

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_8 = 9261$$

Найти количество
восьмизначных чисел

$$\begin{array}{r|l} 9261 & 4 \\ 1323 & 4 \\ 189 & 4 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Число $9261 = 7^3 \cdot 3^3$, если произведение цифр

8-значного равно 9261, то возможны 2 набора цифр:

1) 4, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1.

2) 7, 7, 7, 3, 9, 1, 1, 1

Другие варианты нет, так $3 \cdot 9 > 10$
 $3 \cdot 7 > 10$
 $7 \cdot 7 > 10$

$$\begin{aligned} \text{Всего чисел с 1) набором цифр: } & \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \\ = & \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 10 \cdot 56 = 560 \end{aligned}$$

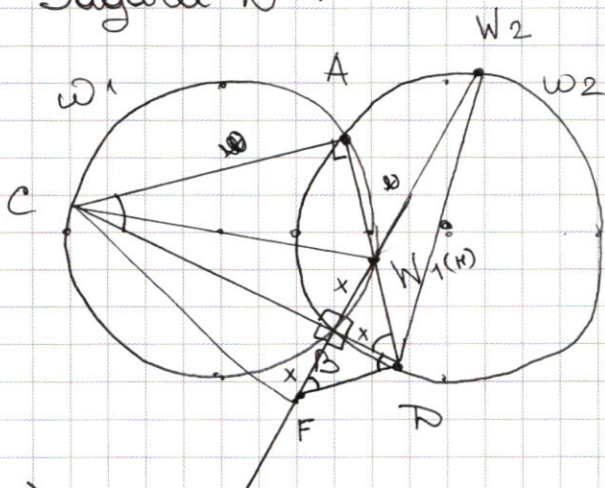
$$\begin{aligned} \text{2) набором цифр } & \frac{8!}{3! \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3!} = \\ = & \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 20 \cdot 56 = 1120 \end{aligned}$$

Тогда всего восьмизначных чисел $560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680

Задача №6.

$R=10$



1) Пусть W_1 - точка пересечения BF и AD

W_2 - точка пересечения BF и AD

BF и AD

H - точка пересечения BF и AD

BF и AD

2) Тогда рассмотрим четырехугольник $CAHB$:

а) $\angle CAD (\angle AHB) = 90^\circ$ - по условию

б) $\angle CBH = 90^\circ$ - по условию так $BF \perp CD$

$\angle CAD + \angle CBH = 180^\circ$ - значит четырехугольник вписан в ω , где точки C, A, B лежат на ω_1 , а вокруг Δ можно описать единственную ω , то точка H лежит на ω_1

$\rightarrow$ совпадает с W_1 ($W_1 = H$)

3) $\angle CBW_1 = 90^\circ$ так $(FB \perp CD)$, значит CW_1 - диаметр ω_1

~~вписанный угол~~ $= 90^\circ$ опирается на диаметр

$$CW_1 = 2R = 20$$

аналогично $\angle DW_2 = 90^\circ \rightarrow DW_2 = 20$

4) $\triangle CAD$:

$\angle CAD$ - опирается на $\cap AB(\omega_1)$

$\angle ADC$ - опирается на $\cap AB(\omega_2)$

$\cap AB(\omega_1) = \cap AB(\omega_2)$ из симметрии и с диаметрами так $R_1 = R_2 = 10$

тогда $\angle ACD = \angle ADC \rightarrow$ по т. о $\angle CAD = 90^\circ$

$$\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ \rightarrow \angle AC = \angle AD$$

(так $\triangle ACD$ - р/б по кругу)

5) Так $\angle FBD = 90^\circ$; $FB = BD$ ~~то~~ $\angle BFD = \angle BDF = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$

(по т. о $\angle B$)

Пусть $BD = x$, тогда $BF = x$ (так $\triangle FBD$ - р/б)

$$\angle ADC = 45^\circ; \angle DBW_1 = 90^\circ \rightarrow \angle BW_1D = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \rightarrow$$

$\triangle DBW_1$ - р/б (по кр-ку) $\rightarrow BW_1 = BD = x$

$$6) \text{ из } \triangle CBW_1 \quad CW_1 = \sqrt{4R^2 - x^2} = \sqrt{400 - x^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из $\triangle CBF$: $CF = 2R = 20$

$$CF = 20$$

7) $BC = \sqrt{400 - x^2} = 12 \rightarrow x^2 = 256 \text{ так } x > 0 \rightarrow$
 $x = 16$

тогда $CD = CB + BD = CB + x = 12 + 16 = 28$

8) Так $\triangle CAD$ — $\triangle$ и $\angle CAD = 90^\circ$ по сему $CD = 28$, то $AC = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$

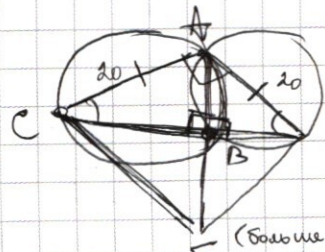
9) В $\triangle ACF$: $\angle ACF = \angle ACD + \angle DCF$
 $\angle ACD = 45^\circ$ $\sin \angle DCF = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
 $\cos \angle DCF = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

тогда $\sin \angle ACF = \sin \angle ACD \cos \angle DCF + \sin \angle DCF \cdot \cos \angle ACD =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

10) $S_{ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF}{2} = \frac{20 \cdot 14\sqrt{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10}}{2} = 14 \cdot 7 \cdot 2 = 196$

Ответ: $CF = 20$
 $S_{ACF} = 196$

Если M совпадает с W_1 , а с т. А, то



$AB \perp CD$; из п. 4. $\triangle CAD$ — $\triangle$, тогда

AB — высота $\triangle CAD$; из $\triangle$

$CA = AD = 2R$ — диаметры
 $CF = 20$ — диаметр
 $CB = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \neq 12$

(больше случаев нет так как пересекаются только в 2-х точках) противоречие с условием
 Аналогично если A совпадает с $W_1 \rightarrow$ единственный вариант, когда $M = W \neq A$

Задача 25.

② $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$ I $a < 0$ - решений нет
или ② - с радиусом $\sqrt{a}$

II $a = 0$ 4 точки, лежащие вне
линии от - не подходит

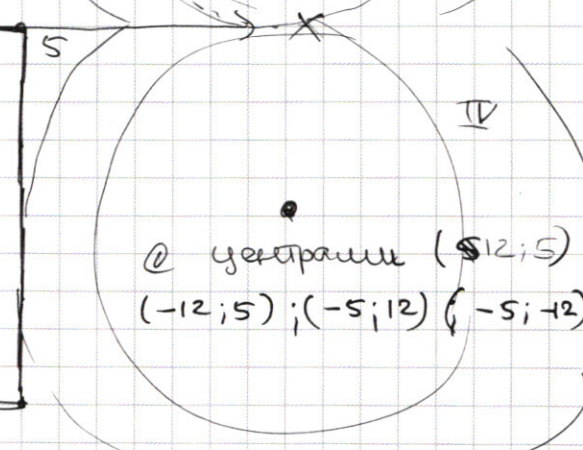
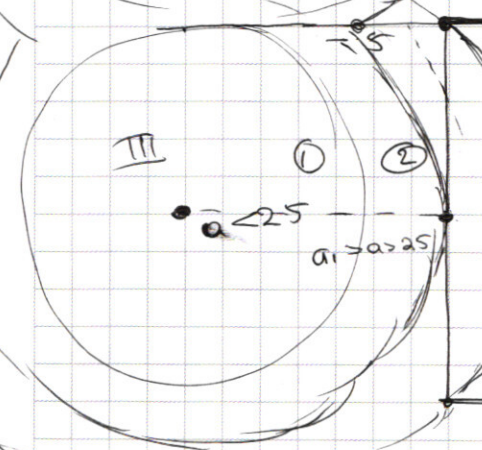
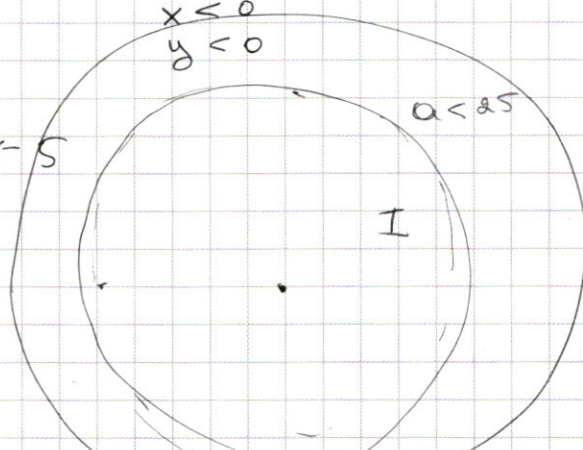
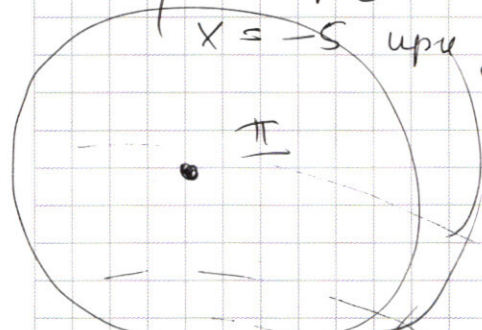
III $a > 0$:

Построим $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

$y = \begin{cases} 0 & \text{при } y \geq x+5; y \geq x-5 \\ -10 & \text{при } y < -x-5; y < x-5 \\ x-5 & \text{при } y > -x-5; y < x-5 \\ x+5 & \text{при } y < x-5; y > x-5 \end{cases}$

① $x > 0, a < 25$

$y > 0$
 $x < 0$
 $y < 0$



$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$

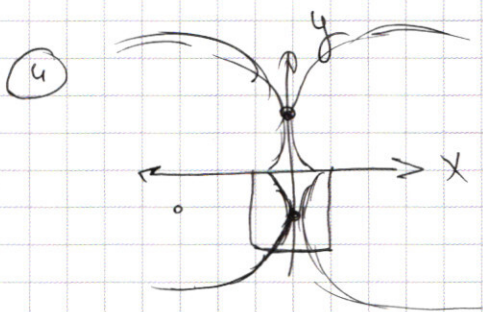
при $a > 0$ градиент
увеличивается и угасания
существуют, можно

угасания
существующий в III; IV четвертях существуют
касаться сторон квадрата, во II и I можно
еще проходить через вершину/сторону:

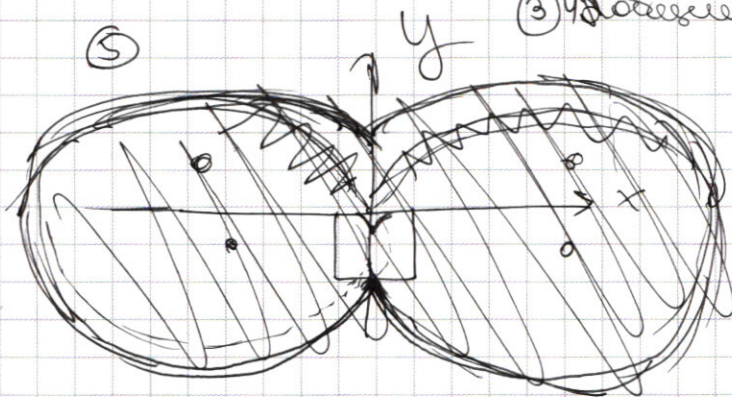


Тогда возможны варианты ①, ②, ③

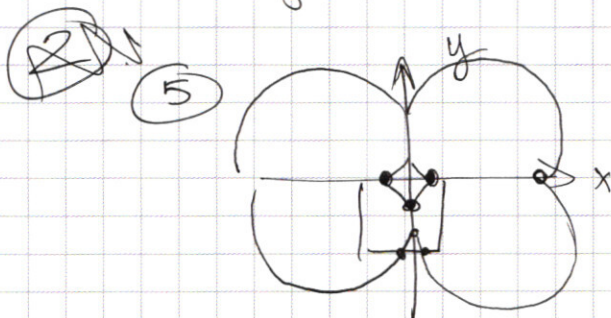
- ① - 0 общих точек
 ② - 1 общая точка
 ③ - 2 общие точки



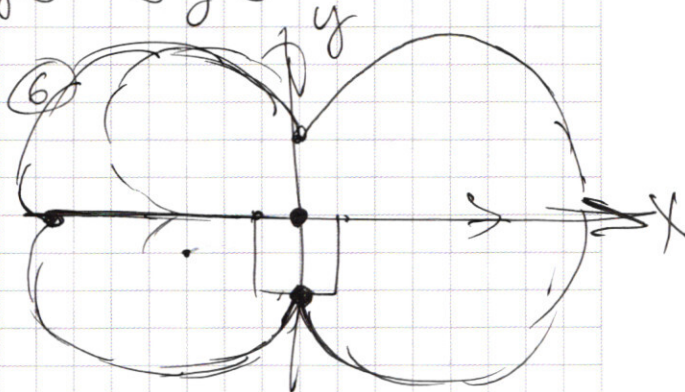
4 общие точки



Тогда нам покажем фигуры!

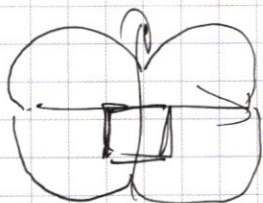


и общие точки

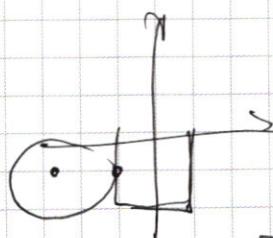


2 общие точки

→ Общие точки



②



Расстояние от ч.о. до

прямой $x = -5$ равно 7

то радиус окружности

$$\sqrt{a} = 7 = (12 - 5) \rightarrow$$

$$a = 49$$

с центром $(0; -5)$

окружность проходит через $(0; 0)$

и через $(12; 10)$ - т.е. центр окружности

равноудален от этих точек, тогда $\sqrt{a} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169}$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 25 \\ \hline 169 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

$$\cos 9x - \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\cos 9x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin 9x}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sin 5x}{\sqrt{2}} - \frac{\cos 5x}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x = 0$$

Итого $a_1 = 49$

$a_2 = 169$

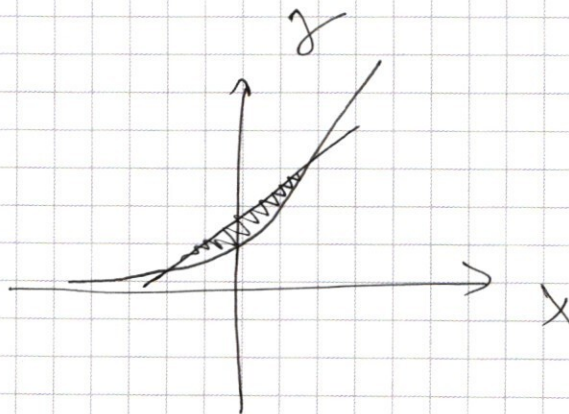
Ответ: $a = 49$

$a = 169$

Задача 7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{3x} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

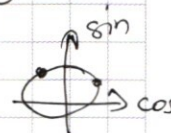


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 9x + \sin 9x) + \sqrt{2} (\sin 5x - \cos 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\boxed{\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0}$$

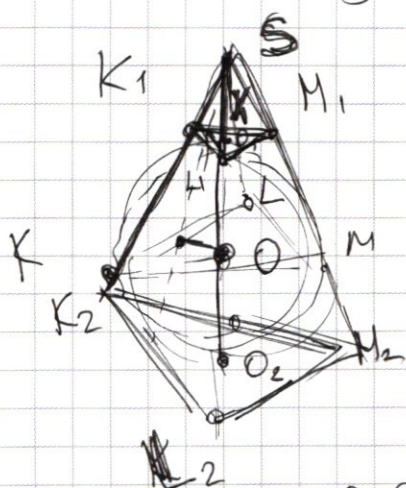


$$\sin(4x + 5x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin(4x + \frac{\pi}{2}) \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) \cos(4x + \frac{\pi}{2}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4})(-\sin 4x + 1) + \cos 4x(\cos(5x - \frac{\pi}{4}) - 1) = 0$$

Задача 24.



1) Пусть $K_1L_1M_1$ - плоскость сечения $SK_1L_1M_1 \perp$

$K_2L_2M_2$ - плоскость сечения

$SK_2L_2M_2 \neq 6$; O_1, O_2 - точки касания

тогда очевидно, что O из

сопряженных симметрии O лежит

на O_1O_2 ; 2) тогда рассмотрим Δ плоскость

ΔSOK ; 1) $SO \perp (K_1L_1M_1) \rightarrow SO \perp K_1O_1$
(по опр. прямой $\perp$ плоскости)

$\perp$ - $SO \perp (K_2L_2M_2)$ (по опр. прямой $\perp$ плоскости)

2) OK - радиус проведенной точке касания

$OK \perp SK$ (по определению)

~~значит ΔSOK - из~~ значит ΔSOK - из по определению

3)

Рассмотрим $SK_1L_1M_1$ и $SK_2L_2M_2$

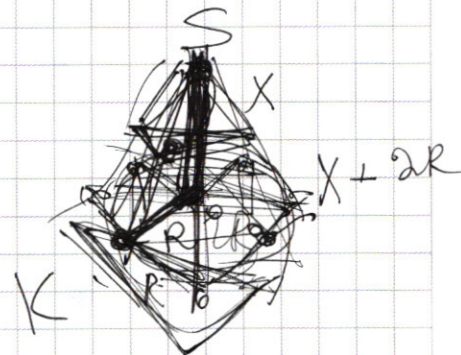
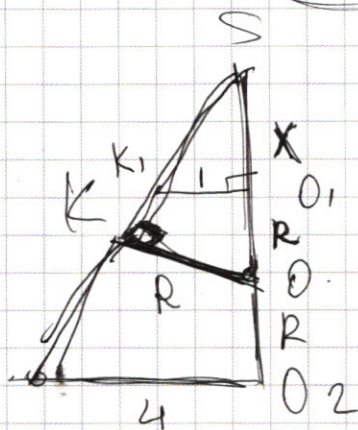
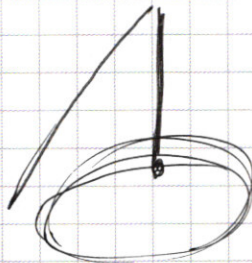
мы можем получить $SK_2L_2M_2$ продолжив $SK_1L_1M_1$ в точке S из $SK_1L_1M_1$, значит

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$-\cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos 7x \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos 4x$$

$$(x^2 y^4) - \ln x = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right)$$



$$\frac{x}{x+2R} = \frac{1}{4}$$

$$4x = x+2R$$

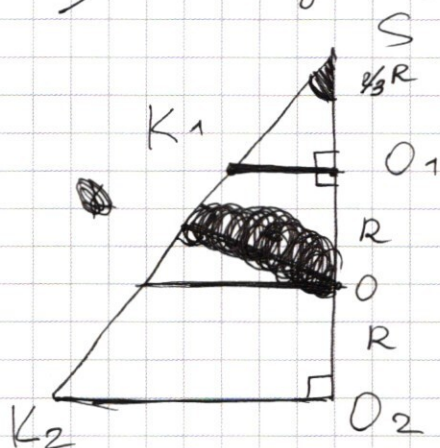
$$\frac{1}{4} = \frac{x}{x+2R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\triangle K_1 L_1 M_1 \sim \triangle K_2 L_2 M_2$$

с коэффициентом $k = \sqrt{\frac{S_{K_1 L_1 M_1}}{S_{K_2 L_2 M_2}}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

4) тогда изобразим $\triangle SK_2 O_2$



$$O_1 O_2 = O_2 K_2 = R = O K_1$$

из подобия $\frac{O_1 K_1}{O_2 K_2} = \frac{1}{4}$

Тогда пусть $SO_1 = x$

$$\frac{x}{x+2R} = \frac{1}{4}$$

$$x+2R = 4x$$

$$3x = 2R$$

$$x = \frac{2}{3}R$$

значит $SO = R+x = \frac{5}{3}R$

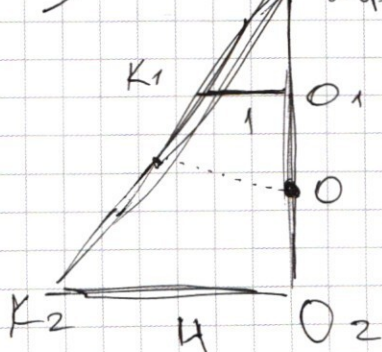
5) $\sin \angle KSO = \frac{KO}{OS} = \frac{R}{5/3 R} = \frac{3}{5}$

$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$

из $\triangle KSO$ $\cos \angle KSO = \frac{4}{5}$

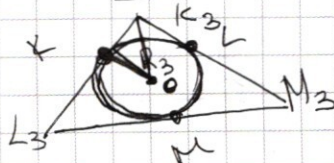
Пусть $K_3 L_3 M_3$ — ~~масштаб~~ ~~сечение~~

6) трехгранного угла плоскостью KLM, тогда



$$S_{K_3 L_3 M_3} = \cos \angle KSO \cdot \sqrt{S_{K_1 L_1 M_1} \cdot S_{K_2 L_2 M_2}} = \frac{4}{5} \cdot 4 = \frac{16}{5} = 3,2$$

$$R_3 = R \cos \angle KSO = \frac{4}{5}R$$



Тогда угол между OK и OK' ,
 где $OK' \perp O_1K_1$ (или угол с перпендикулярными
 сторонами)
 равен $\angle KSO$

тогда $S_{K_3L_3M_3} = S_{K_2L_2M_2} \cdot \frac{SO}{SO_2}$

$$\frac{SO}{SO_2} = \frac{\frac{5}{3}R}{\frac{8}{3}R} = \frac{5}{8}$$

$$S_{K_3L_3M_3} = \frac{S_{K_2L_2M_2} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2}{\cos \angle KSO} = \frac{16 \cdot 25 \cdot 5}{64 \cdot 4} =$$

$$= \frac{125}{16}$$

Ответ:

Задача 23.

$$(x^2 y^4) - \ln x = y \ln \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4) \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{-\ln x}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}} = y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = y^{\ln y - 7 \ln x + 4 \ln x}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = y^{\ln y} \cdot y^{-3 \ln x}$$

так $x > 0$ и
 $2x+1 > 0$ — выполняется
 всегда

$$x > 0$$

$$xy > 0 \rightarrow y > 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + y(-x-4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 - (8x^2 + 32x) =$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-2)^2$$

$$y_1 = \frac{x+4+3x-2}{2}$$

$$y_1 = 2x+1$$

$$y_2 = \frac{x+4-3x+2}{2}$$

$$y_2 = -x+3$$

так $x > 0$

$$-x+3 > 0$$

$$x < 3$$

$$0 < x < 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x \ln x}{x^{2 \ln x}} = (-x+3)^{\ln(3-x)} \cdot (3-x)^{-3 \ln(3-x)}$$

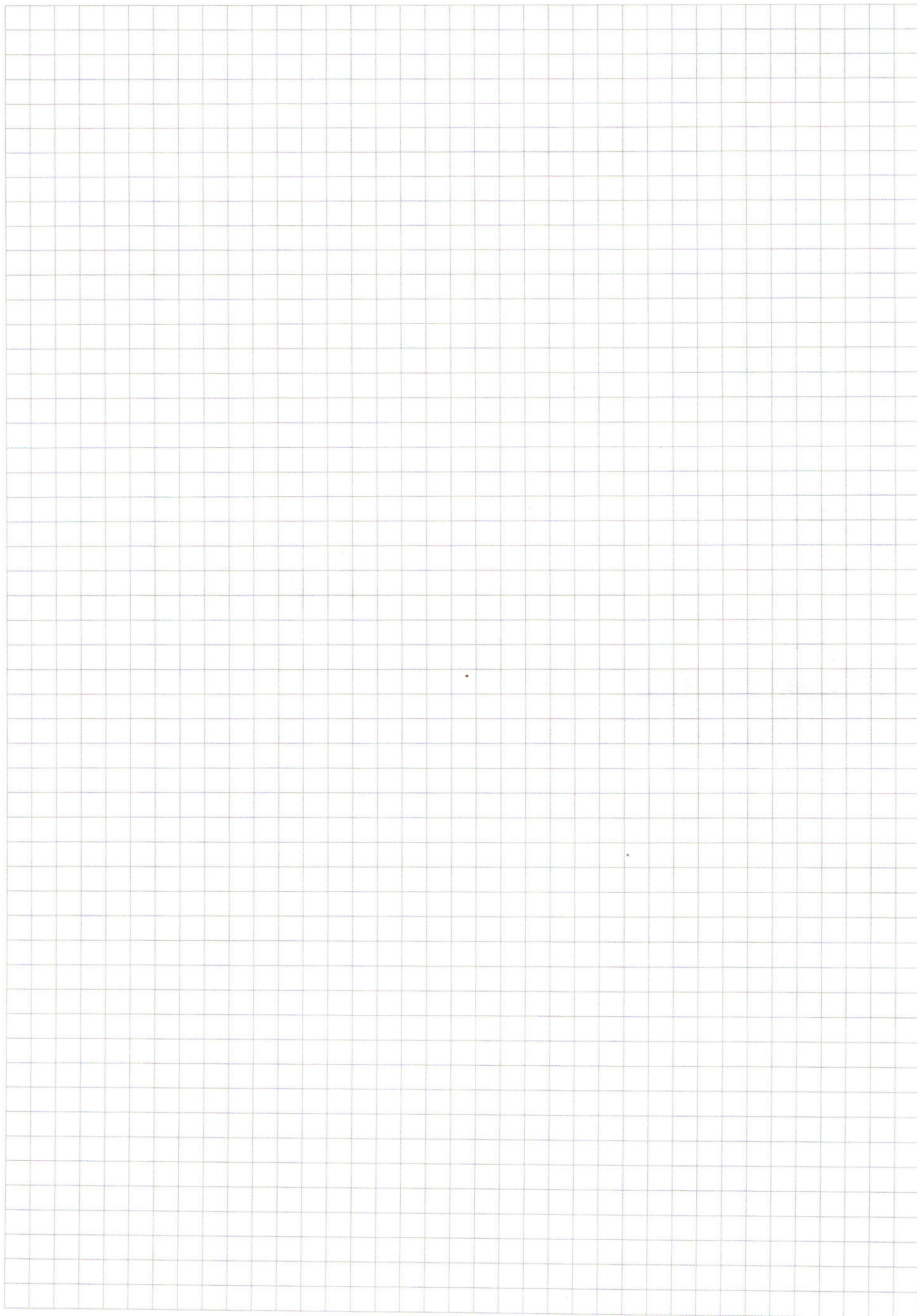
~~scribbles~~

$$a^{\ln a} \Rightarrow e^{\ln a}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = (3-x)^{\ln(3-x)} \cdot (3-x)^{-3 \ln x}, \quad 0 < x < 3$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = (2x+1)^{\ln(2x+1)} \cdot (2x+1)^{-3 \ln x}, \quad x > 0$$

~~scribbles~~

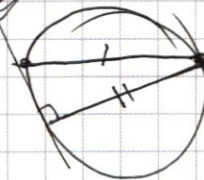
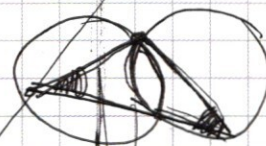
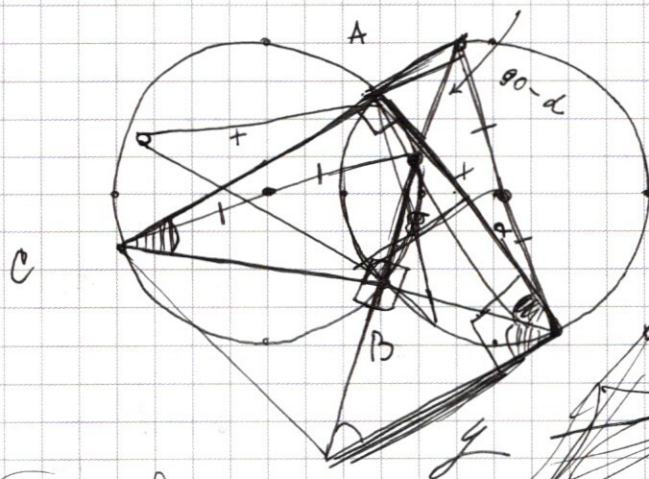


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

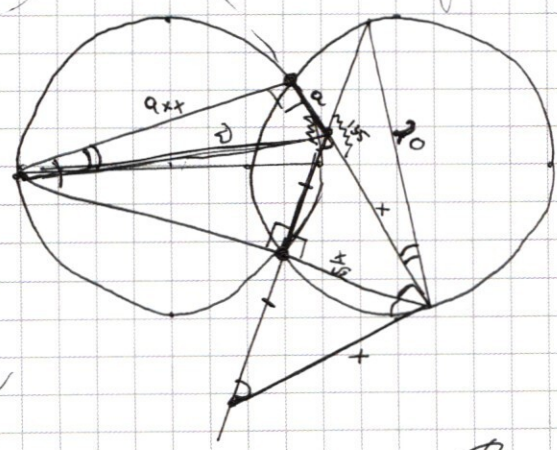
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^{\text{м}} y = f \text{ м}^2$$

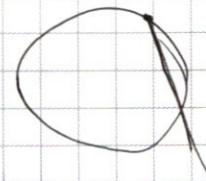


12

$\ln a$ $\ln a$



$\ln a$ $\ln a$



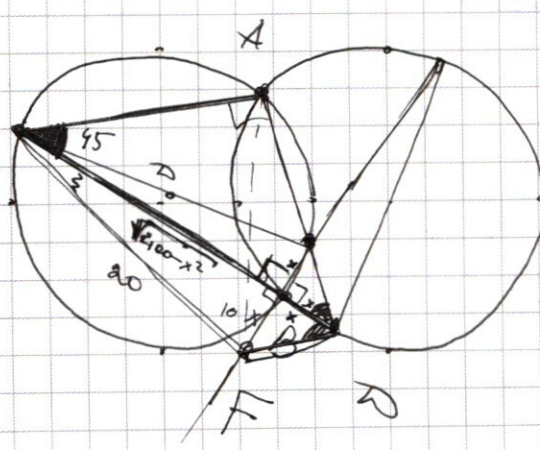
$$\frac{400}{144} = 256$$

$\ln a$

$\ln$

20 5
12 3
16

$$\begin{array}{r} 1456 \\ 196 \end{array}$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$x+y \geq 5$$

$$x+y \leq 5$$

$$* y-x \geq -5$$

$$y-x \leq -5$$

$$((y+5)+x)$$

$$|a+x| + |a-x| = 10$$

$$a > x$$

$$|x| + |y| = 10$$

$$a > x$$

$$a$$

$$-x$$

$$a > x \quad 2a \geq 10$$

$$a > x \quad a = 5$$

$$a < x$$

$$a > -x$$

$$-a+x+a+x \leq 10$$

$$2x \leq 10$$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

$$a < 25$$

$$|0-10+5| + |-10+0+5| = 10$$

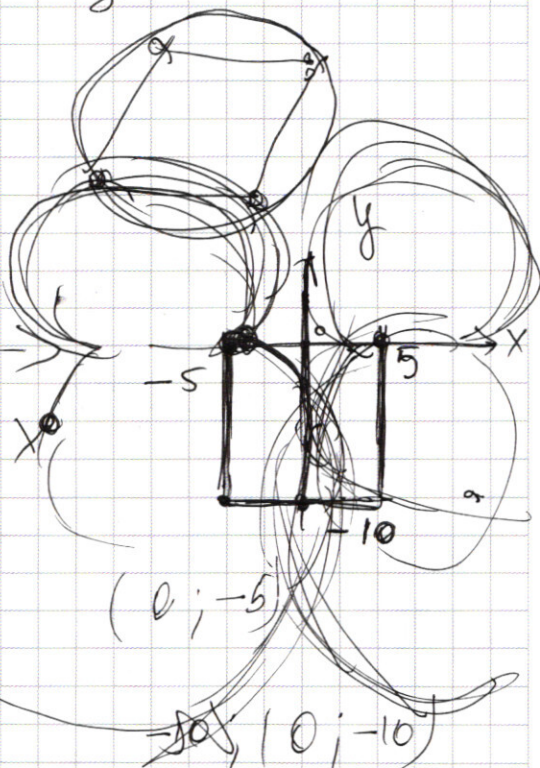
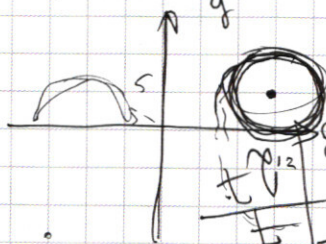
$$(-5)(-10)$$

$$|-5-10+5| + |-10+5+5|$$

$$10$$

$$0$$

$$\frac{8}{9} \frac{9}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \frac{1}{13} \frac{1}{14} \frac{1}{15} \frac{1}{16} \frac{1}{17} \frac{1}{18} \frac{1}{19} \frac{1}{20}$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ 9 \\ \hline 26 \\ 18 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \overline{) 4} \\ 28 \\ \hline 63 \\ 63 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 56 = 560$$

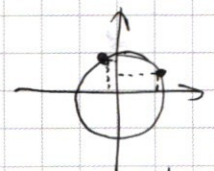
$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$(\cos 9x + \sin 9x) + (\sin 5x - \cos 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$



$$\cos = -\sin$$

$$\sin \alpha + \sin \beta =$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(4x + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) \cos(4x + \frac{\pi}{2}) + \sin(4x + \frac{\pi}{2}) \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) (-\sin 4x) + \cos(4x) \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) (1 - \sin 4x) + \cos 4x (\cos(5x - \frac{\pi}{4}) - 1)$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

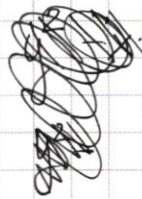
$$1 = (x^2)^{\ln x} \cdot (y^4)^{\ln x} \cdot y^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

$$1 = x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x + \ln \frac{y}{x^2}}$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$a^{\log_b a}$$

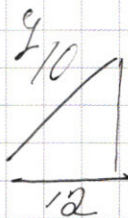
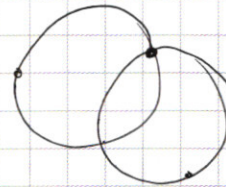
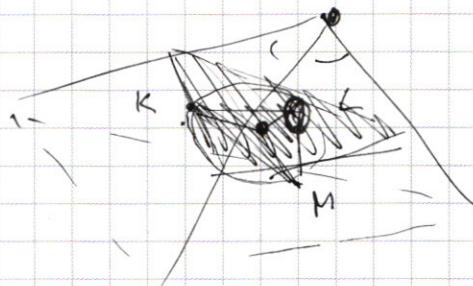
$$(y^2 - xy - 2x^2 + 8y - 4y) = 0$$



$$a^{\log_a b}$$

$$\log_b a$$

$$S a$$



$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{2}$$



$$\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{2}$$

