

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в папку  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа. *40320 80640*

2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$ .

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 1 и 4. *2,5*

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .

б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 6$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

Решим;

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 7x - 2 \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

Если  $\sin 7x + \cos 7x = 0$  Ур-е примет вид  $0 = 0$ , то  
всего  $\Rightarrow$  решим Ур-е

$$\sin 7x + \cos 7x = 0 \quad \text{есть только ответ}$$

$$\sqrt{2} / \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right) = 0$$

$$\sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} n, n \in \mathbb{Z}$$

Если  $\sin 7x + \cos 7x \neq 0$  разделим обе части на  
( $\sin 7x + \cos 7x$ )

$$-2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$-2 \sin 4x = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (\sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 4x = \sin \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 4x - \sin \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{4x - 7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{4x + 7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin \left( -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left( \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\sin \left( -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \quad \text{или}$$

$$\cos \left( \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3x}{2} = -\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Минимум, } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{\pi}{18} - \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11}l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

это и есть  
ответ.

№5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 2 & (2) \end{cases}$$

имеет ровно 2  
решения

(1):  $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$   
раскроем знаки модулей по определению  
и рассмотрим 4 случая:

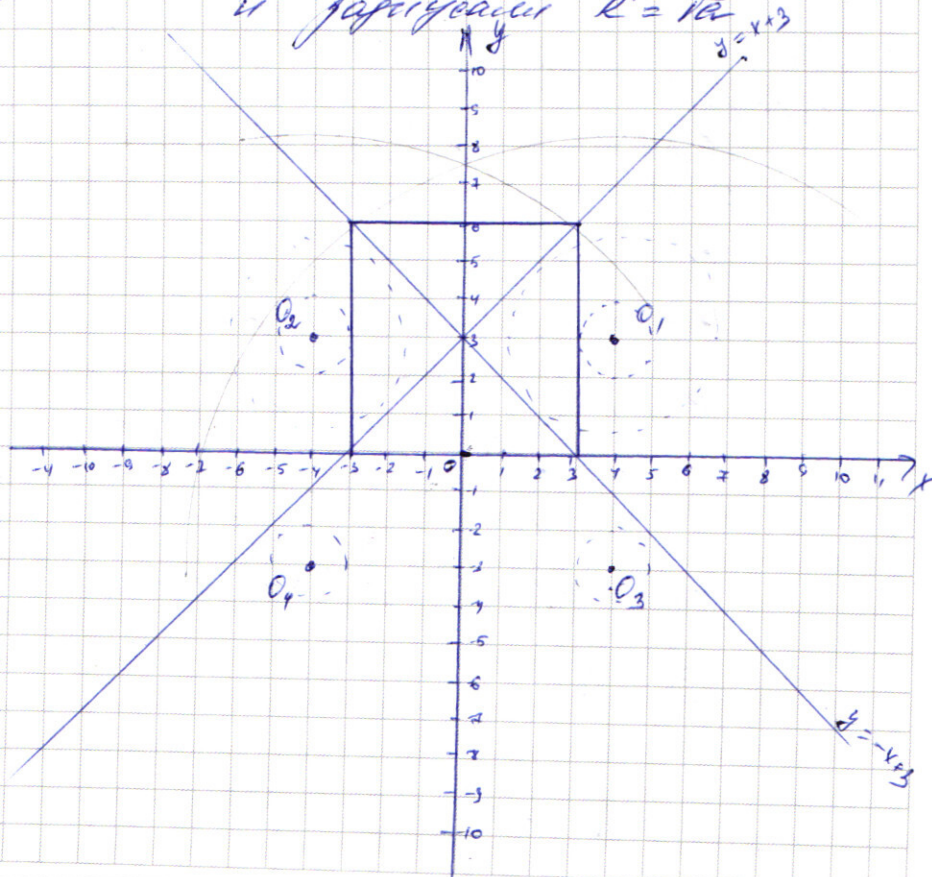
$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq 3-x \\ y-3-x+y-3+x=6 \\ y=6 \end{cases} & \quad 2) \begin{cases} y \geq x+3 \\ y < 3-x \\ y-3-x-y+3-x=6 \\ x=-3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \begin{cases} y < x+3 \\ y \geq 3-x \\ -y+3+x+y-3+x=6 \\ x=3 \end{cases} & \quad 4) \begin{cases} y < x+3 \\ y < 3-x \\ -y+3+x-y+3-x=6 \\ y=0 \end{cases} \end{aligned}$$

(2): ур-е задает на плоскости  
4 окружности с центрами  $(|x|, |y| = 3)$   
и радиусами  $R = \sqrt{2}$

$O_1(4; 3)$   
 $O_2(-4; 3)$   
 $O_3(4; -3)$   
 $O_4(-4; -3)$

Вспомогательную  
прямоугольную  
систему координат  
число решений  
системы равно  
числу точек  
пересечения  
графиков ур-я (1)  
и ур-я (2)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1) При  $R=1$  с графиками ур-я (1) касаются  
окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2 \Rightarrow$  всего 2 точки  
пересечения  $\Rightarrow$  2 решения
- 2) при  $1 < R \leq \sqrt{10}$  - 4 решения
- 3) при  $R = \sqrt{10}$  - 4 решения (окр-ти проходят  
через вершины квадрата)
- 4)  $\sqrt{10} < R < 5$  - 6 решений
- 5)  $R = 5$  - 4 решения (окр-ти проходят  
через середины горизонт.  
сторон)
- 6)  $5 < R \leq \sqrt{58}$  - 6 решений
- 7) при  $R > \sqrt{58}$  - 4 решения (2 верхних окр-ти почти не  
имеют, а 2 нижних  
имеют по 2 точки пересечения)
- 8)  $\sqrt{58} < R < \sqrt{130}$  - 4 решения
- 9)  $R = \sqrt{130}$  - 2 решения
- 10)  $R > \sqrt{130}$  - решений нет  
 $R < 1$

Итак система имеет 2 решения при

$$\begin{cases} \sqrt{R} = 1 \\ \sqrt{R} = \sqrt{130} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 130 \end{cases}$$

Ответ: 1; 130.

№ 3

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{2x} = y^2 \Leftrightarrow x^2 y \quad (1)$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2)$$

Решим:

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(2): (x^2 - 2xy - 3y^2) - 4(x - 3y) = 0$$

$$(x+y)(x-3y) - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4)=0$$

$$\begin{cases} x=3y \\ x=4-y \end{cases}$$

(1):  $\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{y^{2 \lg x}} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

Логарифмируем обе части ур-я:  
 $\lg(y^{3 \lg x}) = \lg(x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg y})$

$$3 \lg x \cdot \lg y = \lg x \cdot \lg x + 2 \lg y \cdot \lg y$$

$$2 \lg^2 y + \lg^2 x - 3 \lg x \cdot \lg y = 0$$

Пусть  $\lg x = u$   
 $\lg y = t$

$$2t^2 - 3tu + u^2 = 0$$

$$u^2 - 3tu + 2t^2 = 0$$

$$\begin{cases} u = 2t \\ u = t \end{cases} \begin{cases} \lg x = 2 \lg y \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y^2 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases}$$

Итак, имеем систему:

$$\begin{cases} x=y \\ x=-y \\ x=3y \\ x=4-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x=3y \\ 2y=0 \\ y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

имеем

$$(0;0)$$

, но  $x > 0$

$$\begin{cases} x=y \\ x=4-y \\ 2y=4 \\ y=2 \\ x=2 \end{cases}$$

по условию  $y > 0$

$$\begin{cases} x=y \\ x=3y \\ 4y=0 \\ y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

решим систему не чис.

$$\begin{cases} x=-y \\ x=4-y \\ 0=4-y \\ y=4 \\ x=-4 \end{cases}$$

имеем единственное решение  $(2;2)$

Ответ:  $(2;2)$ .

№1 Дано: 8-значное число, произведение цифр: 3375.  
 Решим:

Разложим число 3375 на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Итак,  $3375 = 5^3 \cdot 3^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$   
 но число 8-значное  $\Rightarrow$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

или

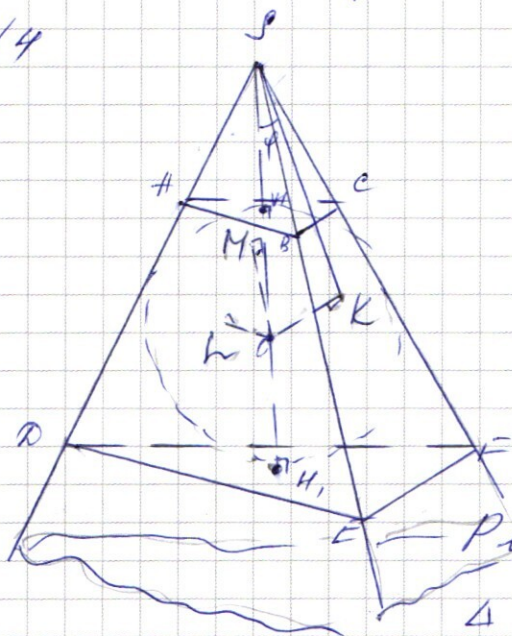
$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

Таким образом, всего таких чисел  $2 \cdot 8! = 2 \cdot 40320 = 80640$

8! образуется из пербора всех возможных

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Вариантов разное количество чисел 55533311 и  
5553311  
способов  
8 7 6 5 4 3 2 1 машина работает  
всего 8, способ 8  
одной по 4 мин, и 8 часов для  
группы  
ответ: 80640 продолжилось

 $\sqrt{4}$ 

Решим:

$\Delta$  SKL - расхож.  $\angle K$  - расхож.

Ю - ипотека

$PO = R + SN$ , где SN - вносимые  
передачи SABC,  
где ABC - сегмент,  
где ABC - сегмент

 $\Delta DEF$  - время улья  
м-во в  $\beta$ 

$$\frac{V_{SHDE}}{V_{SREF}} = \frac{\frac{1}{3} S_H \cdot S_{HABC}}{\frac{1}{3} S_{H1} \cdot S_{HDEF}} = \frac{S_{HABC}}{S_{HDEF}} = \frac{S_H}{S_{H1}} = \frac{S_H}{2R + S_H} = \frac{1}{4}$$

$$2SH = 2K + 8H$$

$$38H = 2K$$

$$R_{SH} = \frac{2}{3} R \Rightarrow$$

$$OP = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R \Rightarrow$$

$$\sigma_{\text{Hup}} = \frac{OK}{SO} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ м}$$

$$\varphi = \arcsin 0,6$$

$\Delta(KLM) \parallel \Delta ABC$ , т.к. они вершины с одной стороны  $\varphi = \alpha$  и  $\psi = \beta$

$$\frac{KL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{KM}{AC} = 2,5 \rightarrow KL = 2,5 \cdot 1 = 2,5$$

Ответ: аргент, 0,6; 2,5.

№1 (продолжим)

рассмотрим 1 группу

5 5 5 3 3 3 1 1

Заче 3 3 2 2 2 1 1

$$27 \cdot 8 = 216$$

рассмотрим 2 группу

5 5 5 3 3 1 1 1

Чс. 3 3 2 2 1 1 1

$$4 \cdot 9 \cdot 4 = 324$$

$$\text{Итого } 216 + 324 = 540$$

Ответ: 540

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} / y^{2 \lg x}$$

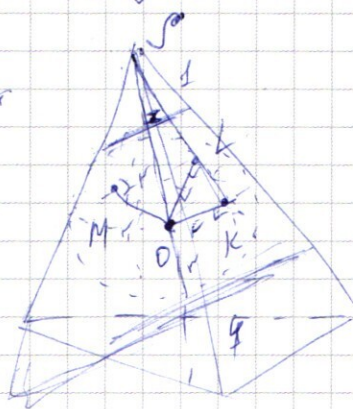
$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = \lg xy \cdot \lg y^2$$

$$\lg x (\lg y^5 - \lg x) = (\lg x + \lg y) \lg y^2$$

$$y^{\lg y} = \lg y^2$$

$$\lg x \cdot \lg x = y^{5 \lg x} - 2 \lg xy$$

$$x^{\lg x} = y^{5 \lg x} - 2 \lg xy$$



$$\frac{y^{3 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg y} \cdot \frac{y}{x^{\lg 10}}$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

$$\frac{y^{3 \lg x - 2 \lg y}}{x^{\lg x}} = 1$$

$$y^{3 \lg 3 - 2 \lg y} = 3y^{\lg 3}$$

$$3 \lg 3 - 2 \lg y - \lg y = 3 \lg 3$$

$$y^{3 \lg 3 - 5 \lg y} = 3y^{\lg 3}$$

$$\frac{y^{3 \lg 3}}{y^{5 \lg y}} = \frac{(3y)^{\lg 3}}{(3y)^{\lg y}}$$

$$\frac{y^{3 \lg 3}}{y^{5 \lg y}} = \frac{(3y)^{\lg 3}}{(3y)^{\lg y}}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{h_1}{h_2 h_1 + 2r}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{h}{h_1 + 2r}$$

$$4h_1 = h_1 + 2r$$

$$3h_1 = 2r$$

$$h_1 = \frac{2}{3}r$$

$$\frac{S_{\text{осн}}}{S_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{5}{3}r}{\frac{2}{3}r} = 2,5$$

$$\int |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

$$\int ((|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2) = a$$

сп-е окружность  
с центром (4, 3) и  
радиусом 7а.

$$y = 3 + x$$

$$y = 3 - x$$

$$4 \sqrt{6}$$

$$6 \sqrt{6}$$

$$9 \sqrt{6}$$

$$5$$

$$y = x + 3$$

$$y = 3 - x$$

$$|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

$$1) \begin{cases} y > x + 3 \\ y > 3 - x \\ y - 3 - x + y - 3 + x = 6 \\ 2y = 12 \\ y = 6 \end{cases}$$

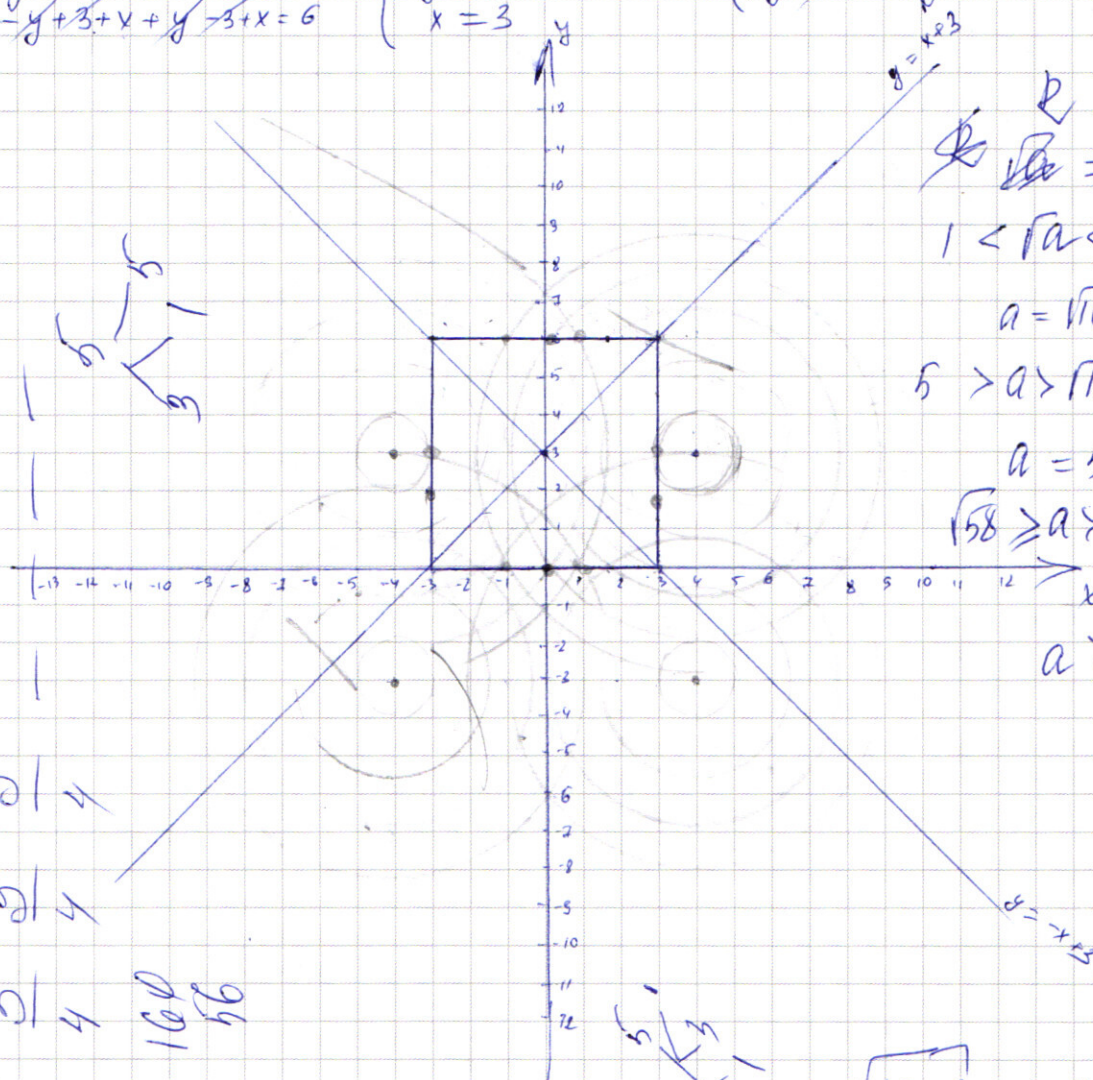
$$2) \begin{cases} y > x + 3 \\ y < 3 - x \\ y - 3 - x - y + 3 - x = 6 \\ -2x = 6 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y < x + 3 \\ y > 3 - x \\ -y + 3 + x + y - 3 + x = 6 \\ 2x = 6 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < x + 3 \\ y > 3 - x \\ x = 3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y < x + 3 \\ y < 3 - x \\ -y + 3 + x - y + 3 - x = 6 \\ -2y = 6 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < x + 3 \\ y < 3 - x \\ y = 0 \end{cases}$$



$\sqrt{10} = 1 - 2$  радиус  
 $1 < \sqrt{10} < \sqrt{10} - 4$  радиус  
 $a = \sqrt{10} - 4$  радиус  
 $5 > a > \sqrt{10} - 6$  радиус  
 $a = 5 - 4$  радиус  
 $\sqrt{58} \geq a > 5 - 6$  радиус

$a > \sqrt{58}$  радиус

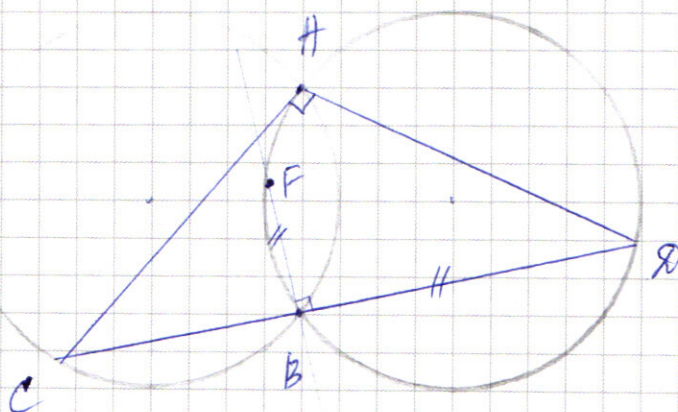
Вершина  
 может  
 пересек  
 две линии.  
 а 2 перес  
 может  
 4 точки  
 пересек

$$\sqrt{19481} = > a > \sqrt{58}$$

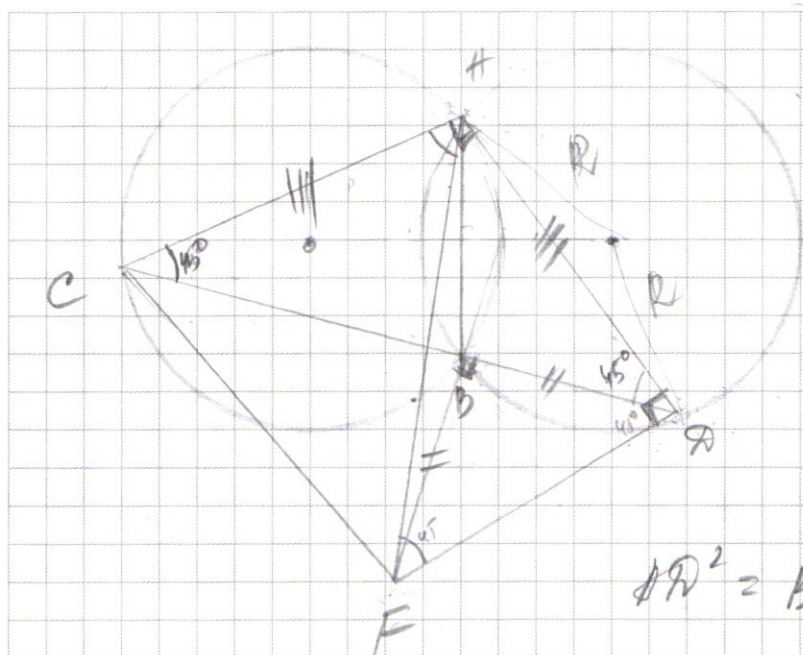
$$= \sqrt{130} - 4 \text{ радиус}$$

$$\sqrt{130} = \sqrt{130} - 2 \text{ радиус}$$

$$\begin{cases} a = 130 \\ a = 1 \end{cases}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

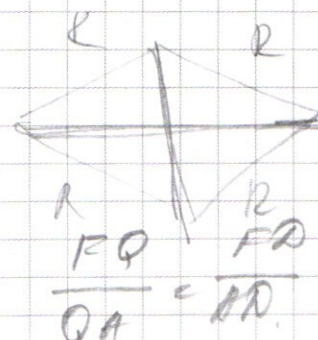
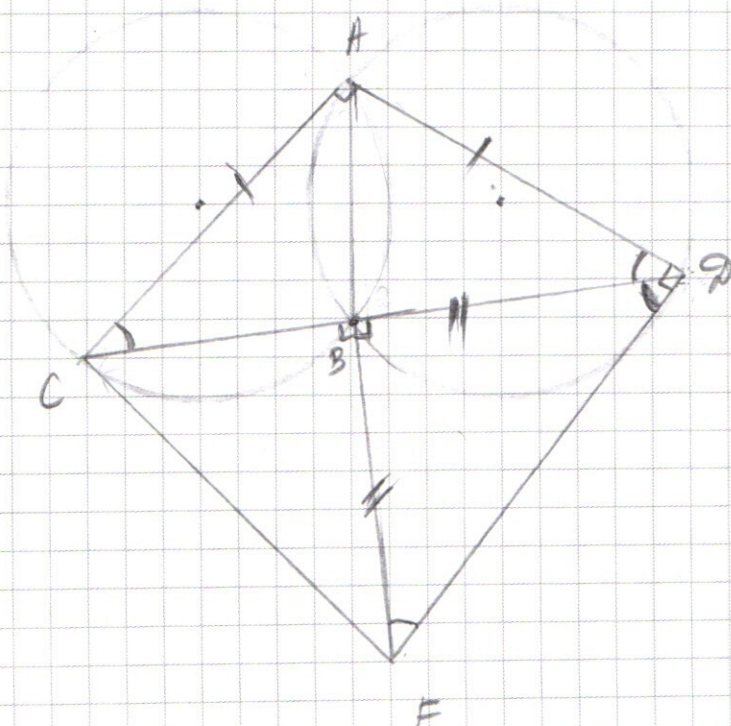


555333118, 2.8, 80640  
555931178,

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$AD^2 = BD \cdot DC$$



$$\frac{PD}{CD} = \frac{BD}{DC}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{FD}{CD} = \frac{BD}{DC}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg x}$$

$$y^{5 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x}$$

$$3 \lg x \cdot \lg y = \lg x \cdot \lg x + 2 \lg y \cdot \lg y$$

$$2 \lg^2 y + \lg^2 x - 3 \lg y \cdot \lg x = 0$$

$$2t^2 - 3tu + u^2 = 0$$

$$2t^2 - 3tu + u^2 = 0$$

$$u^2 - 3tu + 2t^2 = 0$$

$$\begin{cases} u = 2t \\ u = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 2 \lg y \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\lg x - \lg y = 0$$

$$\begin{cases} x = y^2 \\ x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases}$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

5 5 5 5 5

5 3 2 1

3

2 6 24 120 720  
1 2 3 4 5 6 7 8

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 720 \\ \hline 1120 \\ 3920 \\ \hline 40320 \\ \hline \end{array}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

21

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 7 | 5 | 5 |
| 6 | 7 | 5 | 5 |   |
| 1 | 3 | 5 | 5 |   |
|   | 2 | 7 | 3 |   |
|   |   | 9 | 3 |   |
|   |   | 3 | 3 |   |
|   |   | 1 |   |   |

$$3375 = 5^3 \cdot 3^5 \cdot 1 \cdot 1$$

5 5 5 3 3 3 1 1  
~~8~~ 7 6 5 4 3 2 1  
 90 120 24 6 2  
 10000000

$$\begin{array}{r} 17 \\ 56 \\ \times 2 \\ \hline 1120 \\ 352 \\ \hline 40320 \end{array}$$

N2

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \sin 7x - (\sin 11x \cdot \sin 3x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \sin 7x - (2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \sin 7x - 2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \cos 7x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} \left( \sqrt{2} \left( \frac{1}{2} \sin 7x - \frac{1}{2} \cos 7x \right) \right) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \sqrt{2} \left( \cos 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ 2 \sin \frac{8x}{2} \cdot \sqrt{2} \left( \cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) \right) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ \sin \frac{8x}{2} \cdot \cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) &= \frac{1}{2} \cos 14x \\ \frac{1}{2} \sin \left( \frac{8x}{2} + 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( \frac{8x}{2} - 7x + \frac{\pi}{4} \right) &= \cos 14x \\ \sin \left( 11x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( -3x + \frac{\pi}{4} \right) &= \cos 14x \\ -2 \sin \frac{8x}{2} (\sin 7x - \cos 7x) &= -\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) / (\cos 7x + \sin 7x) \\ 2 \sin 4x &= \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) \\ 2 \sin 4x &= \sqrt{2} \left( \sqrt{2} \left( \sin 7x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 7x \sin \frac{\pi}{4} \right) \right) \\ 2 \sin 4x &= 2 \sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) \\ \sin 4x - \sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) &= 0 \\ 2 \sin \frac{4x - 7x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{4x + 7x + \frac{\pi}{4}}{2} &= 0 \\ \sin \left( -3x - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left( 4x + \frac{\pi}{8} \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 7x - (\sin 3x + \sin 11x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 7x - 2 \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) / (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$-2 \sin 4x = \sqrt{2} / \sqrt{2} (\sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 4x = \sin (7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 4x - \sin (7x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \sin \frac{4x - 7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{4x + 7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin (-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) \cdot \cos (\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} \sin (-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos (\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} -\frac{3x}{2} = -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{11} + \frac{2\pi}{11}k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\frac{N3}{\left(\frac{y}{x}\right)^4 \lg x = y^2 \lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 - y^2 - 4x$$

$$(x^2 - 2xy - 3y^2) - 4(x - 3y) = 0$$

$$(x+y)(x-3y) - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0 \quad \text{OAB!!!}$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = 3y \\ x = 4 - y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

$$\textcircled{1} \quad x = 3y$$

$$\left(\frac{y}{3y}\right)^4 \lg 3y = y^2 \lg 3y^2$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right) \lg 3y = y^2 \lg 3y^2$$

$$\frac{y^4 \lg 3y}{3 \lg 3y} = y^2 \lg 3y^2$$