МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ[

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

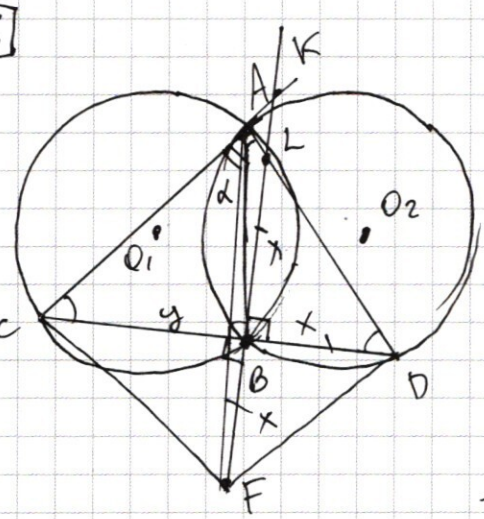
Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Дано: $R_1 = R_2 = R = 17$; $\angle CAD = 90°$; $BF = FD$.

Опр: а) CF - ? б) $BC = 16$; S_{ACF} - ?

а) $\angle ACB = \angle ADB$ т.к. $\angle BO_1A = \angle AO_2B$ ($\Delta BO_1A = \Delta BO_2A$ по 3-м стр.)

$\angle ACB$ и $\angle ADB$ явл. вписс. и опир. на $\angle AO_1B$ и $\angle AO_2B$

$\Rightarrow \angle ACB = 45° = \angle ADB$. ($CAD = 90°$)

Пусть $DA \cap FK = (\cdot) L$, $CK \cap FK = (\cdot) K$; $FK \perp CD$.

$\Rightarrow \angle CKB = 45°$, $\angle DLB = 45°$ (ΔCKB и ΔLBD прям-е)

$\Rightarrow BL = BD = BF$. Проведём DF. $\Delta DBF = \Delta DBL$ по двум стр. и углу. ($\angle LBL = \angle FBD = 90$)

$\Rightarrow FD = BD\sqrt{2}$; Пусть $BD = x$. $\angle BDF = 45° \Rightarrow \angle FDL = 90°$.

Пусть $CB = y$, $BK = y$. $CF = \sqrt{x^2+y^2}$.

$AC = \frac{(x+y)\sqrt{2}}{2}$; O_1AO_2B - квадрат ($\angle AO_1B = 90° = \angle AO_2B$ - центральные, $\angle ACB$ и $\angle ADB$ впис $= 45°$)

$\Rightarrow AB = R\sqrt{2}$. (все стороны равны R)

По Th. cos:

$AB^2 = y^2 + \frac{1}{2}(x+y)^2 - 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{(x+y)\sqrt{2}}{2}\cdot y = y^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} + xy - \cancel{x}y - \cancel{y}^2 = \frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2}$.

~~$AB^2 = x^2 + \frac{1}{2}(x+y)^2 - (x+y)x$~~; $\Rightarrow x^2 + y^2 = 2\cdot AB^2 = CF^2$.

$\Rightarrow$ ~~$xy^2 \cdot xy \cdot y$~~ $\Rightarrow CF = AB\sqrt{2} = R\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2R = 34$.

б) $BC = 16 = y$. $\Rightarrow x = \sqrt{CF^2 - y^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30 = BF$.

$AC = \frac{(x+y)\sqrt{2}}{2} = \frac{46}{2}\sqrt{2} = 23\sqrt{2}$. $S_{ACF} = \frac{AC\cdot CF\cdot \sin(45+\beta)}{2}$;

~~Пусть $\beta = \angle ACF$~~ Пусть $\beta = \angle BCF$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№1

Разложим на множители 64827. Пусть произведение цифр числа $a = 64827$.

$64827 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot1$

Тогда a состоит из цифр:

1) 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1

2) 3, 9, 1, 7, 7, 7, 7, 1.

1) $n_1 = C_7^3 \cdot 8 = \frac{7!}{4!\cdot3!}\cdot 8 = 280.$

2) $n_2 = C_8^2 \cdot 2 \cdot C_6^2 = \frac{8!}{6!\cdot2}\cdot 2\cdot\frac{6!}{4!\cdot2} = 840.$

кол-во выбрать 3 и 9 — их можно поменять местами

$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = 1120$

$\boxed{\text{Ответ: } 1120}$

№2

$\cos7x + \cos3x + \sin7x - \sin3x + \sqrt2\cos4x = 0;$

$2\cdot\cos5x\cdot\cos2x + 2\cdot\sin2x\cos5x + \sqrt2\,\cancel{\cos4x} = 0 \quad \sqrt2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0;$

$2\cos5x(\cos2x + \sin2x) + \sqrt2(\cos2x - \sin2x)(\cos2x + \sin2x) = 0;$

$(\cos2x + \sin2x)(2\cos5x + \sqrt2(\cos2x - \sin2x)) = 0;$

1) $\cos2x + \sin2x = 0; \quad \backslash :\cos2x$

$\operatorname{tg}2x = -1,$

$2x = \frac34\pi + \pi n,$

$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$

2) $2\cos5x + \sqrt2\cos2x - \sqrt2\sin2x = 0;$

$2\cos5x + 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$

$\cos5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$

$2\cdot\cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0;$

$\cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0; \quad \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \qquad \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$x = \frac{3\pi}{8}\cdot\frac27 + \frac27\pi k \qquad x = \frac{5\pi}{8}\cdot\frac23 + \frac23\pi k.$

$k\in\mathbb{Z}$

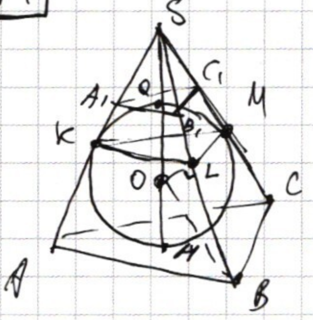
$x = \frac{3\pi}{28} + \frac27\pi k; \quad x = \frac{5}{12}\pi + \frac23\pi k.$

Ответ: $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $\frac{3\pi}{28} + \frac27\pi k$; $\frac{5}{12}\pi + \frac23\pi k$, $k, n \in \mathbb{Z}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$\angle KSO$ – ? S_{KLM} – ? $S_{ABC} = 16$; $S_{A_1B_1C_1} = 9$.

$(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$ и $\perp SO$.

Сфера вписана в пирамиду $ABCS$.

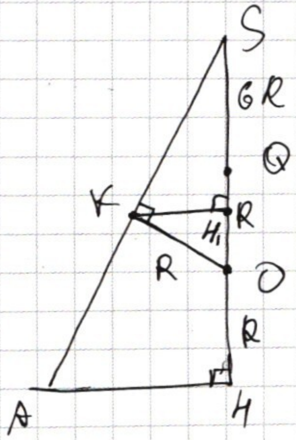
$\Rightarrow SH$ – высота содержит точку O.

$SA_1B_1C_1 \sim SABC$ (парал. основания) (и углы равные)

$\Rightarrow \dfrac{SQ}{SH} = \sqrt{\dfrac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}} = \dfrac{3}{4}$;

$4SQ = 3SQ + 6R$ $(SH = 2R + SQ)$

$\Rightarrow SQ = 6R$



$\sin KSO = \dfrac{R}{7R} = \dfrac{1}{7}$; $\angle KSO = \arcsin\dfrac{1}{7}$

$SK = SL = SM$ т.к. $\triangle SKO = \triangle SLO = \triangle SMO$ по гип (SO) и кат (R).

~~$OL = OH = OK = R$~~; По св-ву сферы, вписанной в пирамиду: $AS = SB = SC$.

$\Rightarrow SKLM \sim SABC \Rightarrow (KLM) \parallel (ABC)$

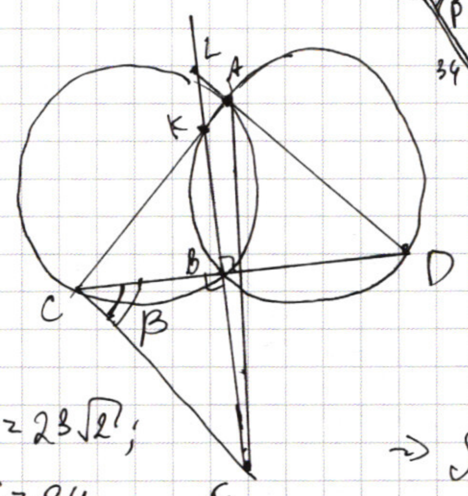
$\dfrac{S_{KLM}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\dfrac{SK}{AS}\right)^2$; $SK = \sqrt{49R^2 - R^2} = R\sqrt{48}$

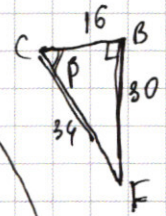
$\dfrac{AS}{7R} = \dfrac{8R}{SK} \Rightarrow \dfrac{SK}{AS} = \dfrac{SK^2}{56R^2} = \dfrac{48}{56} = \dfrac{6}{7}$.

$\Rightarrow S_{KLM} = \dfrac{36}{49} \cdot 16 = \dfrac{576}{49}$

$$\boxed{\text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin\frac{1}{7};\quad S_{KLM} = \frac{576}{49}}$$

N6





$\sin(45+\beta) = \sin 45 \cos\beta + \sin\beta \cos 45 =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\beta + \sin\beta)$

$\sin\beta = \frac{FB}{CF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$; $\cos\beta = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$.

$\Rightarrow \sin(45+\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17}$.

$AC = 23\sqrt{2}$;

$CF = 34$

$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{23\sqrt{2} \cdot 34}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = 23^2 = 529$

$\boxed{\text{Ответ: } CF = 34;\ S_{ACF} = 529}$

N3

$$\begin{cases} \left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}; \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0; \end{cases}$$

$\Rightarrow 4(3x+y) + (y-3x)(y+3x) + 2x(3x+y) = 0$;

$(3x+y)(4+y-3x+2x) = 0$

$\left[\begin{array}{ll} y = -3x & (1) \\ y = x - 4. & (2) \end{array}\right.$

Ответ: ~~(0; 0)~~, (3; −9), (2; −2).

ОДЗ: $x \neq 0$, $y \neq 0$.

1) $\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{4\ln 3x + 2\ln x} = x^{4\ln 3x} \cdot x^{2\ln x}$

$\Rightarrow x^{2\ln 3x} = x^{2\ln x} \cdot 3^{\ln 3x}$; $\Rightarrow x^{2\ln 3} = 3^{\ln 3x}$;

$x^{2\ln 3} \cdot x^{2\ln x} = x^{2\ln x} \cdot 3^{\ln 3x}$ $\quad 3^{2\ln x} = 3^{\ln 3x}$

$\Rightarrow \ln x^2 = \ln 3x$

$x^2 = 3x$, $\boxed{x = 0;\ x = 3}$

$\boxed{y = 0;\ y = -9}$

2) $\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln x(x-4)^2}$

$x^{7\ln(4-x)} = x^{2\ln x(x-4)^2} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} = (4-x)^{7\ln x}$

$\Rightarrow x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} = (4-x)^{3\ln x}$

$x^{2\ln x} = \left(\frac{x^3}{4-x}\right)^{\ln(4-x)}$. $\Leftrightarrow \begin{cases} 4-x = x \\ x^2 = \frac{x^3}{4-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2^2 = \frac{2^3}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 2. \\ y = -2. \end{array}}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 3
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8$. n - ?

64827	3
21609	3
7203	3
2401	7
343	7
49	7
7	7
1	

Число a состоит из цифр

1) ~~3 по 3 и 4 по 7 и 1~~

1) 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1

2) 9, 1, 3, 7, 7, 7, 7, 1

3) Всё.

1) . . . 1 . . . . Расставим 3 тройки среди семёрок.

$n_1 = C_7^3 \cdot 8 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot 8 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 1} \cdot 8 = 280$

. . 3 . . 9 . . . .

2) $n_2 = C_8^2 \cdot 2 \cdot C_6^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2} \cdot 2 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 2}{2} \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} = 20 \cdot 42 = 840$

кол-во выбрать 3 и 9 — их можно поменять местами

$n = n_1 + n_2 = \boxed{1120}$

64827 | 3; 21609 | 3; 7203; 7203 | 3; 2401 | 7; 343; 343 | 7; 49; 343 | 13

$21 \cdot 21 = 441$; $441 \cdot 21 = 9261$; $9261 \cdot 7 = 64827$

№2

$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2} = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$.

~~cos 3x~~ $\cos 7x + \sin 7x = 2 \cdot \sin($

$\sin^2\frac{\alpha}{2}(1+\cos\beta) - \sin^2\frac{\beta}{2}(1+\cos\alpha)$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$;

$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 2\left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\right)\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\right)$

$= 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} - 2\sin^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\beta}{2} + \cos^2\frac{\beta}{2} =$

$= \left(2\cos^2\frac{\beta}{2} - 1\right)\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\beta}{2}\left(\underbrace{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}_{\cos\beta - \sin^2\frac{\beta}{2}} - 1\right) - \cos^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\beta}{2} = \cos\beta\sin^2\frac{\alpha}{2} -$

$- \cos\alpha \cdot \sin^2\frac{\beta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\beta}{2} = \sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\beta}{2} + \cos\beta\sin^2\frac{\alpha}{2} - \cos\alpha\sin^2\frac{\beta}{2} =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 3x \cos 4x + \sin 4x \cos 3x - \sin 3x +$

$+ \sqrt{2} \cos 4x = 0$; $\cos 3x(1 + \sin 4x) - \sin 3x(1 + \sin 4x) + \sin 3x \cos 4x$

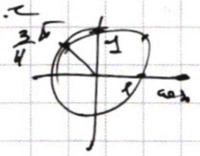
$+ \cos 4x \cos 3x + \sqrt{2} \cos 4x$;

$(\cos 3x - \sin 3x)(1 + \sin 4x) + \cos 4x(\sin 3x + \cos 3x) + \sqrt{2}\cos 4x$;

$2\sin 3x \cdot \sin x = 2(3\sin x - 4\sin^3 x)\sin x = 6\sin^2 x - 8\sin^4 x =$

$= 2(1 - \cos^2 x)(3 - 4\sin^2 x = (2 - 2\cos^2 x)(4\cos^2 x - 1) =$

$3 - 4 + 4\cos^2 x) = (1 - \cos 2x)(2\cos 2x + 1)$



$\sin\alpha + \cos\alpha = 2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 0 =$

$\sin\alpha + \sin\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos 0. \Rightarrow \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$.

$\cos\alpha + \cos\alpha = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\alpha}{2}$. $\Rightarrow \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$.

$\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$

$\sin\pi - \sin\frac{\pi}{2}$ $\sin\alpha - \sin\alpha = 2 \cdot \sin\frac{\alpha-\alpha}{2} \cos\frac{\alpha+\alpha}{2}$.

~~$\sin\alpha - \sin\alpha = 2 \cdot \sin\alpha$~~ (-1) $= 2 \cdot \sin\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sin\frac{3\pi}{4}}{\cos\frac{3\pi}{4}} =$

$\cos 2x - \sin 2x =$

$= \cos^2 x - \sin^2 x - 2\cos x \sin x =$

$= (\cos x + \sin x)^2 - 2\sin^2 x$

$\sin\frac{\pi}{2} - \sin\pi = 2 \cdot \sin\frac{\pi}{4} \cos\frac{3}{4}\pi = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$.

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$;

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$;

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0$;

1) $\cos 2x + \sin 2x = 0$; $\rightarrow \operatorname{tg} 2x = -1$; $2x = \frac{3}{4}\pi + \pi n$;

2) $2\cos 3x \cos 2x - 2\sin 3x \sin 2x$.

$X = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

$2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x$

$2\cos$ $= \cos 2x(2\cos 3x + \sqrt{2}) - \sin 2x(2\sin 3x + \sqrt{2}) = 0$;

$\sqrt{2}\cos t - \sqrt{2}\sin t = 2\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$; $\Rightarrow 2\cos 5x = -2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\frac{\pi}{4}$ $\sin\frac{\pi}{4}$

$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$;

$2 \cdot \cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$1 = \ln e$; $3^{\log_3 5} = 5 = 5^{\log_3 3}$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} = x^{2\ln x + 2\ln y^2} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln y^2} = \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$4(3x+y)$.

$\ln e^2 + \ln e^3 = \ln e^5 = 5$

$(y+2)^2 - 4 - (3x-2)^2 + 4 + 6x^2 + 2xy = 0$;

$\cancel{(y+2)^2 - (3x-2)^2 +}$

$4(3x+y) + (y-3x)(y+3x) + 6x^2 + 2xy = 0$;

$2x(3x+y)$

ОДЗ: $x<4$, $x>0$.

$(3x+y)(4+y-3x+2x) = 0$;

$(3x+y)(4+y-x) = 0$;

1) $y = -3x$

2) $y = -4 + x = x - 4$.

1) $\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} = x^{2\ln 9 + 2\ln x^3} = x^{4\ln 3 + 4\ln x + 2\ln x}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = (9x^3)^{2\ln x}$

$\left(\frac{x}{3}\right)^{6\ln 3x} = x^{4\ln 3x} \cdot x^{2\ln x}$

$\frac{x^{7\ln 3x}}{3x^{\ln 3x}} = \frac{x^{7\ln 3x}}{}$

$\left(\frac{x}{3}\right)^{2\ln 3x}$

$x^{2\ln 3x} = x^{2\ln x} \cdot 3^{\ln 3x}$;

$x^{2\ln 3} \cdot \cancel{x^{2\ln x}} = \cancel{x^{2\ln x}} \cdot 3^{\ln 3x}$

$x^{2\ln 3} = 3^{\ln 3x}$;

$3^{2\ln x} = 3^{\ln 3x}$

$\Rightarrow 2\ln x = \ln 3x$;

$x^2 = 3x$; $x = 0; 3$.

$y = 0; -9$

$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln x(x-4)^2}$.

$x^{7\ln(4-x)} = x^{2\ln x(x-4)^2} \cdot (4-x)^{\ln 4-x}$

$x^{7\ln(4-x)} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(x-4)} \cdot (4-x)^{\ln 4-x}$;

$(4-x)^{7\ln x} = x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{4\ln x + \ln(4-x)}$.

$x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} = (4-x)^{3\ln x}$; $x^{2\ln x} = (4-x)^{\ln\frac{x^3}{4-x}}$.

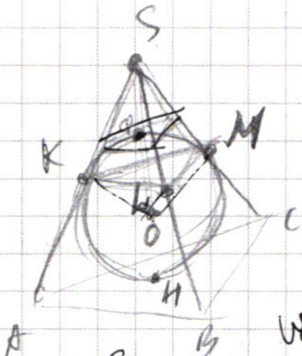
черновик ☑ чистовик ☐ (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№5 $\angle KSO - ?$ $S_{KLM} - ?$

$S_{ABC} = 16$; $S_{A_1B_1C_1} = 9$.

$ABC \parallel A_1B_1C_1$ и $\perp SO$.

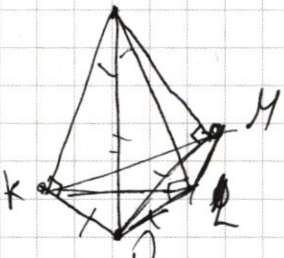


центр сф. лежит на высоте по св-ву сф. впис

$\frac{SQ}{SH} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$. $SQ + 2R = SH$.

$4SQ = 3SQ + 6R$;

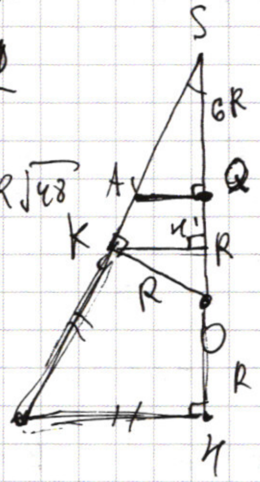
$SQ = 6R$.



SO - общ. по кат и гип прям-$\angle$ Δ равны

$\Rightarrow SK = SO = SM$.

$\sin KSO = \frac{R}{7R} = \frac{1}{7}$, $\angle KCO = \arcsin\frac{1}{7}$



$SK = \sqrt{49R^2 - R^2} = R\sqrt{48}$

$\frac{AS}{7R} = \frac{8R}{SK}$.

$AS = \frac{56R}{\sqrt{48}}$.

$SA = SK + AK = SL + LB = MS + MC$

$\Rightarrow SA = SB = SC$.

$\Rightarrow SA_1 = SB_1 = SC_1$ т.к.

$SA_1B_1C_1 \sim SABC$. (~~т.е~~ $A_1B_1C_1 \parallel (ABC)$)

~~$\Rightarrow SA$~~ $\Rightarrow (KLM) \parallel (ABC)$.

т.к. $KL \parallel AB$; ...

$\Rightarrow S_{KLM} = S_{ABC} \cdot \left(\frac{KH_1}{AH}\right)^2$

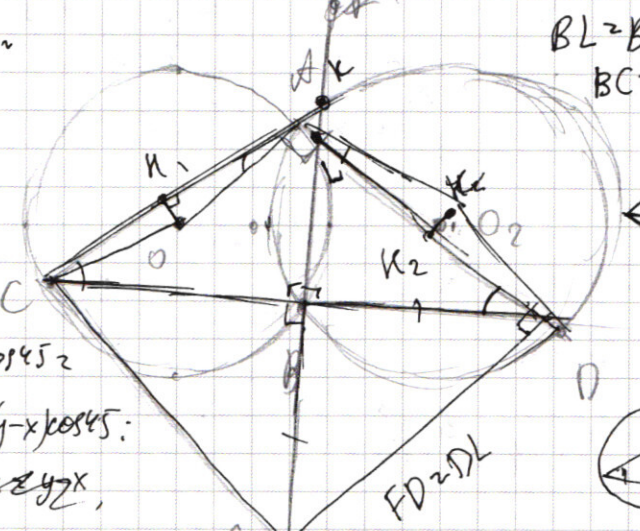
~~$SK =$~~

$= 16 \cdot \left(\frac{R\sqrt{48} \cdot \sqrt{48}}{56R}\right)^2 = \frac{16 \cdot 48^2}{56^2} = \frac{16 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 8}{7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{16 \cdot 36}{49}$.

$\frac{36 \cdot 16}{36 \cdot 16}$ ... 49

№6 $R = 17$. $= R_1 = R_2$

$2y^2 + y^2 + x^2 =$



$BL = BD$

$BC = BK$.

~~$BF = BD$; $CF - ?$~~

$\angle ACD = \angle ADC = 45°$

т.к. опираются на одинак. дугу у AB; радиусы одинак

и $AD = AC$.

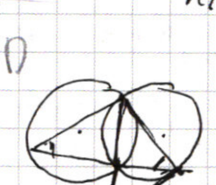
$H_1O_1 = H_2O_2$ (равные хорды на равн. расст. от центра)

$AK = (y - x)\cos 45$.

$\sqrt{2}y - (y-x)\cos 45 =$

$= \sqrt{2}x + (y-x)\cos 45$;

~~$\sqrt{2}y - \sqrt{2}x$~~ $= y - x$,



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 6

FD кас O_2. т.к. $BD = BL$ и $BD = BF$ и $\angle 90$.

$CD = \cancel{2}AC\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \angle LDB = 45 = \angle BDF \Rightarrow \angle LDF = 90°$.

$FD^2 = FB \cdot FK$;

$\Rightarrow FK = \frac{(x\sqrt{2})^2}{x} = 2x. \Rightarrow FB = BK$, но $FB = BL$.

$\Rightarrow (\cdot)L \equiv (\cdot)K$.

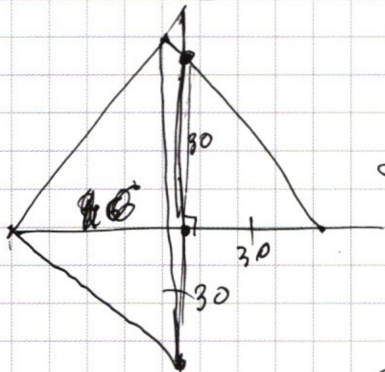
$AB = R\sqrt{2}$.

$AC = \sqrt{2}y - \frac{(y-x)\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}x$.

$\sqrt{(34-16)(34+16)} = \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25} = 3 \cdot 2 \cdot 5$

$AB^2 + AC^2 - 2\cos\alpha$

2^3 2^3 6 9 4 6 5 2 9



$tg\, BCF = \frac{30}{16} = \frac{15}{8}$.

S_{CKF} $\frac{-x^{7\ln - y}}{y^{\ln - y}} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln y^2} \cancel{= x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln y}}$.

$x^{2\ln x} = \frac{x^{3\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}}$ $x = 4 - x$;

$x = 2$.

$2^{2\ln 2} = \frac{2^{3\ln 2}}{2^{\ln 2}}$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)