МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$

5 и 3 – простые числа, $5 \cdot 3 = 15$ – не цифра. Очевидно, что с учетом этих обстоятельств искомые числа состоят из четырех цифр 5, трех цифр 3 и одной цифры 1.

Всего их $\frac{8!}{3! \cdot 4! \cdot 1!} = 280$

Ответ: 280

2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x$
$\sin 7x + \sin 3x = 2\sin 5x \cos 2x$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$$
$$2\cos 5x \cos 2x - 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 0$$
$$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}\cos 10x = 0$$

$\cos 10x = \cos^2 5x - \cancel{\cos^2} \sin^2 5x = (\cos 5x + \sin 5x)(\cos 5x - \sin 5x) =$
$= (\cos 5x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x))(\cos 5x - \sin 5x) = 2\cos\frac{\pi}{4}\cos(5x - \frac{\pi}{4})(\cos 5x - \sin 5x) =$
$= \sqrt{2} \cdot \cos(5x - \frac{\pi}{4})(\cos 5x - \sin 5x)$

$$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\cos(5x - \tfrac{\pi}{4})(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$
$$2(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 2x - \cos(5x - \tfrac{\pi}{4})) = 0 \quad |:2$$
$$(\cos 5x - \sin 5x) \cdot (-2) \cdot \sin(\tfrac{7x}{2} - \tfrac{\pi}{8})\sin(\tfrac{\pi}{8} - \tfrac{3x}{2}) = 0 \quad |:2$$
$$(\cos 5x - \sin 5x)\sin(\tfrac{7x}{2} - \tfrac{\pi}{8})\sin(\tfrac{3x}{2} - \tfrac{\pi}{8}) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x - \sin 5x = 0 \\ \sin(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{5}$, $x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$, $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 2(y^2 - 4y + 4) - (x^2 + 4x + 4) - xy - 4 =$

$= 2(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 - xy = (y-2)^2 - (x+2)^2 + (y-2)^2 - 2^2 - xy =$

$= (y - x - 4)(y + x) + (y-4)y - xy = (y - 4 - x)(y + x) + y(y - 4 - x) =$

$= (y - x - 4)(2y + x)$

Прологарифмируем обе части первого уравнения системы по основанию 10

$$\lg y(\lg x^4 - \lg y^2) = \lg(-xy)\lg(-x)$$

$$\lg y(4\lg(-x) - 2\lg y) = (\lg(-x) + \lg y)\lg(-x)$$

Пусть $a = \lg y$, $b = \lg(-x)$, тогда $a(4b - 2a) = (a+b)b \Leftrightarrow 4ab - 2a^2 = ab + b^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$, решим относительно b

$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2 \Rightarrow b = \dfrac{3a \pm a}{2}$; $b_1 = 2a$, $b_2 = a$

Таким образом данная система равносильна следующей

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \lg(-x) = 2\lg y \\ \lg(-x) = \lg_{10} y \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -x = y^2 \\ -x = y \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} -x = y^2 \\ y = x + 4 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} -x = y^2 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases} & (2) \\ \begin{cases} -x = y \\ y = x + 4 \end{cases} & (3) \\ \begin{cases} -x = y \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases} & (4) \end{array}\right.$$

Решим (1): $-x = x^2 + 8x + 16 \Leftrightarrow x^2 + 9x + 16 = 0$, $x_1 = \dfrac{-9 - \sqrt{17}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-9 + \sqrt{17}}{2}$
для x_1 ~~нет~~ $y < 0$, что не уд. ОДЗ. решением (1) является
$\left(\dfrac{-9 + \sqrt{17}}{2}; \dfrac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решим (2): $-x = \frac{x^2}{4} \iff \frac{x^2}{4} + x = 0 \iff (\frac{x}{4}+1)x = 0$, $x=0$ не уд. ОДЗ

$\frac{x}{4}+1=0 \iff \frac{x}{4} = -1 \iff x = -4$, $y = 2$; решение $(-4;2)$

Решим (3): $-x = x+4 \iff x=-2$, $y=2$; решение $(-2;2)$

Решим (4): $-x = -\frac{1}{2}x \iff \frac{1}{2}x = 0$, $x=0$ (не уд. ОДЗ)

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$, $(-4;2)$, $(-2;2)$

5. $\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$

Рассмотрим (1)

1) $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \\ |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \end{cases} \iff x = 12$

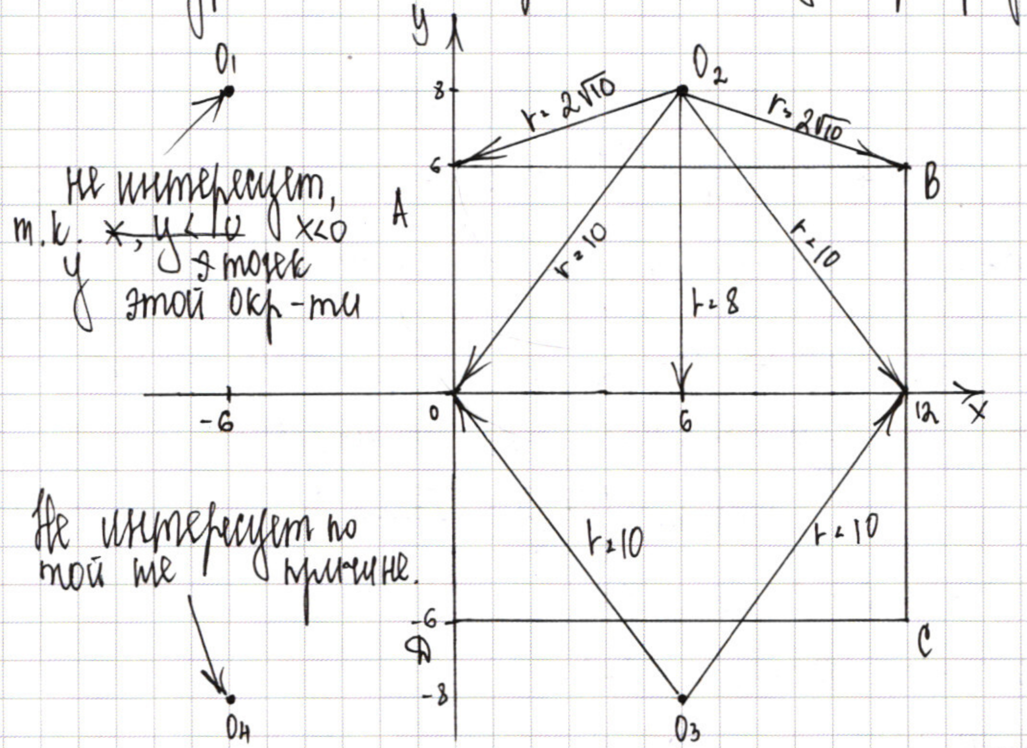
2) $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y < 0 \\ |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \end{cases} \iff y = \cancel{+6}\ -6$

3) $\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y \geq 0 \\ |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \end{cases} \iff y = 6$

4) $\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \\ |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \end{cases} \iff x = 0$

(1) задает квадрат с координатами вершин $(0;6)$, $(12;6)$, $(0;-6)$, $(12;-6)$

(2) задает окружности с центрами в точках $(\pm 6; \pm 8)$ ограниченных квадрантами (четвертями) их центров, радиуса $\sqrt{a}$



При $a = 24$ окружности $(O_2, 2)$ и $(O_3, 32)$ касаются квадрата в разных точках (2 решения)

При $a < 4$ корней нет

При ~~<4~~ $4 < a < 100$ окружности пересекают квадрат в 2-х точках каждая (4 решения)

При $a = 100$ каждая окружность пересекает квадрат в точках $(0;0)$ и $(12;0)$ — 2 решения

При $a > 100$ решений нет

Ответ: 4, 100;

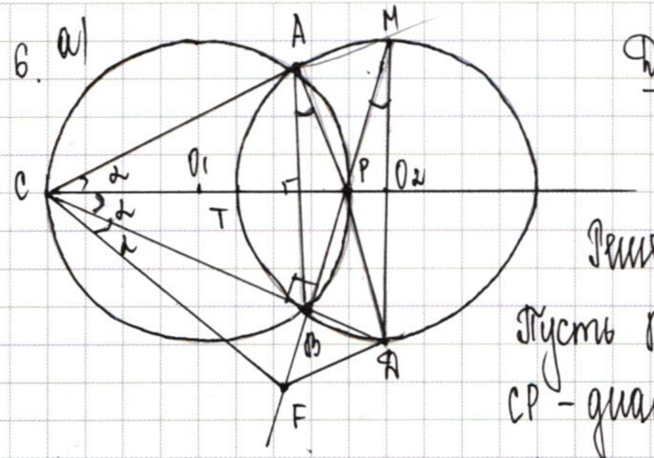
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. а)



Дано: $AO_1 = AO_2 = 13$, $\angle CAD = 90^\circ$, $BF \perp CD$, $BD = BF$

найти: CF

Решение

Пусть $BF \cap$ окр$(O_2; AO_2) = P$, а $AD \cap$ окр$(O_1; AO_1) = k$

CP – диаметр, т.к. ~~∠CAk~~ $\angle CBP = 90^\circ$ | => $k = P$ (из точки C выходит только один диаметр.)

Ck – диаметр, т.к. $\angle CAD = 90^\circ$

~~$AB \perp O_1P$ (как радиус~~ Причем $P \in O_1O_2$, $AB \perp CP$, $\smile AP = \smile BP$.

Если $\angle ACP = \alpha$, то $\angle ABP = \alpha$. $\angle PCB = \alpha$, $\angle PAB = \alpha$.

$\angle DBP = 90^\circ$ => Если $M = BP \cap$ окр$(O_2; AO_2)$, то MD – диаметр.

$\angle BAD = \angle BMD = \frac{1}{2} \smile BD = \alpha$

~~CP = MD~~ $T =$ окр$(O_2; AO_2) \cap CO_2$, $MD \perp O_1O_2$, $\smile O_1M = 90^\circ$, $\angle AMB = \frac{1}{2} \smile O_1M = 45^\circ$

~~∠ACP = ∠BMD~~ $\triangle BCP = \triangle BMD$ т.к. $CP = MD = 2 \cdot 13 = 26$, $\angle PCB = \angle BMD = \alpha$

$BM = BC$ => $\angle ACB = \angle AMB = 45^\circ$ (~~от~~ $\angle MCB = 90^\circ - \angle AMB = 45^\circ$)

$\alpha = \frac{45^\circ}{2} = \frac{\pi}{8}$, $\angle CDA = 90^\circ - \angle ACD = 45^\circ$.

$BD = BF$, $BD \perp BF$ => $\angle FDB = 45^\circ$

BD – биссектриса и высота в $\triangle PDF$ => $BF = BP$

$CB \perp PF$, $BF = BP$, CB - общ. => $\triangle CBP = \triangle CBF$ => $CF = CP = 2 \cdot 13 = 26$, $\angle PCB = \angle FCB$

б) найти $S_{\triangle ACF}$, $BC = 10$

~~$BF = \sqrt{CF^2}$~~ $\angle ACF = 3\alpha$, $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sin 3\alpha \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \sin 3\alpha \cdot BC \cdot CF$,

т.к. $AC = CF$ из равнобедренного $\triangle ABC$ $S_{ACF} = 130 \sin \frac{3\pi}{8} = 65\sqrt{2-\sqrt{2}}$

Ответ: $CF = 26$, $S_{ACF} = 130 \sin \frac{3\pi}{8} = 65\sqrt{2-\sqrt{2}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) к задаче 8 $\cos\alpha = \cancel{\sqrt{1+}}\ \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, $\sin\alpha = \sqrt{2-\sqrt{2}}$

$$\cos t\, 3\alpha = \cos 2\alpha \cos\alpha - \sin 2\alpha \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\left(\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16875 : 25 = 675$; $625 \times 27 = 16875$

$675 : 25 = 27$; $35 \times 8 = 280$

$16875 = 3^3 \cdot 5^4 \cdot 1$ $\quad$ 3335555 1

$N = \frac{8!}{3!4!1!} = \frac{5\cdot\cancel{6}\cdot7\cdot8}{\cancel{2\cdot3}} = 35\cdot8 = 280$

$\cancel{007}$ $\cos7x + \cos3x = 2\cos2x\cos5x$

$\sin7x + \sin3x = 2\sin5x\cos2x$

$2\cos2x\cos5x - \sqrt2\cos10x = 2\sin5x\cos2x$

$2\cos2x(\cos5x - \sin5x) - \sqrt2(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$

$2\cos2x(\cos5x - \sin5x) - \sqrt2(\cos5x - \sin5x)(\cos5x + \sin5x) = 0$

$(\cos5x - \sin5x)(2\cos2x - \sqrt2(\cos5x + \sin5x)) = 0$

1) $\cos5x = \sin5x$ $\qquad 2\cos2x - \sqrt2\cos5x - \sqrt2\sin5x = 0$

$\operatorname{tg}5x = 1$ $\qquad \cos5x = \cos(2x+3x) = \cos2x\cos3x - \sin2x\sin3x$

$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ $\qquad \sin5x = \sin(2x+3x) = \sin2x\cos3x + \cos2x\sin3x$

$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{5}$ $\qquad \sin5x + \cos5x = \cos2x\cos3x - \sin2x\sin3x + \sin2x\cos3x + \cos2x\sin3x$

$\cos5x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 2\cos\frac{\pi}{4}\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\cdot\frac{1}{\sqrt2}\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt2\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$

$5x + \frac{\pi}{2} - 5x = \quad 5x - \frac{\pi}{2} + 5x = 10x - \frac{\pi}{2}$ $\qquad 2\cos2x - 2\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cos2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$-2\sin\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cdot$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

$x^2 + 4x + 4 \qquad y^2 - 4y + 4$

$2(y^2 - 4y + 4) - (x^2 + 4x + 4) = 2y^2 - 8y - x^2 - 4x + 8 - 4 \cancel{xy} =$

$2(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 - xy = \cancel{(x-2)}(y-2)^2 - (x+2)^2 + (y-2)^2 - 4 - xy =$

$= (y-2-x-2)(y-2+x+2) + (y-2-2)(y-2+2) - xy = (y-x-4)(y+x) + (y-4)y - xy =$

$= (y-x-4)(y+x) + y(y-x-4) = (y-x-4)(y+x+y) = \boxed{(y-x-4)(2y+x)}$

$2y^2 + xy - 2xy - x^2 - 8y - 4x$

$y = x+4$ или $y = -\frac{x}{2}$

$\lg y \cdot (\cancel{2}\lg x^2 - \lg y) = (\lg(-x) + \lg y)\lg(-x)$

$\lg y(4\lg(-x) - \lg y) = (\lg(-x) + \lg y)\lg(-x)$

$a = \lg y \quad b = \lg(-x) \qquad a(4b - a) = (b+a)b \qquad 4ab - a^2 = b^2 + ab$

$b^2 - 4ab + a^2 + ab = 0$

$b^2 - 3ab + a^2 = 0$

$\frac{-9+\sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$

$81 - 64 = 17$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

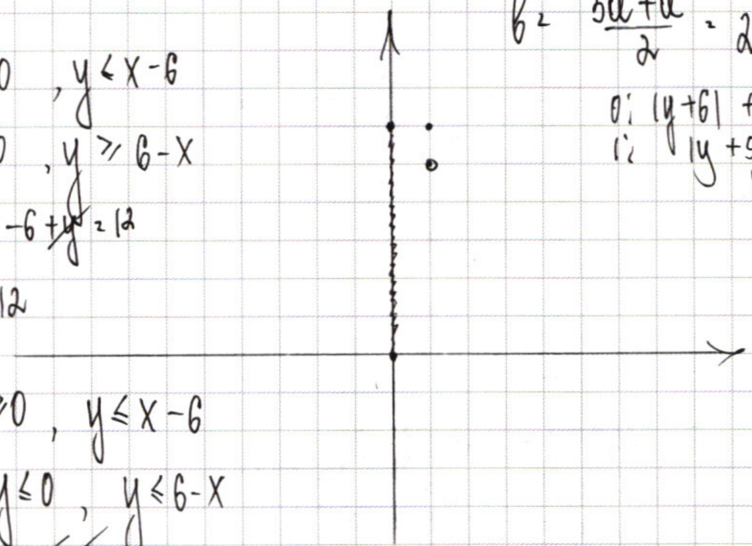
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$b^2 - \cancel{3ab} + a^2 = 0$
$D = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2$
$b = \frac{3a \pm a\sqrt{5}}{2}$
$b_1 = |a| \frac{3+\sqrt{5}}{2}$
$\lg(-x) = (\lg y) \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2}$
$\frac{x^4}{y^2}$

$\lg y (4\lg(-x) - 2\lg y) = \lg(-x)(\lg(-x) + \lg y)$
$a(4b - 2a) = b(b+a)$
$4ab - 2a^2 = b^2 + ab$
$b^2 - 3ab + 4a^2 = 0$
$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2$
$b = \frac{3a+a}{2} = 2a \quad b = \frac{3a-a}{2} = a$

① $\begin{cases} x-6-y \geq 0, & y \leq x-6 \\ x-6+y \geq 0, & y \geq 6-x \end{cases}$
$x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y} = 12$
$2x-12=12$
$x=12$



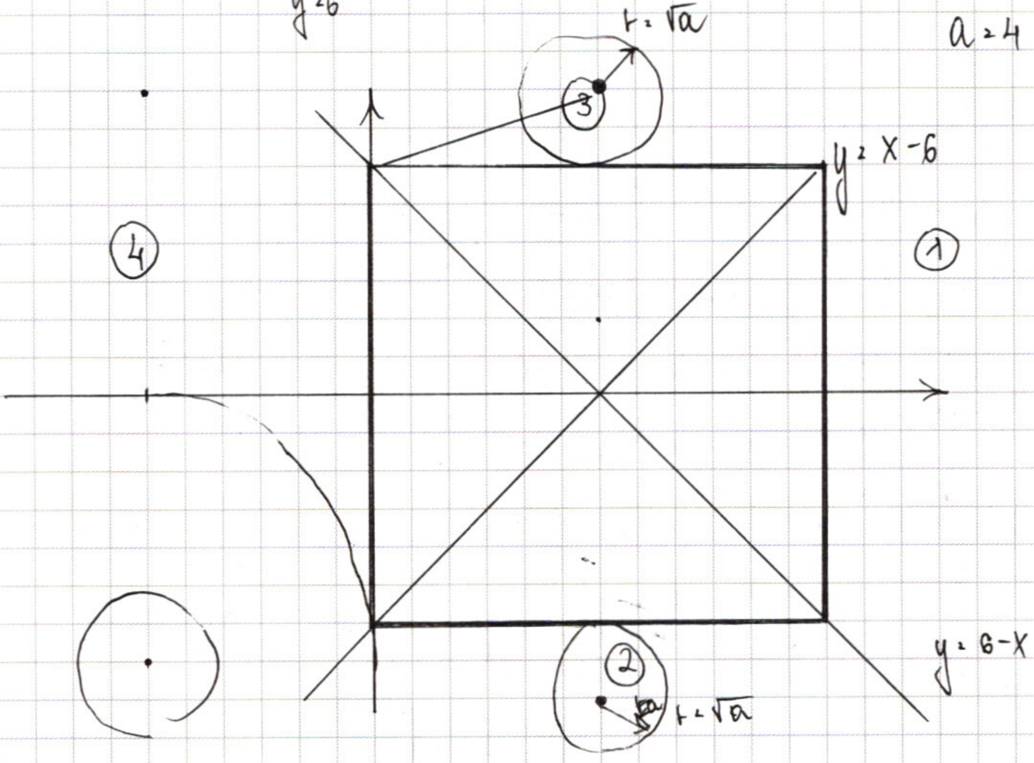
0: $|y+6| + |y-6| = 12$
1: $|y+5| + |y-5| = 12$
$y=6: |x-12| + |x| = 12$
$|b| + |a| = b - a$
$b>0 \quad a<0$
$x>0 \quad x-12<0$

② $\begin{cases} x-6-y \geq 0, & y \leq x-6 \\ x-6+y \leq 0, & y \leq 6-x \end{cases}$
$\cancel{x}-\cancel{6}-y-\cancel{x}+\cancel{6}-y = -2y = 12$
$y=-6$

③ $\begin{cases} x-6-y \leq 0 & y \geq x-6 \\ x-6+y \geq 0 & y \geq 6-x \end{cases}$
$-\cancel{x}+\cancel{6}+y+\cancel{x}-\cancel{6}+y=12$
$y=6$

④ $\begin{cases} x-6-y \leq 0 & y \geq x-6 \\ x-6+y \leq 0 & y \leq 6-x \end{cases}$
$-x+6+y-x+6-y = 12 - 2x = 12$
$x=0$

$a=4$

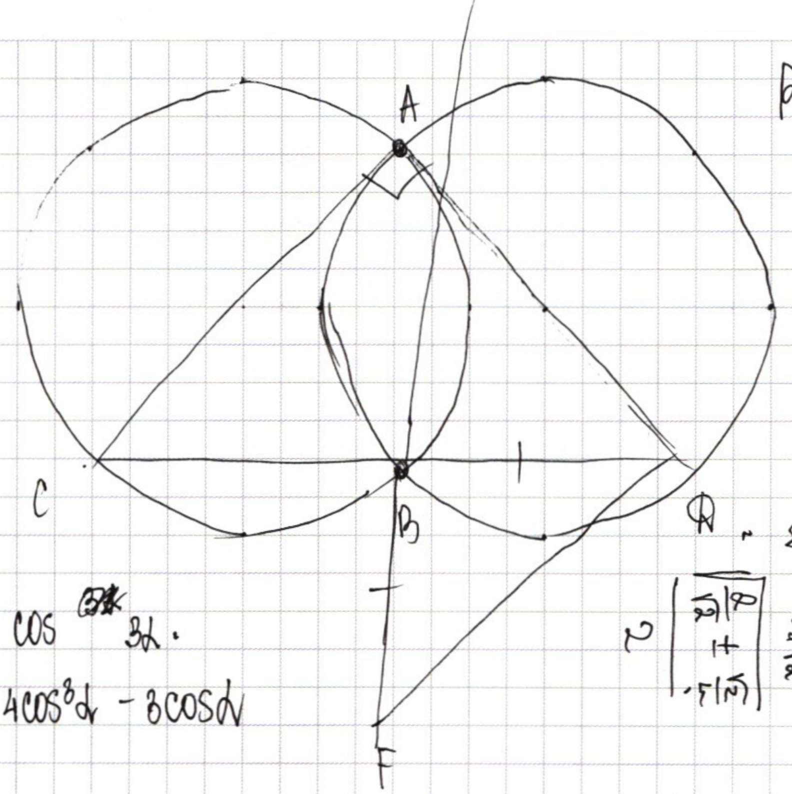


☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$R = B$

$\cos \frac{3\cdot 45^\circ}{2} = \cos\left(45^\circ + \frac{45^\circ}{2}\right) = \cos 45^\circ \cos\frac{45}{2} - \sin 45^\circ \sin\frac{45}{2} =$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

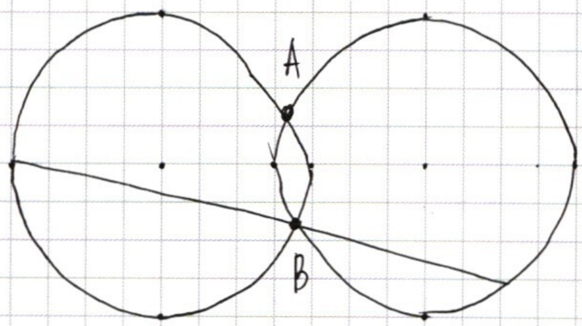
$\frac{CQ^2}{3CQ^2 - 39CQ - 26CQ}$

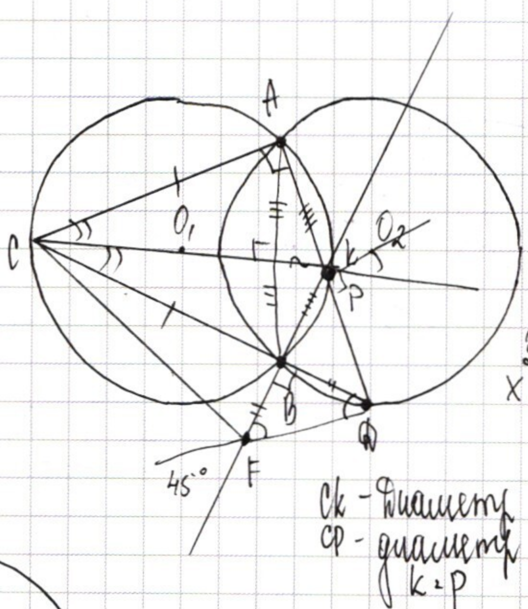
$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \qquad \frac{2+\sqrt{2}}{4} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}$

$\cos 3\alpha =$

$= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$





$\frac{CQ^2}{(3CQ - 26)(CQ - 13)}$

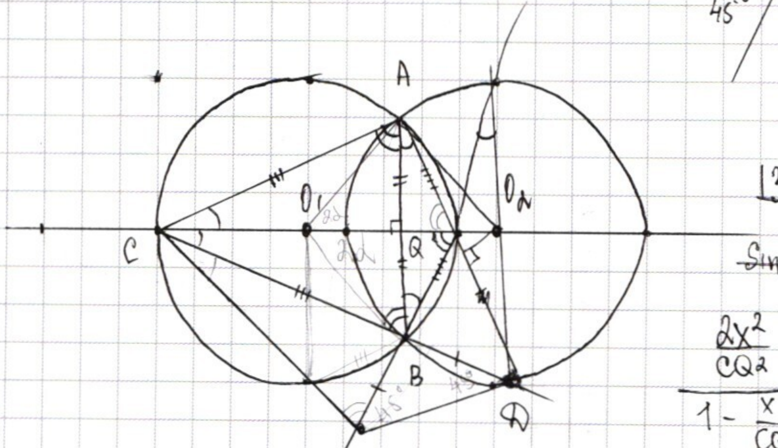
$3XCQ - 26X = CQ^2$

$X(3CQ - 26) = CQ^2$

Ck - диаметр

CP - диаметр

$K = P$



$13 + X \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{X}{CQ}$

~~$\sin\alpha$~~

$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{2\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{X}{CQ - 13}$

$\frac{\frac{2X^2}{CQ^2}}{1 - \frac{X}{CQ}} = \frac{2X}{CQ^2\left(1 - \frac{X}{CQ}\right)} = \frac{2X}{CQ^2 - XCQ} = \frac{1}{CQ - 13}$

$2XCQ - 26X = CQ^2 - XCQ$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$y \geq 3^x + 4\cdot 3^{81}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$

$3^x + 4\cdot 3^{81} < 85 + (3^{81}-1)x$

$2x - 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 3x$

$\cos 22{,}5° =$

$(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2 = 9 + \sqrt{18} = 9 + 3\sqrt{2} = 3+\sqrt{2}$

№ 130

$\sqrt{\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}}$

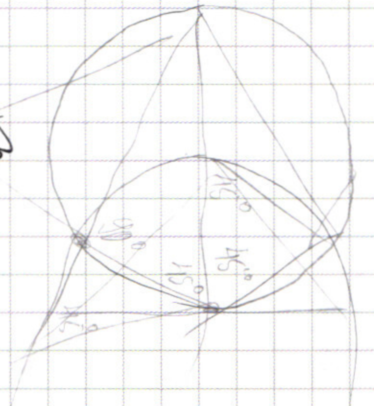
$(\sqrt{4}+\sqrt{6})^2 = 4+6+2\sqrt{24} = 10+$

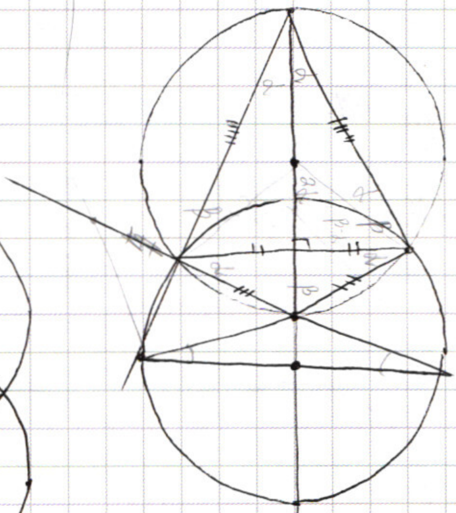
$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} =$

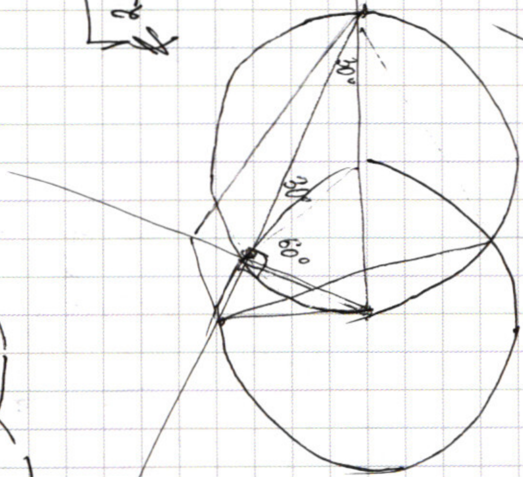
$(\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}})^2 =$

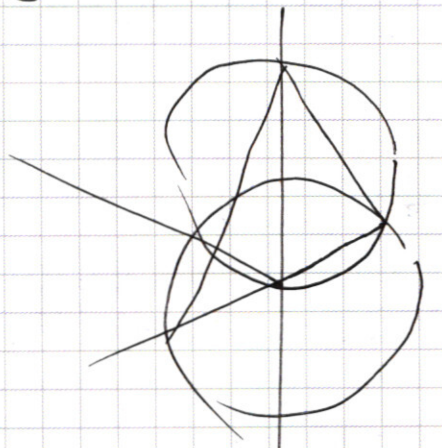
$= 2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2} - 2\sqrt{4-2} =$

$= 4 - 2\sqrt{2} = \sqrt{8}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}$







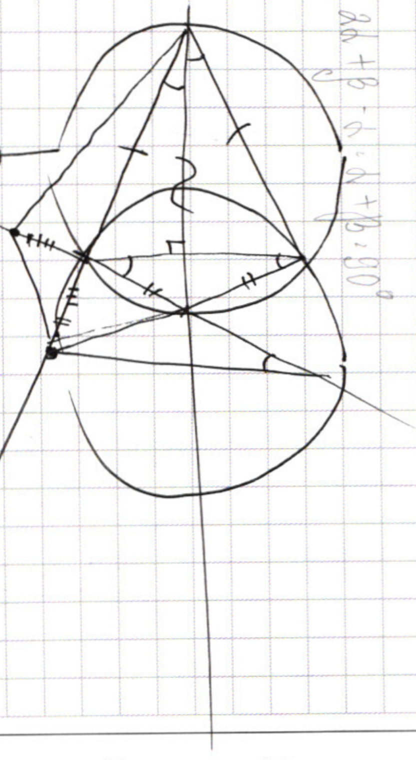


56

8 7 6 5 4 3 3 1

3 2 1 4 3 2 1

250 + 30



$2\alpha + \beta = \alpha + \beta = 90°$

$a + b\sqrt{2}$

$a^2 + b^2 = 2$

$2ab = \sqrt{2}$

$a = \frac{\sqrt{2}}{2b} = \frac{1}{b\sqrt{2}}$

$\frac{1}{2b^2} + b^2 = 2$

$1 + 2b^4 = 4b^2$

$(a+b)^2 =$

$\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{8}$

$2b^4 - 4b^2 + 1 = 0$

$D = 16 - 8 = 8$

☑ черновик ☐ чистовик

Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)