

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|y-5-x| + |y-3+x| = 6$ - квадрат
 $(x-4)^2 + (y-5)^2 = a$ - окружность

$y-3-x + y-3+x = 6$
 $2y = 12$
 $y = 6$
 $-y+5+x + (-y+3-x) = 6$
 $-2y = 0$
 $y = 0$
 $y-5-x - y+3-x = 6$
 $-2x = 6$
 $x = -3$
 $x = -5$
 $-y+3+x + y-5+x = 6$
 $2x = 6$
 $x = 3$
 $x = 5$
 $x^2 - 2x - 4x - 3 + 12 = 0$
 $x^2 - 6x + 9 = 0$
 $(x-3)^2 = 0$
 $x = 3$
 $x = 5$

$4y+8$
 58
 $a > 58$

$4x^2 - 3x^2 - 2xy - 4x + 1 - 5y^2 + 12y = 0$
 $(2x-1)^2$
 $x = \frac{2y+4 \pm \sqrt{4y^2-2y+1}}{2}$
 $x^2 - x(2y+4) - 3y^2 + 12y = 0$
 $\Delta = (2y+4)^2 + 12y^2 - 48y = 0$
 $4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y = 0$
 $16y^2 - 32y + 16 = 16(y^2 - 2y + 1)$
 $16(y-1)^2$
 $y-2 \pm 2\sqrt{y^2-2y+1}$
 $16(y-1)^2$

$$x = 5y$$

$$x = 4y - y$$

$$\frac{y \lg x}{x \lg x} = y^{\lg x}$$

$$\frac{y^{\lg x}}{y^{\lg x}}$$

$$\frac{CB}{\sin \angle CAB} = \frac{BD}{\cos \angle CAB}$$

$$AC^2 = c^2$$

$$\frac{1}{\log_{10}^2 10}$$

$$\frac{1}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а b c d e f g h i

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 135} \\ 25 \\ \hline 87 \\ 15 \\ \hline 125 \\ 115 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 135} \\ 5 \\ \hline 270 \\ 3375 \end{array}$$

$$25 \cdot 135$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 27} \\ 10 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Может быть $\sin^2$, или $\sin^3$ и $\cos^2$ и $\cos^3$ $\checkmark$ $\cos^2 x - \sin^2 x$

1) $\sin^2$ остальные 1

$$55533311$$

$$C_5 = \frac{5!}{3!1!1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$C_3 = \frac{3!}{1!1!1!} = 6$$

$$1) 7 \cdot 8 \cdot 10$$

$$2) 55533111$$

$$C_5 = 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 2$$

$$7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 3$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = y^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x + y^2 - 4y^2 + 12y$$

$$(x-y)^2 - (2y)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3y + 9 + 9$$

$$(x-y)^2 - (2y+3)^2 + 9 + 4x$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} =$$

$$= 2 \cdot \sin(-4) \cos 7x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x$$

$$-2(\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x))$$

$$-2 \sin 4x \sin(7x + 90^\circ) = \cos 4x$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 125 \\ \hline 27 \\ 875 \\ \hline 250 \\ 3375 \end{array}$$

$$C = \frac{4!}{3!1!} = 4$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 560 \\ \hline 1580 \end{array}$$

$$\sin \frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin 50^\circ - \alpha} = 2R \quad 130^\circ - 90^\circ - \alpha$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{\frac{AB}{2}} = 10$$

$$\lg 15^2 \cdot 13^2 + 17^2$$

$$AB = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{CB}{\sin 50^\circ} = \frac{BD}{\sin 130^\circ}$$

$$\lg B = \frac{BD}{CB}$$

$$CB = \left(\frac{DK}{\lg B} \right)^2$$

$$CB = \lg 15 \cdot CD$$

$$\frac{(CB)^2}{\lg^2 B^2} + BD^2$$

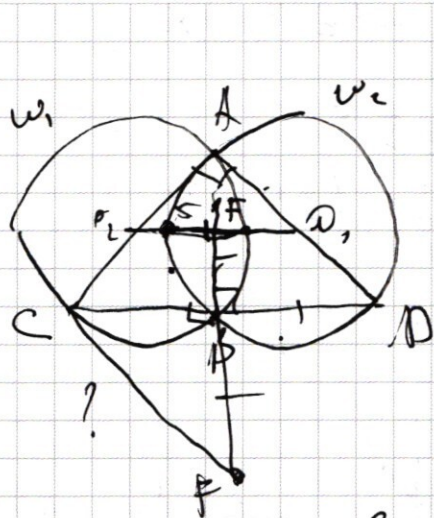
$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \beta$$

$$CB^2 = AD^2 + AB^2 - 2AB \cdot AD \cdot \sin \beta$$

$$BD^2 - CB^2 = 2AB \cdot AD (\sin \beta - \cos \beta)$$

$$(15 - 13)(CD) = 2 \cdot 15 \cdot 10 (\sin \beta - \cos \beta)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

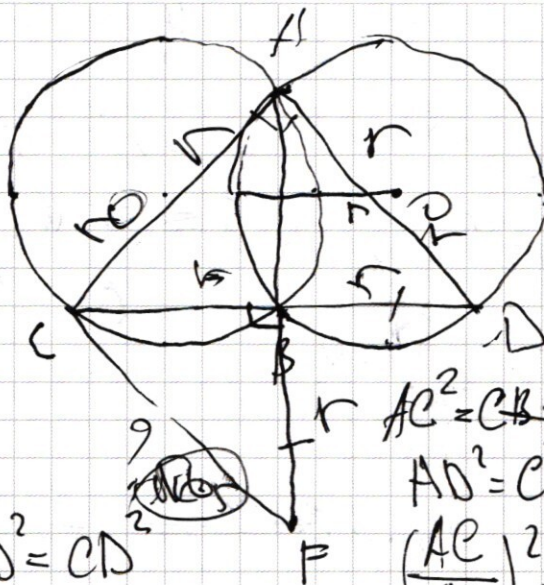
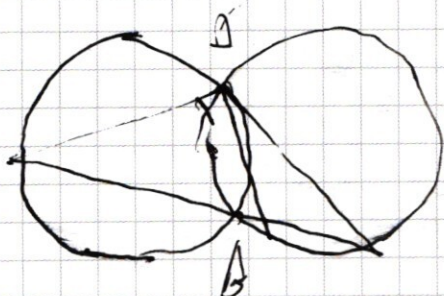
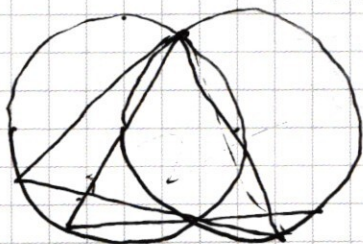


$$CA^2 + AD^2 = CD^2$$

$$CB^2 + BF^2 = CF^2$$

$$\cancel{CF^2} =$$

$$BD^2 + BF^2 = FD^2$$



$$AC^2 = CB \cdot CD \cdot CB$$

$$AD^2 = CD \cdot BD$$

$$\left(\frac{AC}{AD}\right)^2 = \frac{CB}{BD}$$

$$CF^2 = BF \cdot HB$$

$$(2r)^2 = CB \cdot CD$$

$$(2r)^2 = CD \cdot BD$$

$$CB = BD$$

$$(2r)^2 + (2r)^2 = CD^2$$

$$4r^2 + 4r^2 = CD^2$$

$$8r^2 = CD^2$$

$$CD = \sqrt{8}r$$

$$CD = 2\sqrt{2}r$$

$$CD = \sqrt{2}r$$

$$(\sqrt{2}r)^2 + (\sqrt{2}r)^2 = CF^2$$

$$2r^2 + 2r^2 = CF^2$$

$$CF = 2r$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = -y + 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \quad \left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^4}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{\lg(3y^2)^2} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\lg y} = y^{\lg 3y^4} \cdot y^{\lg 3y^4}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^4} \quad y^{\lg 3y^4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\lg y} = y^4$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}}$$

$$x^{-\lg x} \cdot y^{5 \lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$2 \lg 102 \quad 2 \lg 42$$

$$x^{-\lg x} = y^{\frac{2 \lg xy}{5 \lg x}} = y^{\frac{\lg xy^2}{\lg x^5}}$$

$$3^{1 + \frac{5}{x}}$$

$$x^{-\lg x} = y^{\lg xy^2}$$

$$3^{1 + \frac{5}{x}} - \lg x = x^{\frac{4}{x} + \lg x} (3y)^{-\lg x} = y^{\frac{2}{x} \lg x^2}$$

$$(3y)^{-\lg x} = y^{\frac{2}{x} (\lg x^2 + \lg x^2)}$$

$$(3y)^{-\lg x} = y^{\frac{4}{x} (2 - \lg x^2)}$$

$$x^{-\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{4}{x}} = \left(\frac{x}{3}\right)^{\lg x^2} = \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{4}{x}} = \frac{3}{3^{\lg x^2}}$$

$$x^{-\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{4}{x}} \cdot 3^{\lg x^2}$$

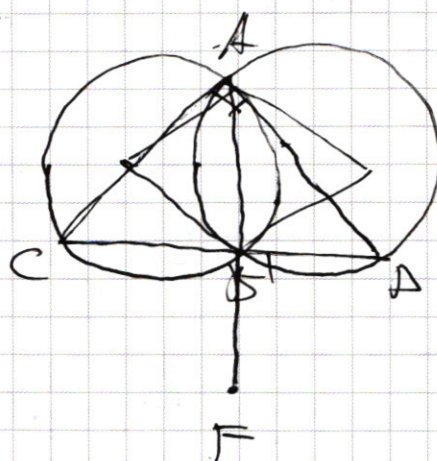
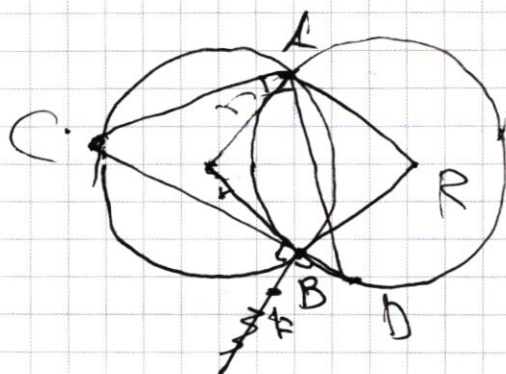
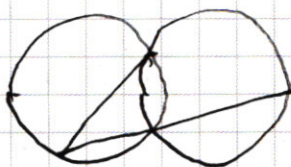
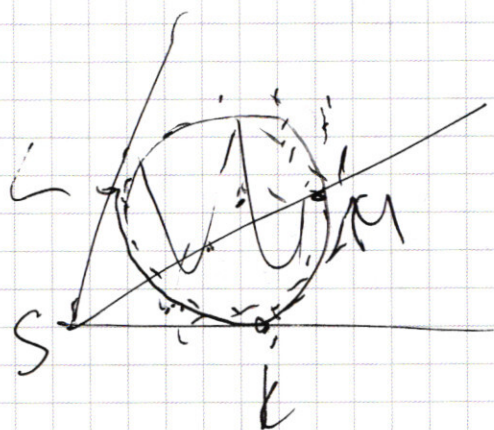
$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + x \cdot 2^{64} - x$$

$$2,5 \cdot 2^{66}$$

12:40

14:30



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow$ есть два случая:

1) В числе восемьзначном числе три цифры 5, три - 3 и две - 1.

2) В числе три цифры 5, три - 1, одна - 3 и одна 9.

Варианты для 1): $C_5 = \frac{8!}{5!3!} = 7 \cdot 8$ - размещение 5. $C_3 = \frac{5!}{2!3!} = 10$, размещение 3, единиц будут в оставшихся "ячейках" $\Rightarrow$ Для 1 случая $7 \cdot 8 \cdot 10$ вариантов.

Варианты для 2): $C_5 = 7 \cdot 8$, $C_1 = 10$, в оставшихся "ячейках" стоят 3 и 9 $\Rightarrow 2$ варианта - всего $7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 2$ вариантов

$$1) + 2) = 7 \cdot 8 \cdot 10 + 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 2 = 1680 (\text{вар})$$

"ячейки" - в восьмизначном числе 8 цифр, они стоят на каких-то местах - ячейках.

Ответ: 1680

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$-2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} + 2 \sin \frac{3x-11x}{2} \cos \frac{3x+11x}{2} = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2(\sin 7x \sin 4x + \cos 7x \sin 4x) = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

сч. а. стр. $\rightarrow$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(2\sin 4x + \sqrt{2}(\sin \cos 7x - \sin 7x)) = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(2\sin 4x + 2(\sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$2(\cos 7x + \sin 7x)(\sin 4x + \sin(\frac{\pi}{4} - 7x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 7x + \sin 7x = 0 \\ \sin 4x + \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 7x = -\sin 7x \\ \sqrt{2} \cdot \sin \frac{4x - 7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

1) $7x = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\sin \alpha$ — обратимся к тригонометрии и поймем, что $\alpha = \frac{3\pi}{4} + \pi k \Rightarrow$
 $7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}$

2) $\begin{cases} \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \pi k \\ \frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11} \end{cases} \text{ СРЗ нет} \Rightarrow \text{проверка не нужна}$$

Ответ: $x = \frac{3\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}$
 $\sqrt{5}$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \quad (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

(1) — график в виде квадрата

(2) — окружность (x4)

Если графики окружностей подвижны, то график квадрата статичен — можно его нарисовать, для этого раскроем модуль.

1) $y-3-x + y-3+x = 6$
 $y = 6$

см. см. стр. —>

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) y-3-x-y+3-x=6$$

$$-x=3, x=-3$$

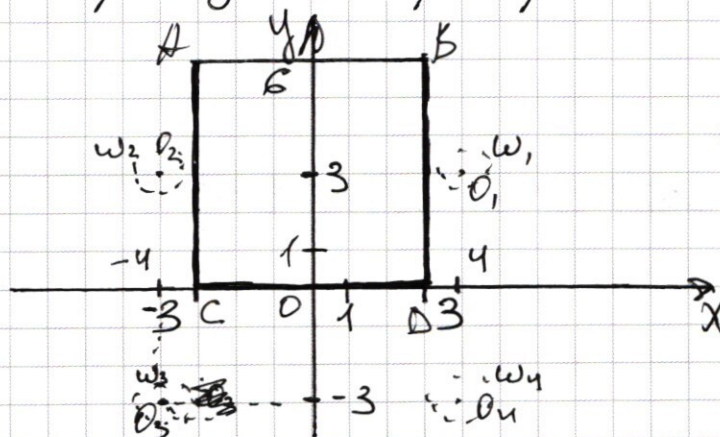
$$3) -y+3+x+y-3+x=6$$

$$x=3$$

$$4) -y+3+x-y+3-x=6$$

$$-y=0, y=0$$

Это все берём в объединённое пересечение
и рисуем график:



Теперь уже можно
обратиться ко вто-
рому уравнению:

Мы имеем 4 ок-
ружности с ра-
диусом 1а и

центрами $(4;3); (4;-3); (-4;3); (-4;-3)$.

Легко заметить, что ω_1 и ω_2 касаются
квадрата ABCD, когда их радиус = 1, в этом
случае система имеет 2 решения.

При $a < 1$ — 0 р-н. Если увеличить а на
какое-то, то система сразу будет иметь
4 решения. Увеличивая окружности (радиусы)
решения не будет меньше, а при $a = O_4 D_2$
→ см. сл. стр.

ω_3 и ω_4 , которые до этого не пересекали $ABCD$, касаются его.

Увеличивая радиус в какой-то момент решений становится даже 8, можно постепенно сделать вывод, что двух решений больше не будет, но при $a > OA^2$ ω_1 и ω_2 перестают иметь общие точки с квадратом $ABCD \Rightarrow$ когда ω_3 и ω_4 имеют одно пересечение с $ABCD$, при $a > OA^2$ будет ещё одним решением. Это достигается, когда $a = AO_4$.

$$AO_4^2 = AO_3^2 + O_3O_4^2$$

$$AO_4^2 = 81 + 64 = 145$$

$a = \sqrt{145}$, $a \geq 0$ При больших a решений не будет.

Ответ: 1; $\sqrt{145}$

№3

$$\left\{ \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \quad (1) \right.$$

$$\left\{ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2) \right.$$

Решим (2) относительно x :

$$x^2 - x(2y+4) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = (2y+4)^2 + 12y^2 - 48y = 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y = 16y^2 - 32y + 16 = (4y-4)^2$$

$$x = \frac{2y+4 \pm (4y-4)}{2} = 3y; y+4 - \text{решения второго уравнения}$$

см. сл. стр. *

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{\lg(xy)^2}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{-1(\lg x \lg 10)}} = y^{\lg(xy)^2}$$

$$10 y^{5 \lg x} = y^{\lg(xy)^2}$$

$$y^{\lg 10} \cdot y^{5 \lg x} = y^{\lg(xy)^2}$$

$$\lg y 10 + \lg x^5 = \lg(xy)^2$$

$$\lg y 10 + \lg x^5 - \lg(xy)^2 = 0$$

$$\lg y 10 + \lg \frac{x^5}{x^2 y^2} = 0$$

$$\lg y 10 + \lg \frac{x^3}{y^2} = 0$$

$$\frac{1}{\lg y} + \lg \frac{x^3}{y^2} = 0$$

$$\lg \frac{x^3}{y^2} \cdot \lg y + 1 = 0$$

$$1) x = 3y$$

$$\lg 27y \cdot \lg y + 1 = 0$$

$$(\lg 27 + \lg y) \lg y + 1 = 0$$

$$\lg^2 y + \lg y \cdot \lg 27 + 1 = 0$$

$$\lg y = t$$

$$t^2 + t \lg 27 + 1 = 0 \quad (\lg 27 = 3 \lg 3)$$

$$D = 9 \lg^2 3 - 4 < 0 \Rightarrow \text{решения нет}$$

Ответ: $\emptyset$

$$2) x = 4 - y$$

$$\lg \frac{(4-y)^3}{y^2} \cdot \lg y + 1 = 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$\lg \frac{(4-y)^3}{y^2} = -\frac{1}{\lg y}$$

№6

Дано:

$$R = 5$$

Решение

см. см. стр.

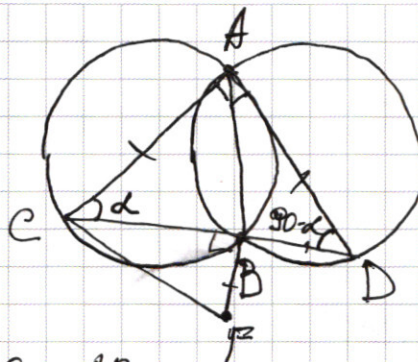
$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

Найти:

a) CF

b) $S_{\triangle ACF}$, $BC = 6$



$$\triangle ABC: \frac{AB}{\sin \alpha} = 2R_1$$

$$\triangle ADB: \frac{AB}{\sin(90-\alpha)} = 2R_2$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \sin(90-\alpha)$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow AC = AD$$

$$\angle CBA = \beta, \Rightarrow \angle ABD = 180 - \beta$$

$$CA^2 = CB^2 + AB^2 - 2CB \cdot AB \cdot \cos \beta$$

$$AD^2 = DB^2 + AB^2 + 2AB \cdot BD \cdot \cos \beta \quad | -$$

$$0 = CB^2 - DB^2 - 2CB \cdot AB \cdot \cos \beta - 2AB \cdot BD \cdot \cos \beta$$

$$AB = 2R \cdot \sin \alpha = \sqrt{2}R = 5\sqrt{2}$$

$$CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2 = CF^2$$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2$$

$$CD^2 = CB^2 + DB^2 + 2AB^2 - 2CB \cdot AB \cdot \cos \beta + 2AB \cdot BD \cdot \cos \beta$$

$$CD^2 = CF^2 + 2AB^2 + 2AB \cos \beta (BD - CB)$$

$$\frac{CB}{\sin \angle CAB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}$$

$$CB + BD = CD$$

$$CD^2 = CB^2 + 2CB \cdot BD + BD^2$$

$$\frac{CB}{BD} = \tan \angle CAB$$