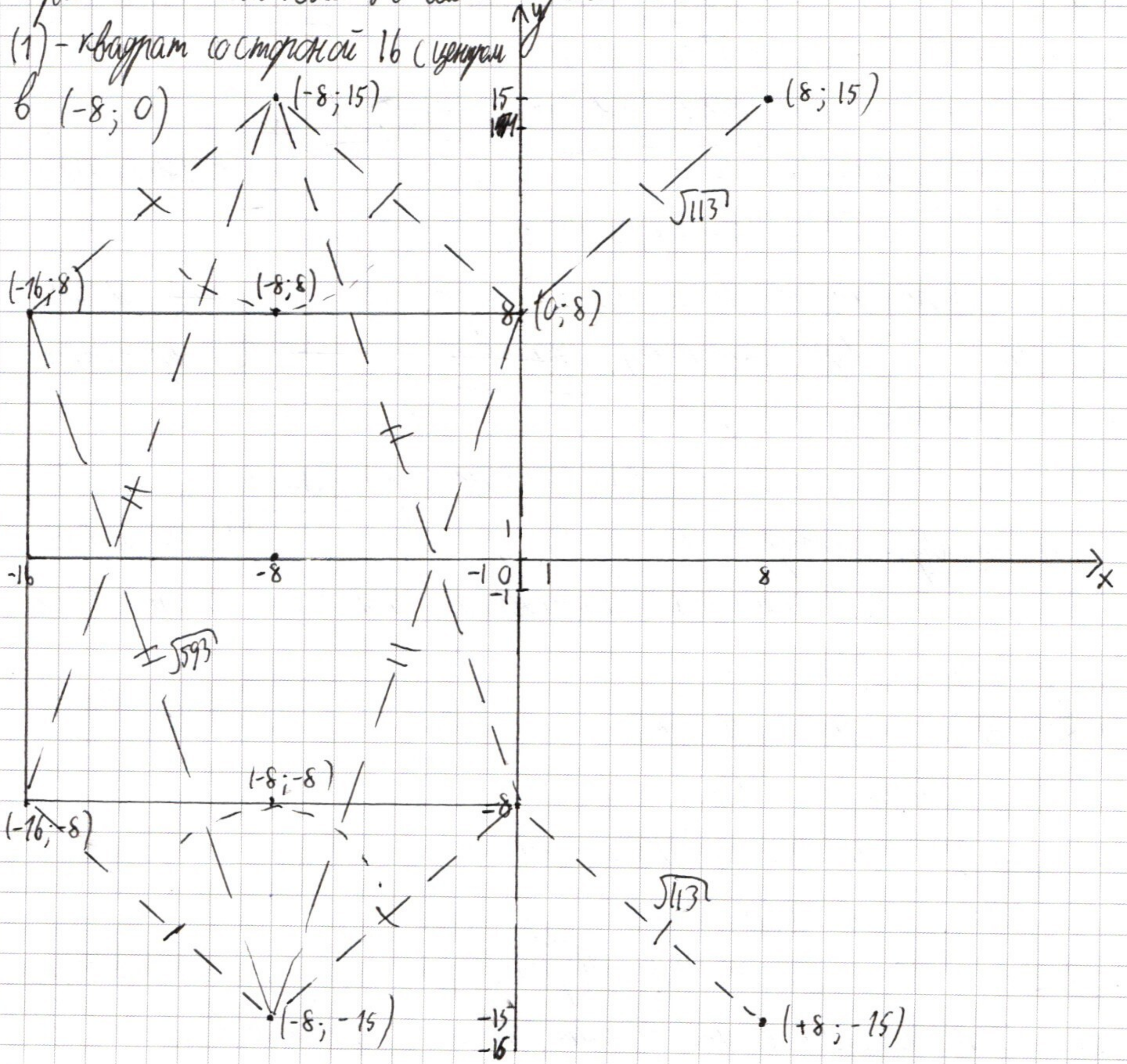


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \ (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \ (2) \end{cases}$

(2) – семейство ~~окр-тей~~ четырех окр-тей с центрами в $(\pm 8; 15)$, $(\pm 8; -15)$ и радиусами $\sqrt{a}$ (или четыре точки в случае $a=0$), при $a<0$ система не имеет решений

(1) – квадрат со стороной 16 с центром в $(-8; 0)$



(17) (5) Заметим, что окр-ти с центрами в $(-8; \pm 15)$ расп. симм. относ кв-та (1) $\Rightarrow$ они имеют с ним одинак. число точек пересеч. (по ближ. к ним. стор.)
При $\sqrt{a} = 15-8=7$, $a=49$ эти окр-ти касаются кв-та $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ система имеет не менее 2-х решений.
~~Окр-ти с цен~~ Аналогичное рассужд. про окр-ти с центрами в $(8; \pm 15)$. ~~Они~~ их центры находятся соотв. на расст. $\sqrt{(8-0)^2+(15-8)^2} = \sqrt{64+49} = \sqrt{113} > 10$ от ~~правых~~ двух правых вершин кв-та(1) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ при $a=49$ они не будут пересекать кв-т $\Rightarrow$ система будет иметь ровно 2 реш. Заметим, что в силу симм. ц. окр-тей $(-8; \pm 15)$ также наход. на расст. $\sqrt{113}$ от ~~ближни~~ двух соотв. ближайших к ним верш. кв-та (1). Аналог, эти центры наход. на расст. ~~$\sqrt{8^2+(15+16)^2}$~~ $\sqrt{8^2+(15+8)^2} = \sqrt{593}$ от дальних верш. кв-тов. При $\sqrt{a} = 15-(-8) = 23$, $a = 529$ эти (с ц. в $(-8; \pm 15)$) окр-ти кас. кв-та (1) по дальним к ним стор. (при этом ~~они~~ каждая пересек. его ещё в двух точках). ~~Окр-ти с цент~~ Ц. окр-тей $(8; \pm 15)$ наход. на расст. $\sqrt{8^2+23^2}$ и $\sqrt{16^2+23^2}$ от соотв. дальних верш. кв-та (1) (лежащих на дальних по отнош. к этим окр. сторонам) и на расст. $\sqrt{16^2+7^2}$ от дальнейших к ним верш. (леж. на ближних по отнош. к этим окр-тям сторонам). Итак:
$a<0$: сист. не им. реш.
$a=0$: сист. не им. реш.
$0<a<49$: сист. не им. реш.
$a=49$: сист. им. 2 реш.
$49<a<113$: сист. им. ~~4~~ более 2 реш. (окр-ти с центрами в $(-8; \pm 15)$ пересек. кв-т каждая в 2-х точках, окр-ти с центрам в $(8; \pm 15)$ не

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5) пересек. его

$a = 113$: сист. им. ~~4~~ более 2 реш. (окр-ти с ц. в $(8; \pm 15)$ пересек. кв-т по 1 т. каждая, (в верш. $\mp(0; 8 \pm 8)$) совп. с одной из точек пересеч. окр-тей с ц. в $(-8; \pm 15)$

$113 < a < 529$: сист. им. ~~8~~ более 2 реш. (все 4 окр-ти пересек. кв-т)

$a = 529$: сист. им. ~~6~~ более 2 реш. (окр-ти с ц. в $(-8; \pm 15)$ кас. кв-та

$529 < a < 785$: сист. им. более 2 реш. (окр-ти с ц. в $(+8; \pm 15)$ перест. пересек. кв-т)

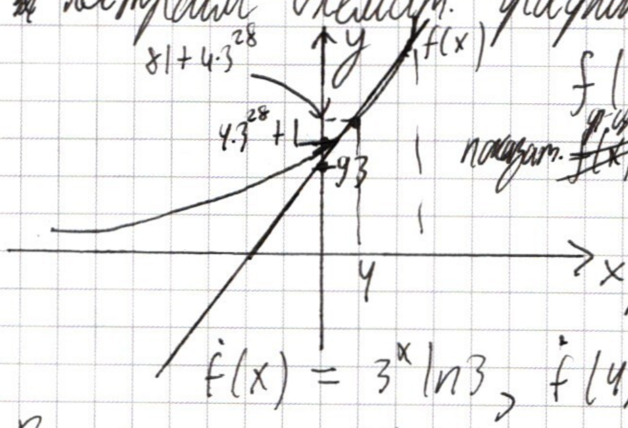
$a = 785$: сист. им. 2 реш. (окр-ти с ц. в $(8; \pm 15)$ пересек. кв-т по 1 т. каждая (в верш. $\pm(-16; \pm 8)$))

$a > 785$: сист. не им. реш. (никакая из окр. не пересек. кв-т

Ответ: 49; 785

(7) $\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} = f(x) & \text{— показ. ф-ция со сдвигом по } Oy \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x = g(x) & \text{— лин. ф-ция} \end{cases}$

Построим схемат. графики $f(x)$ и $g(x)$ (масшт. не соблюд.)



$f(4) = g(4) = 81 + 4 \cdot 3^{28} \Rightarrow g(x)$ (прямая) пересек. показат. ф-цию ~~f(x)~~ по крайней мере в одной точке $\Rightarrow$ она пересек. её ~~в ещ~~ ещё в одной точке (~~она не~~ $g(x)$ не кас. $f(x)$, т.к. $f'(x) = 3^x \ln 3$, $f'(4) = 81 \ln 3 \neq g'(x) = 3(3^{27} - 1)$)

Вторая точка пересечения: $f(31) = 3^{31} + 4 \cdot 3^{28} = 3^{28}(4 + 3^3) = 3^{28} \cdot 31 = 3^{28} \cdot 31 \cdot 93 - 3 \cdot 31 = g(31) \Rightarrow$ при $x \in [4; 31]$ $g(x) \geq f(x)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

(7) $\Rightarrow$ ~~при таких x~~ $x \in (4;31)$ ~~выполнены сост. ои. из условия~~

Для каждого ~~x~~ целого x из этого интерв. нужно реш. исх. сист. нер-в. для целых y. Заметим, что все у из интервала $[3^x + 4 \cdot 3^{28};$ $; 93 + 3^{28} x - 3x]$ (при целых $x \in [5;30]$) удовл. этой системе нер-в $\Rightarrow$ кол-во пар целых чисел, удовлетвор. сист. нер-в: $\sum_{x=5}^{30} (93 + 3^{28} x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28}) = (93 - 4 \cdot 3^{28}) \cdot (30 - 5 + 1) + (3^{28} - 3) \frac{5+30}{2} \cdot (30 - 5 + 1) - 3^5 (1 + 3 + \ldots + 3^{25}) = (93 - 4 \cdot 3^{28}) \cdot 26 + (3^{28} - 3) \cdot 35 \cdot 13 - 3^5 \frac{3^{26} - 1}{3 - 1}$

Ответ: $(93 - 4 \cdot 3^{28}) \cdot 26 + (3^{28} - 3) \cdot 35 \cdot 13 - 3^5 \cdot \frac{3^{26} - 1}{2}$

(1) $64827 = 3^3 \cdot 7^4$. Мы ищем восьмизначные числа $\Rightarrow$ всего 8 „цифромест" $\Rightarrow$ возм. наб. цифр: $\left[\begin{array}{l} 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1, 1, 1 \\ 9, 3, 7, 7, 7, 7, 1, 1, 1, 1 \end{array} \right.$

1) рассм. восьмизначные числа, в состав кот. не входят цифры 9 $\Rightarrow$ они ~~со~~ могут состоять лишь из трех цифр 3, четырех цифр 7 и трех цифры 1 $\Rightarrow$ всего таких чисел:

$P(3;4;3) = \frac{(3+4+3)!}{3! \cdot 4! \cdot 3!} = \frac{10!}{3! \cdot 4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 6} = \cancel{5 \cdot 56 = 280}$ 4200

2) рассм. восьмизначное числа в состав. кот. ~~не~~ входит цифра 9 $\Rightarrow$ они могут состоять из одной цифры 9 одной цифры 3, ~~одн~~ четырёх цифр 7 и четырех ~~единиц~~ цифр 1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего таких чисел: $P(1,1,4,4) = \frac{(1+1+4+4)!}{1! \cdot 1! \cdot 4! \cdot 4!} = \frac{10!}{4! \cdot 4!} =$

$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 = 6300$

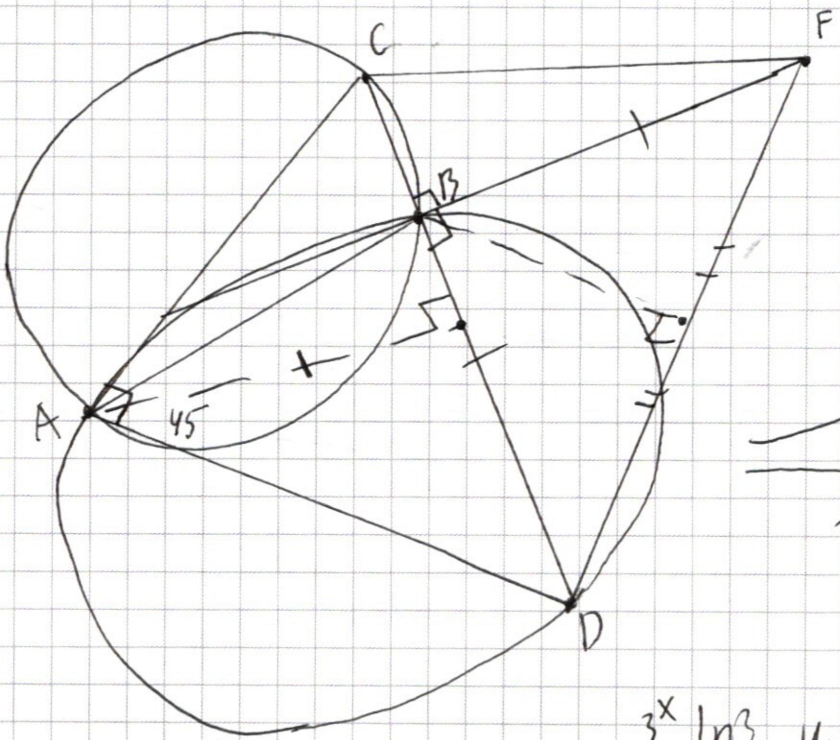
Итого, суммарно чисел получается $6300 + 4200 = 10500$

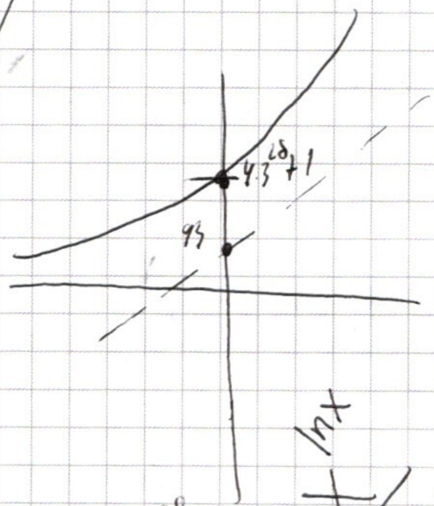
Ответ: 10500

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$3^x \ln 3$ и $3^{28}-3$

$e = x^{\ln x}$

$\log_2 8 = \log_8 2 = x^3$

$x=4$: $y > 3^4$

$3\cdot 28 = 84$ $3\cdot 27 = 81$

$3^x(1+4\cdot 3^{28-x}) = 93 + 3^{28}x - 3x$

$x = 28 \Rightarrow$ $b^{\log_a b} = \cancel{ab}$ $9 + 3^{28}\cdot 28 =$ $b^{\log_a b} = a \Rightarrow \log_a b = \log_a$

$\log_a b = \log_a b$ $= 1 + \log(3^{27}-1)$

$3^{28}\cdot 5$

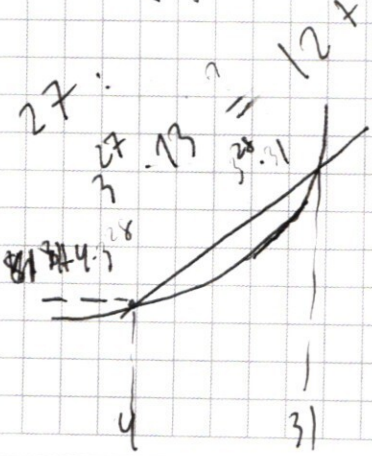
$3^x + 4\cdot 3^{28}$ и $93 + 3^{28}x - 3x$

27: $3^{27}\cdot 13 = 12 + 3^{28}\cdot 3^3$

$x + \log_3 \ln(3)$

$\ln \frac{(4-2)^3}{2^2} = \ln 2$ $e = x^{\ln x}$

$\log_x e = \ln x$



$x=28$: $5\cdot 3^{28} < 9 + 3^{28}\cdot 28$

$x=31$: $3^{28}(27+1)$

$x^{\ln x} = \ln_{\log_3 8} x$

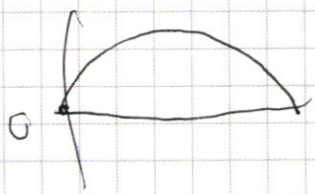
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4\cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}(x-4) - 3x - 3^x$

$= 78$

$93 - 15 + 3^{28} - 3^5$



93

$[5; 7] \Rightarrow 7-5=2$

$64827 = 9 \cdot 7203 =$

$= 27 \cdot 2401 =$

$= 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^4$

$343 = 7 \cdot 49 = 7^3$

MAA, AMA, AAM,

$\frac{(1+2)!}{2!\,1!} = 3$

МАН

$\frac{5\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6} = \frac{5\cdot 7\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 3\cdot 10}{6} =$

$\ln x = a \Rightarrow x = e^a$

$\log_x e = \frac{\ln e}{\ln x}$

$\ln\frac{(4-x)^2}{x^2} = \ln\frac{(4-x)^3}{x^2} = \ln 2$

$x^{7\ln|y|} = x^{2\ln x + 4\ln|y|} \cdot e^{\ln x}$

$\ln x \cdot \ln\frac{(4-x)^3}{x^2}$

$\log_x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\cos\left(\frac{x+y}{2}+\frac{x-y}{2}\right)+\cos$

$\sin 7x-\sin 3x=2\sin\frac{7x-3x}{2}\cos\frac{7x+3x}{2}$

$\cos 4x\cos 3x-\sin 4x\sin 3x+\cos 3x+\sin 4x\cos 3x+\sin 3x\cos 4x-\sin 3x+\sqrt{2}\cos 4x=0,$

$\cancel{1-\operatorname{tg}4x\operatorname{tg}3x}\ \cos 4x(\cos 3x+\sin 3x+\sqrt{2})$

$(y+x)^2-4(x^2$ $\qquad x^2=y^5$

$(y+2)^2+(2x+3)^2+2xy-7x^2-13=0$

$\sqrt{2}\cos 3x\cos 2x-\sqrt{2}\sin 3x\sin 2x+\cos 2x-\sin 2x=0,$

$\cos 2x(\sqrt{2}\cos 3x-1)$

$(y+x)^2+4(y+x)-4x^2+8x=0,\ (y+x)(y+x+4)-4x(x+4)=0$

$(y+x)y+(x+4)(y+x-4)$

$y^2+\overset{(2x+4)}{\cancel{2(x+2)}}y\ \cancel{-3x^2+12x=0}\ -3x(x-4)=0\Rightarrow$

$y_1+y_2=-2x-4$

$y_1y_2=-3x(x-4)\Rightarrow y_1=x-4,\ y_2=-3x$

$6\ln 3x=2\ln 9x^3+\log_x 3^{(\ln 3x)},\quad 6\ln 3+6\ln x=24\ln 3+6\ln x$

$x^{2\ln 3}=3^{\ln 3x}=\cancel{3^{\ln x+\ln 3}}\ x^{\log_x 3\ln 3x}\Rightarrow 2\ln 3,\quad \frac{\log_x 3}{\log_x e}=\ln 3$

$(x^{\ln 3})^2=3^{\ln 3}\cdot 3^{\ln x}\qquad \ln 3\log_x 3+\ln x\log_x 3=$

$x=3^{\log_x 3}\qquad \ln 3x\log_x 3=\frac{\ln 3x}{\log_3 x}=$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x^{7\ln(4-x)} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x)} \cdot e$; $3\ln(4-x) = 2\ln x + \frac{1}{\ln x}$

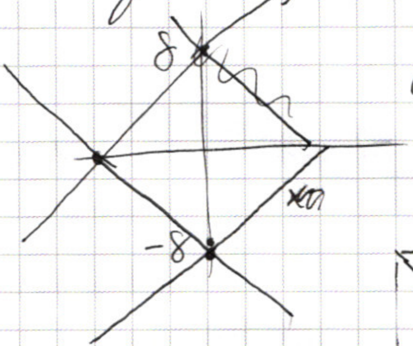
$3\ln x \ln(4-x) = 2\ln^2 x + 1$

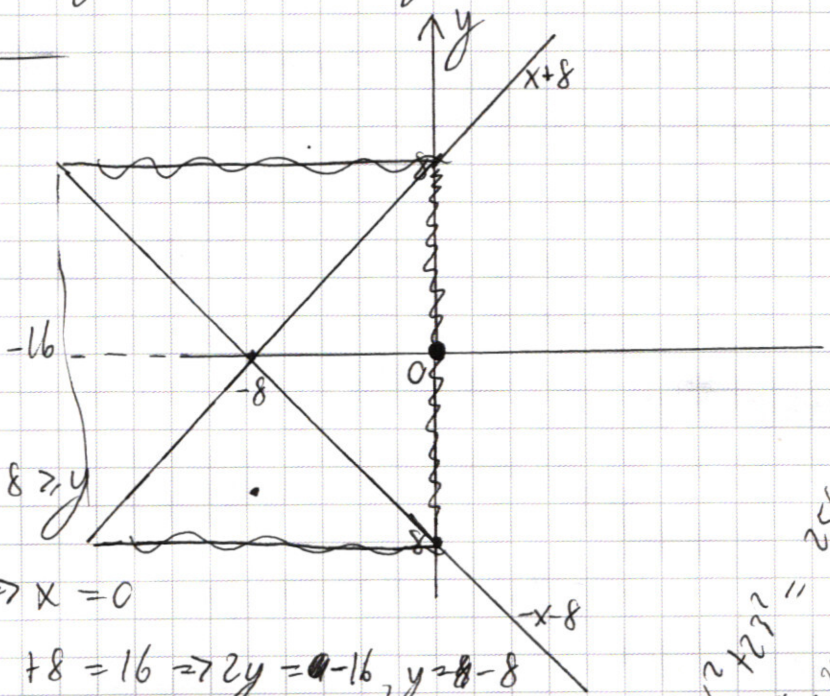
$\ln\frac{(4-x)^3}{x^2} = \frac{1}{\ln x} = \log_x e$,

$\ln x\,(3\ln(4-x) - 2\ln x) = 1$

$x+y=-8$, $x=-y-8$; $x-y=-8$,

$y=-x-8$ $\quad$ $y=x+8$





(1) $x+y+8 \geq 0 \Rightarrow$

$y \geq -x-8$

(2) $x-y+8 \geq 0 \Rightarrow x+8 \geq y$

$2x+16 = 16 \Rightarrow x = 0$

$-x-y-8+x-y+8 = 16 \Rightarrow 2y = -16$, $y = -8$

$x+y+8-x+y-8 = 16 \Rightarrow y = 8$

$2x+16 = -16 \Rightarrow x = -16$

$16^2 + 23^2 = 256 + 529 = 785$

$2^8 = 256$

$3a = 2b + \frac{1}{b} \Rightarrow 3ab = 2b^2 + 1$,

$2b(a-b) + ab = 1$

$\sqrt{64+23^2} = \sqrt{593}$

$\begin{array}{r} \times\, 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$

$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \Rightarrow y > 1 + 4\cdot 3^{28}$

$\ln x = -\log_x e$

$y \leq 93 + 3^{28}x - 3x \leq$

$b^{\log_a b} = -a$ $\quad$ $\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$

$\log_2 8 = \frac{\log_8 8}{\log_8 2}$ $\quad$ $b^{\log_a b} = a$ $\quad$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)