

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln y} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \rightarrow \ln(-y), -y > 0 \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим (2),

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 - 12x = 0$$

$$D_y = (x+2)^2 - (-3x^2 + 12x) = (2x-1)^2$$

$$y = -2(x+2) \pm 2(x-1)$$

$$y_1 = -2x - 4 + 2x - 2 = -6$$

$$y_2 = -2x - 4 - 2x + 2 = -4x - 2$$

1) Подставим $y = -6$ в (1):

$$\left(-\frac{x^2}{-6}\right)^{\ln(-6)} = x^{2\ln(36x)}$$

$$x^{2\ln 6} \cdot 6^{-\ln 6} = x^{2\ln x} \cdot 4\ln 6$$

$$x^{3\ln 6} \cdot 6^{-\ln 6} = x^{2\ln x} \cdot x \rightarrow \text{приводим к одному виду}$$

$$3\ln 6 \cdot \ln x + -\ln 6 - \ln 6 = (2\ln x) \cdot \ln x, \ln x \neq 0$$

$$3\ln 6 + -(\ln 6)^2 = 2t^2 \rightarrow 2t^2 - 3\ln 6 + (\ln 6)^2$$

$$0 = 9\ln^2 6 - 2\ln 6 + (\ln^2 6)$$

$$t = \frac{3\ln 6 \pm \ln 6}{2}$$

$$t = 2\ln 6$$

$$t = \frac{\ln 6}{2}$$

2) Подставим $y = -4x - 2$

$$\left(-\frac{x^2}{-4x-2}\right)^{\ln(-4x-2)} = x^{2\ln(x \cdot (-4x-2)^2)}$$

$$x^{2\ln(-4x-2)} \cdot (-4x-2)^{-\ln(-4x-2)} = x^{2\ln x} \cdot 4\ln(-4x-2)$$

$$x^{3\ln(-4x-2)} \cdot (-4x-2)^{-\ln(-4x-2)} = x^{2\ln x} \cdot x$$

$$3\ln(-4x-2) \cdot \ln x - \ln^2(-4x-2) = 2\ln^2 x$$

$$2\ln^2 x - 3\ln x \cdot \ln(-4x-2) + \ln^2(-4x-2) = 0$$

$$2 = 14^2(4x+2)$$

$$14x = \frac{3 \cdot 14(4x+2) + 14(4x+2)}{4} \Rightarrow 14x = \frac{1}{2}(4(4x+2))$$

$$14x = 14(4x+2) \rightarrow x = -\frac{1}{5} \rightarrow \text{нет}$$

14
гуси
миле

$$x = \sqrt{4x+2}$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x - 4 = 6$$

$$(x-2)^2 = 6 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{6}$$

Положительный
подкоренное

но

Заметим, что

$$64827 : 3 = 21609, 21609 : 3 = 7203, 7203 : 3 = 2401$$

$$2401 : 7 = 343, 343 : 7 = 49, 49 : 7 = 7, 7 : 7 = 1$$

$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$, и все множители — четные числа

Есть 8 мест

3 выбраны для 3, 4 для 7

и 1 для 3, 1 для 7, $N_1 = \underbrace{C_3^3}_{3} \cdot \underbrace{C_5^4}_{7} \cdot 1$

$C_6^3 = 56$, $C_6^4 = 15$
 $C_5^4 = 5$

$3 \cdot 7 > 8$ да, $3 \cdot 7 > 10$, $7 \cdot 7 > 10$

но можно 2 3 6 9 объединить

$N_2 = \underbrace{C_2^1}_{3} \cdot \underbrace{C_2^1}_{3} \cdot \underbrace{C_6^4}_{7} \cdot \underbrace{C_2^2}_{1} \rightarrow N = N_1 \cdot N_2 = C_6^3 \cdot 5 + \underbrace{C_3^1}_{3} \cdot \underbrace{C_7^1}_{7} \cdot C_6^4$

$= 56 \cdot 5 + 15 \cdot 56 = 56 \cdot 20 = 1120$

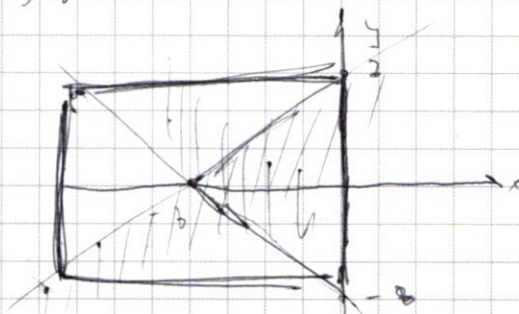
Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $|x+y+2| + |x-y-8| \leq 16$ — попробуем изобразить множество точек

$$\begin{cases} x+y+2 \geq 0 \rightarrow y \geq -x-2 \\ x-y-8 \geq 0 \rightarrow y \leq x-8 \\ x+y+2 \leq 0 \rightarrow y \leq -x-2 \\ x-y-8 \leq 0 \rightarrow y \geq x-8 \end{cases}$$

Аналогично рассматриваем остальные случаи разбиения плоскости и получим ответ:



2) $(x-2)^2 + (y-15)^2 \leq a$ — это окружность

с центром в точке $(2, 15)$ и радиусом $\sqrt{a}$ ($a > 0$).

Укажем точки $(-2, -15)$, $(8, -15)$, $(-2, 15)$, $(8, 15)$

т.е. координаты точек

Нарисуем картинку:

1) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

2) Если касаться стороны AD (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

3) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

4)

5) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

6)

7) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

8) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

9) Если касаться стороны AB (или BC) — то радиус $\sqrt{a}$ должен быть равен расстоянию от центра до стороны.

В этом случае $a = (8+16)^2 + (8+15)^2 = 24^2 + 23^2 = 1105$.

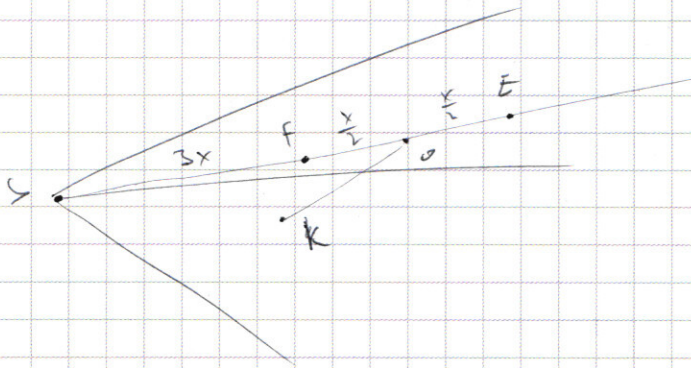
Другой случай, когда ? реш, нет, так как числ пересец. ко
 крайние точки, то будет несколько пересечений
 самое маленькое → это при 2 и 4, 2: В, 4: А, 1

С В и С не

получается, т.е.

1, 3 и 4 входят все

Ответ: $a = 1105; 49$



лучи SO и SE касаются дуги FE в точках F, E

~~мысленно~~ продолжим лучи SO и SE

то при продолжении от точки S до Т.П. SO

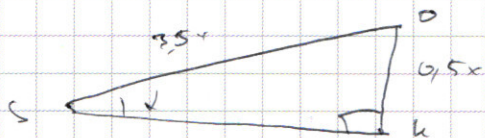
(так как сектанты — приращивание, а сторона этого треугольника при продолжении от S до Т.П. (в силу подобия))

$$\frac{SF}{SE} = \frac{3}{4}$$

$$SF = 3x, FE = x.$$

при этом $OF = OE = \frac{x}{2}$ — это радиус окружности!

рассмотрим $\triangle SKO$:



$$\Rightarrow \sin(\angle KSO) = \frac{0.5x}{3.5x} = \frac{1}{7}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\text{Итого: } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а)

$\angle ACB = \angle ADB$, так как окружности с одинаковым радиусом
 симметричны к одинаковой дуге

$\angle ACB = \frac{\pi}{4}$
 (т.е. $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$)

Пусть $AC = x$, $BD = y \Rightarrow CB = x\sqrt{2} - y$ (по т. Пифагора)
 Т.е. в $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$:
 $AB^2 = x^2 + (x\sqrt{2} - y)^2 - 2x \cdot (x\sqrt{2} - y) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $x^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2 - 2x^2 + 2xy\sqrt{2} = x^2 + y^2 - 2xy$
 $0 = 0 \dots \rightarrow$ верно

$AB = 2R \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 17\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ Заметим, что: $\triangle CDF$

$CF^2 = (x\sqrt{2} - y)^2 + y^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + 2y^2 \rightarrow$ по т. Пифагора

при этом $AB^2 = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy \rightarrow$ т.е. $CF^2 = 2AB^2 = 2 \cdot 17^2 = 578$
 $CF = AB \cdot \sqrt{2} = 17 \cdot 2 = 34$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолжение)

Задание №6. Если известно, что $16 = \sqrt{2} - y$ (продолжение)

$$\text{Если } x^2 + y^2 - 2xy = 17\sqrt{2}$$

Решим систему:

$$\begin{cases} \sqrt{2} - y = 16 & (1) \\ x^2 - 2xy + y^2 = 17\sqrt{2} & (2) \end{cases}$$

$$(2) : y(y - x\sqrt{2}) + x^2 = 17\sqrt{2}$$

-16 (из (1))

$$x^2 - 16y = 17\sqrt{2}$$

$$x^2 - 16(16 + x\sqrt{2}) = 17\sqrt{2}$$

$$x^2 - 16\sqrt{2}x - (256 + 17\sqrt{2}) = 0$$

$$x^2 - 16\sqrt{2}x - 934 = 0$$

$$D_x = 16^2 \cdot 2 + 4 \cdot 934 = 962$$

$$x = 8\sqrt{2} \pm \sqrt{962} = 8\sqrt{2} \pm \sqrt{962}$$

Итак, мы получили:

№3 (Продолжение)

Продолжение:

$$y = (x+2) \pm 2(x-1) = \begin{cases} x+2+2(x-1) = x-4 \\ x+2-2(x-1) = -3x \end{cases}$$

А теперь подставим (1):

$$\left(-\frac{x^2}{5}\right)^{1/4} = \frac{2/4(x+y^2)}{x}$$

Заметим, что $x = -y$

$$\left(\frac{x^2}{5}\right)^{1/4} = \frac{2/4(x+y^2)}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{3/4x - 1/4x}{x} = \frac{2/4x}{x} \quad \left| \cdot x \right.$$

$$\frac{3/4x - 1/4x}{x} = \frac{2/4x}{x}$$

приведем к общему знаменателю

$$3/4 + 1/4x + -1/4x = 2/4x$$

$$2/4x - 3/4 + 1/4x + 1/4x = 0$$

$$g = g/4 - g/4 + 1/4$$

$$\ln x = \frac{(3 \pm 1) \cdot 4}{4} = \ln \frac{4}{2}$$

$$\ln x = (\ln y) \rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = \sqrt{-y} \end{cases}$$

$$\ln x = \ln(-5)$$

$$\text{уменьш } \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$y < 0 \rightarrow \text{обз.}$$

$$1) \text{ по условию } y = 4 - x$$

$$x = 4 + x \rightarrow \text{нет.}$$

$$x = \sqrt{x-4}$$

$$x^2 - x + 4 = 0$$

$$D < 0$$

$$2) y = -3x$$

$$x = 3x \rightarrow x = 0 \rightarrow \text{нет!}$$

$$x = \sqrt{3x}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{3} \rightarrow x = 3$$

корень.

$$\text{При } y = -9$$

$$\text{Дискриминант: } (3; -9)$$

$$\cos 2x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} - \cos 4x = 0$$

по формулам аргумента.

$$\sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

Или знаю как дальше преобразовать

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x \cdot \frac{7}{12}C - \frac{1}{4}C = x \cdot \frac{2}{12}C + \frac{1}{4}C$$

$$\left(\frac{x}{6}\right)^{1/6} = x^{1/6 \times 6}$$

$\sqrt{2} \omega$

$$y^2 - (4x + 2)$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ x \\ 14x+2 \end{pmatrix} \quad 16(4x+2)$$

$$2/4 \times (4 \times 2^2)$$

2	✓
---	---

$$24x = 44(4x+1)$$

$$2/4(4x+2)$$

$$- \ln(4 \times 2)$$

$$x \cdot (4x+2)$$

$$3/4(4 \times 52)$$

$$\cos 2x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x \cdot \cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x$$

$$\sin 7x = \sin 4x \cos 3x + \cos 4x \sin 3x$$

$$\cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x = \sin 7x$$

~~$$(\cos 4x + 1) \cos 3x + \sin 3x (\cos 4x - \sin 4x) +$$~~

$$\cos 4x (\sin 3x + \cos 3x) + \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x \sin 4x - \sin 3x \cos 4x = 0$$

$$(\cos 4x + 1)(\sin 3x + \cos 3x) + \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x) \cdot 2 \cos 2x = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x \Rightarrow$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

~~$$2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 2$$

$$= 2 \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

2020

$$\frac{2}{(6)} \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$$

(12)

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$\sin 2\alpha = \sin 2\beta + \cos 2\alpha \sin \beta$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \cos 5x \cdot \sin 2x$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \cos^2(2x) + 2 \cos 5x \cdot \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{2} \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left(3x \right)$$

$$A \sin x + B \cos x = C \sin (x + \phi)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\cos \phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{5x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) + 2 \cos 5x \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 2x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x = \cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x$$

$$2 \cos 4x \left(\cos x + \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right) + 2 \sin 4x \sin x = 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-2(x+2) \pm 2(x-1)$$

$$\sqrt{4} = (x+2)^2 - (-3x^2 + 12x)$$

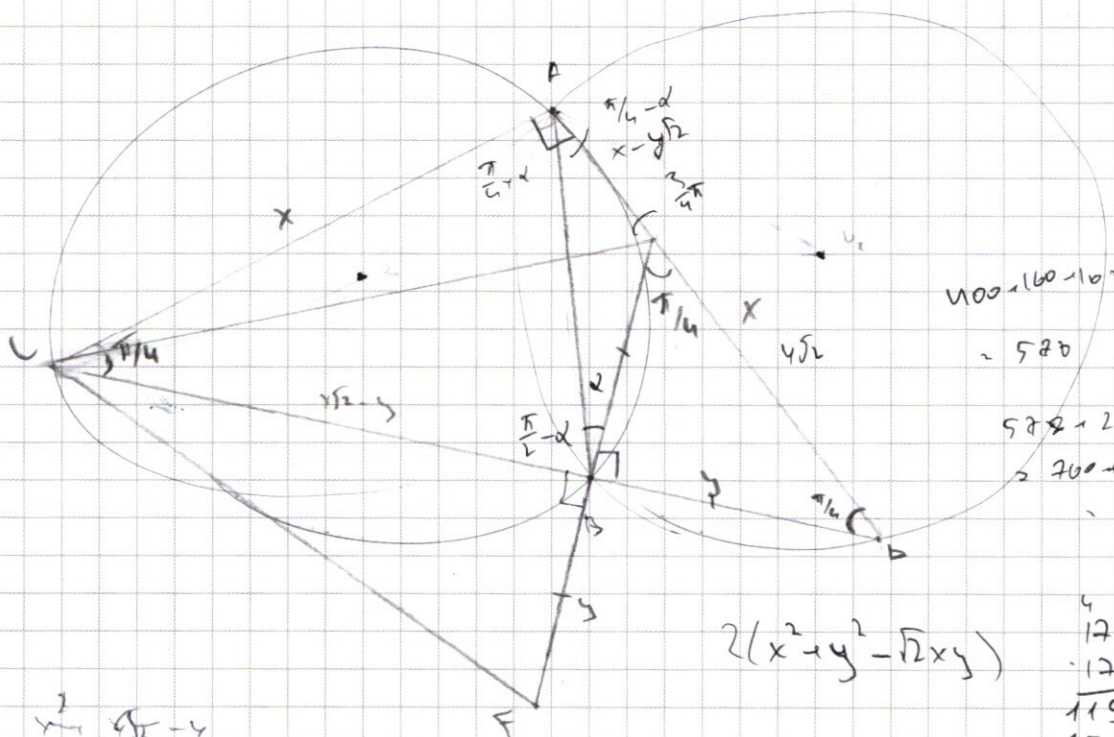
$$x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 0$$

$$4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1)$$

$$2(x-1)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AB < 2R > 4\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2}$$



$$1100 = 160 \cdot 10^2$$

$$= 580$$

$$580 = 256$$

$$= 700 = 120 \cdot 10^2$$

$$= 834$$

$$2(x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy)$$

$$x^2 + y^2 - 4$$

$$x^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2 - 2\sqrt{2}x^2 + xy\sqrt{2} = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy$$

$$x^2 + (x\sqrt{2} - y)^2 - 2 \cdot x \cdot (x\sqrt{2} - y) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = x^2 + y^2$$

$$x^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2 - 2x^2 + \sqrt{2}xy = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy$$

$$(x\sqrt{2} - y)^2 + y^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + 2y^2$$

$$962 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} 481 \cdot 12 \\ - 62 \cdot 12 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$12^2 =$$

$$\frac{962}{2} \cdot 450 \cdot 12 = 467$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \cdot 12 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \cdot 2 \\ 119 \\ - 289 \\ \hline 578 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 528 \\ - 256 \\ \hline 272 \\ + 128 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0. \quad (*)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0.$$

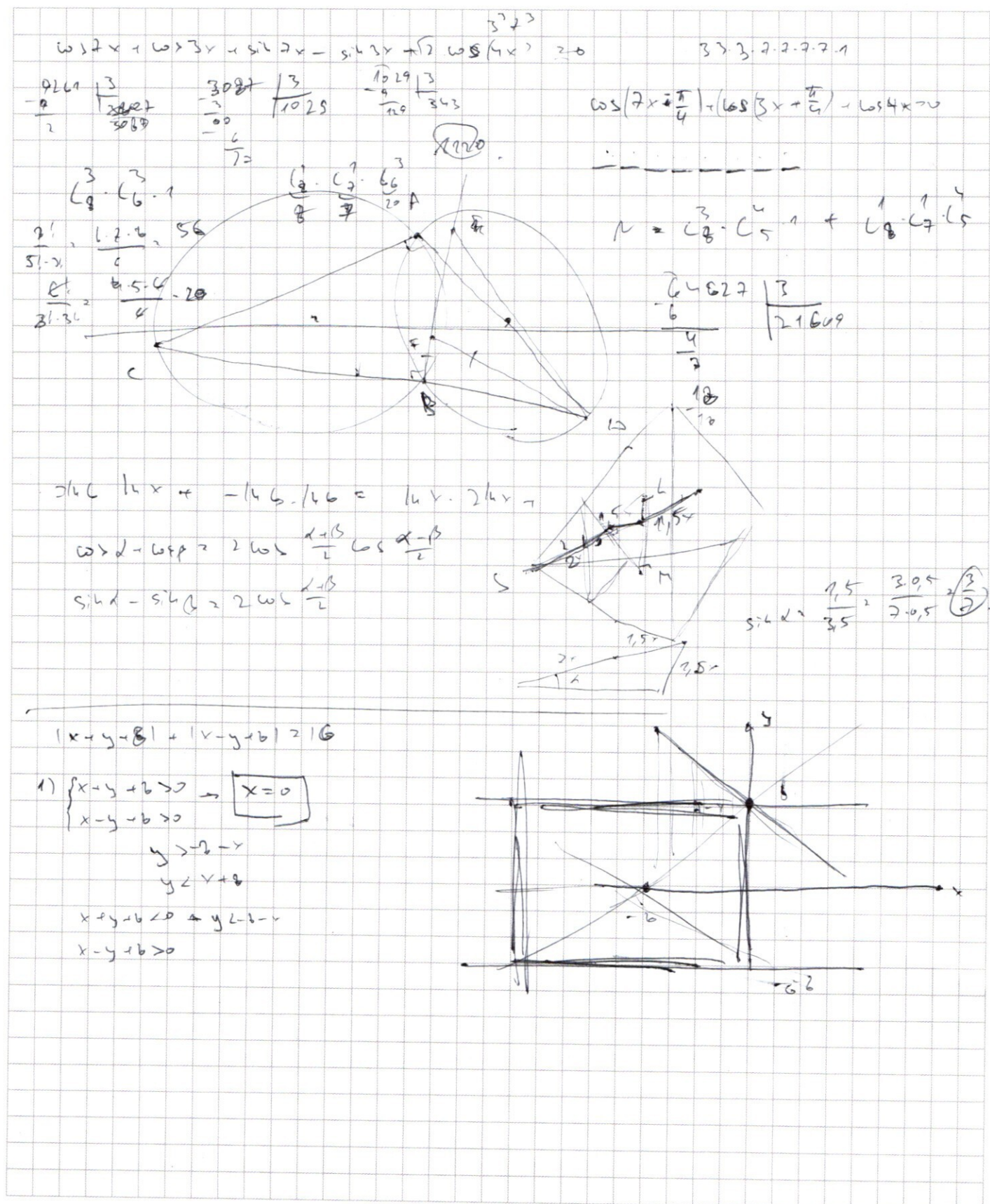
$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

~~cos 4x~~

$$2(\cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x) \left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x\right) = 0$$

$$\cos 4x \left(2 \cos x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1\right) - 2 \sin 4x \cdot \sin x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1) \begin{cases} x-y-b > 0 \\ x-y+b > 0 \end{cases} \Rightarrow y < -x-b$$

$$x > 0$$

$$2) \begin{cases} x+y+b > 0 \\ x-y+b > 0 \end{cases}$$

$$y > -x-b$$

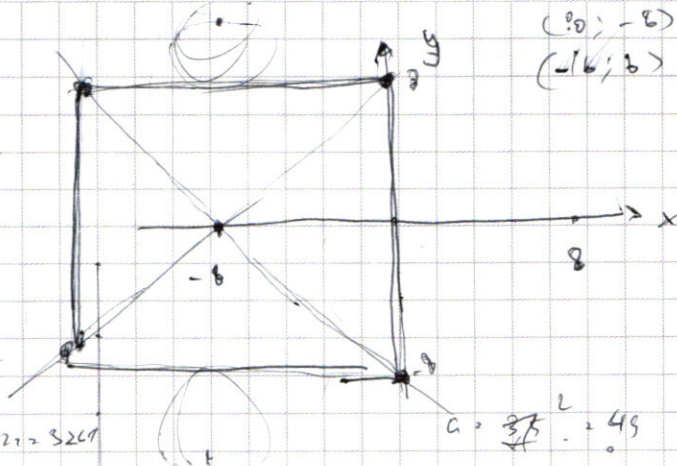
$$y > x+b$$

$$3) \begin{cases} x-y-b < 0 \\ x-y+b > 0 \end{cases}$$

$$x-y+b-x+y-x > 0$$

$$y > b$$

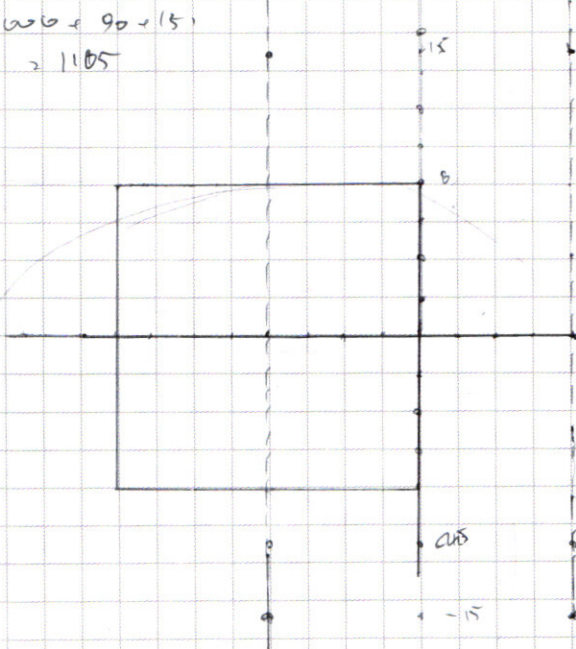
$$\begin{array}{r} 3267 \overline{) 3} \\ -3 \\ \hline 26 \\ -24 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$24^2 + 23^2 = 575 + 529 = 1104$$

$$\begin{array}{r} 1) \\ 24 \\ -24 \\ \hline 96 \\ 48 \overline{) 96} \\ \hline 576 \\ 23 \\ -23 \\ \hline 69 \\ 46 \overline{) 69} \\ \hline 529 \end{array}$$

$$1000 + 90 + 15 = 1105$$



$$(20+4)^2 = 400 +$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ -24 \\ \hline 96 \\ 48 \overline{) 96} \\ \hline 576 \\ 23 \\ -23 \\ \hline 69 \\ 46 \overline{) 69} \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

cos

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 2x + \cos 3x + \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x) + (\cos 3x + \sin 2x) + (\cos 3x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (1 + \sqrt{2}) (\cos 3x + \sin 3x) + (\sin 4x + 1) (\cos 3x - \sin 3x) = 0$$

$$\cos 4x \cdot (\cos(3x - \frac{\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{\pi}{4})) + (\sin 4x + 1) \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 4x (\cos(3x - \frac{\pi}{4}) + 1) + (\sin 4x + 1) \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 4x \cdot (\cos(3x - \frac{\pi}{4}) + 1) + (\sin 4x + 1) \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$$