

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$64827 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$. Откуда множество цифр из которых мы составим восьмизначное число $\{1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7\}$. Всего перестановок такого множества $8!$. Для получения числа уникального перестановок нужно разделить на $1! \cdot 3! \cdot 4!$ (так как все цифры повторяются). Таким образом ответом является $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} =$
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{1} = 280$

Ответ: 280.

Задача 2.

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} + 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \sin \frac{7x-3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) &= 0 \\ 2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) &= 0 \\ \sqrt{2} 2 \cos 5x \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) + \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) &= 0 \\ 2 \cos 5x \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) + \sin \left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \right) &= 0 \\ 2 \cos 5x \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) + 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) &= 0 \\ \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) (\cos 5x + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right)) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = 0 & (1) \\ \cos 5x + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = 0 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

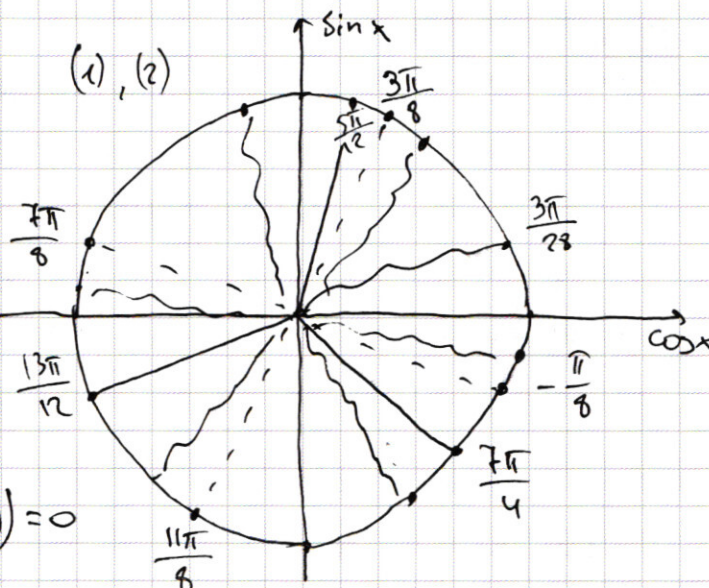
$$(1) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$



$$(2) \cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2 \cos \frac{5x+2x+\frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{5x-2x-\frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\left[\cos\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \right] \Leftrightarrow \left[3,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[\cos\left(1,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \right] \Leftrightarrow \left[1,5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{7}{2}x = \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right] \Leftrightarrow \left[7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[\frac{3}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right] \Leftrightarrow \left[3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\Leftrightarrow \left[x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z} \right]$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z};$
 $\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z}.$

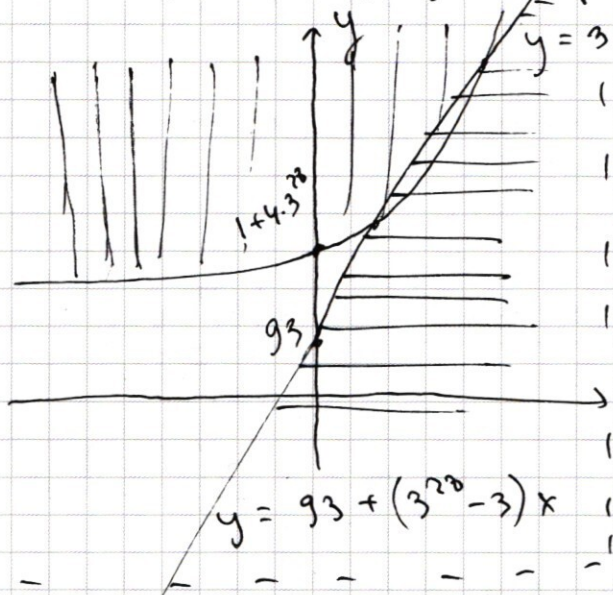
Задача 7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{23} \\ y \leq 93 + (3^{23} - 3)x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 4 \cdot 3^{23} < y \\ y \leq 93 + (3^{23} - 3)x \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Построю те же, где графиков неравенств из условия.



$y = 3^x + 4 \cdot 3^{23}$ (Морковкой показана
подходящая зона (у удовн.
неравенству).

Отметим, что у уравнение
 $3^x + 4 \cdot 3^{23} = 93 + (3^{23} - 3)x$

не более двух корней, так
как мы имеем возрастающую

выпуклую функцию. $3^x + 4 \cdot 3^{23} = 93 + 3^{23}x - 3x$
 $3^x + 3x - 93 = (x - 4) \cdot 3^{23}$

$x = 4$. $81 + 12 - 93 = 0$ (верно), значит, $x = 4$ - корень.

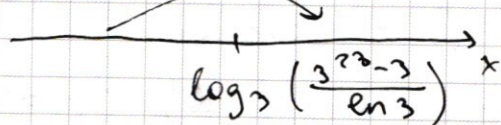
$x = 31$. $3^{31} + 93 - 93 = 3^3 \cdot 3^{23}$ (верно), значит $x = 31$ -
корень.

рассмотрим $f(x) = 93 + 3^{23}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{23}$

$$f'(x) = 3^{23} - 3 - 3^x \ln 3 = 0$$

$$3^x = \frac{3^{23} - 3}{\ln 3}$$

$$x = \log_3 \left(\frac{3^{23} - 3}{\ln 3} \right)$$



Откуда получим, что $f(x) \geq 0$

только между корнями.

$\forall x = 4 \dots 31$ целого подпадает y : $3^x + 4 \cdot 3^{23} < y \leq 93 + (3^{23} - 3)x$
Сло каждого x количество y , ~~но~~ удовлетворяющих

$$\begin{aligned}
 \text{неравенству} \quad & 93 + 3 \cdot (3^{28} - 1)x - (3^x + 4 \cdot 3^{28}) = \\
 & = 93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = \\
 & = (3^{28} - 3)x - 3^x + 93 - 4 \cdot 3^{28} \\
 \sum_{x=4}^{31} (3^{28} - 3)x - 3^x + 93 - 4 \cdot 3^{28} & = \sum_{x=4}^{31} (3^{28} - 3)x + \sum_{x=4}^{31} -3^x + \\
 & + \sum_{x=4}^{31} 93 - 4 \cdot 3^{28} = (3^{28} - 3) \sum_{x=4}^{31} x + (-1) \cdot \sum_{x=4}^{31} 3^x + \\
 & + \sum_{x=4}^{31} 93 - 4 \cdot 3^{28} = (3^{28} - 3) \cdot \frac{4+31}{2} \cdot (31-4+1) - \\
 & - \frac{3(3^{28}-1)}{2} + 28 \cdot (93 - 4 \cdot 3^{28}) = \\
 & = \frac{(3^{28}-3)35 \cdot 28}{2} + 28 \cdot \frac{2(93 - 4 \cdot 3^{28})}{2} - \frac{3(3^{28}-1)}{2} = \\
 & = 14 (35 \cdot 3^{28} - 105 + 2 \cdot 93 - 8 \cdot 3^{28}) - \frac{3(3^{28}-1)}{2} = \\
 & = 14 (27 \cdot 3^{28} + 81) - \frac{3}{2} (3^{28}-1) = \\
 & = 14 \cdot (3^{31} + 3^4) - \frac{3}{2} (3^{28}-1)
 \end{aligned}$$

Ответ: $14 (3^{31} + 3^4) - \frac{3}{2} (3^{28} - 1)$

Задача 5

$$\begin{cases} |x+y+3| + |x-y+3| = 16 & (1) \\ (|x|-3)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) $|x+y+3| + |x-y+3| = 16$

(1) $\begin{cases} x+y+3 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$, тогда $x+y+3 + x-y+3 = 16$, $2x=0$, $x=0$
 $y \in \mathbb{R}$ + ус. системы

(2) $\begin{cases} x+y+3 \leq 0 \\ x-y+3 \leq 0 \end{cases}$, тогда $-x-y-3 - x+y-3 = 16$, $-2x=32$,
 $x=-16$, $y \in \mathbb{R}$ + ус. системы

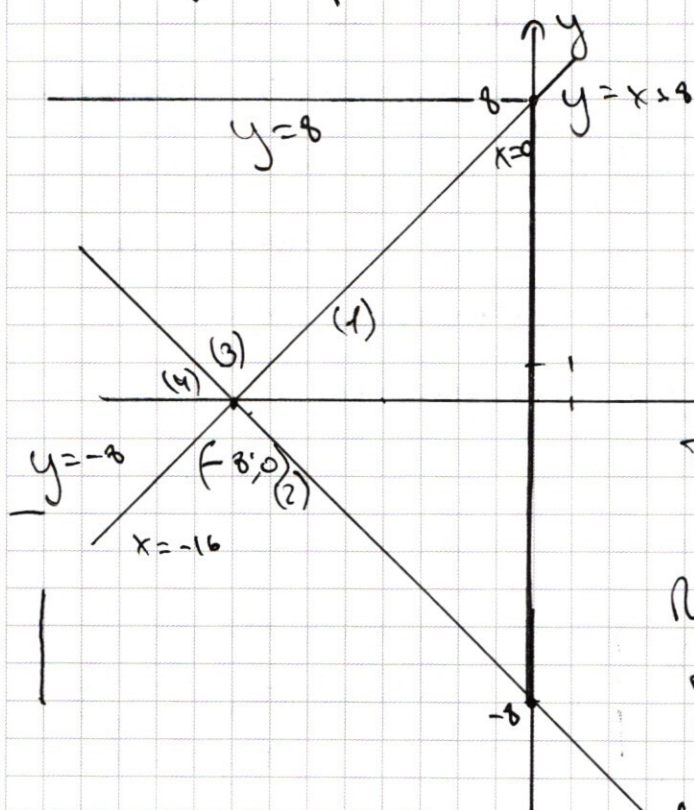
(3) $\begin{cases} x+y+3 \geq 0 \\ x-y+3 \leq 0 \end{cases}$, тогда $x+y+3 - x+y-3 = 16$, $2y=16$,
 $y=8$, $x \in \mathbb{R}$ + ус. системы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(4) \begin{cases} x + y + 3 \leq 0, & \text{тогда} & -(x + y + 3) + x - y + 3 = 16; \\ x - y + 3 \geq 0 & & -x - y - 3 + x - y + 3 = 16; \end{cases}$$

$$-2y = 16; \quad y = -8, \quad x \in \mathbb{R} \text{ из системы}$$

Построю решение на графике:



Таким образом решением
(1) является пара $x=0, y \in [-8, 8]$
 $x \in [-16, 0] \quad y=8$
 $x \in (-\infty, -16] \quad y=-8$
 $x=-16 \quad y \in [-8, -16]$.

Теперь обратимся к (2):
 $(|x| - 3)^2 + (|y| - 15)^2 = a.$

При $a < 0$ решений не имеет,
т.к. сумма квадратов неотрица-
тельна; при $a = 0$ имеет

4 решения $(3, 15); (3, -15); (-3, -15); (-3, 15)$

(при этом у системы не 2 решения), в ~~этом~~ ^{этих} ~~случае~~ ^{случаях} задает ~~часть~~ ^{окрестности} с ~~центром~~ ^{или окружностью}
в точке $(3, 15)$ в I четверти, в остальных
четвертях симметрично полученному в I.

Рассмотрю случаи, когда у системы два
решения:

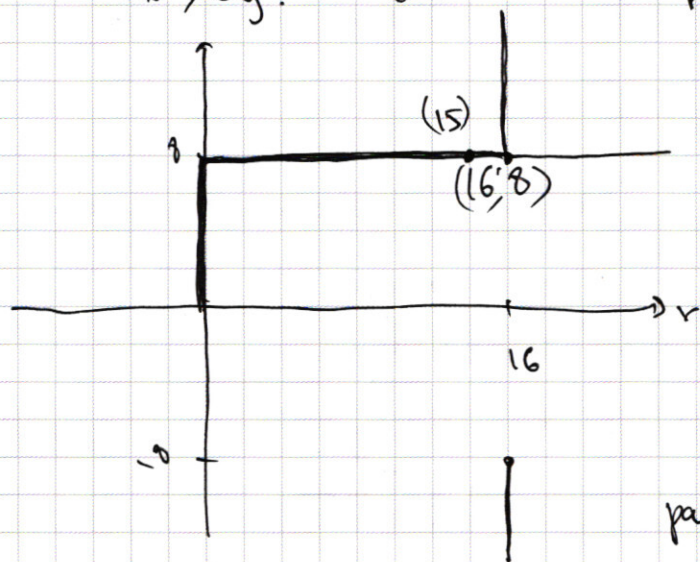
(I) ~~Вариант решения~~ ~~$(0, b)$~~ ~~$(0, -b)$~~ ~~$b \in (0, 8]$~~

$$64 + (15-b)^2 = \sqrt{a}^2$$

$$225 - 30b + b^2 = a - 64$$

$$a \in [8;$$

Так как все вершины симметричны I относительно O_x, O_y . Для I вершины имеем решение:



Таким образом всегда есть 2 решения на прямой $y=8$, значит, решение вида $x=16, x=0, x>16, x<0$ не должно быть.

Но достигается если радиус окружности $\sqrt{a} < 1$.

Ответ: $a \in (0; 1)$

Задача 3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2) & (1) \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} -y > 0 \Leftrightarrow y < 0 \\ xy^2 > 0 \end{cases} \begin{cases} y < 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = (y+3x)(y-x+4) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x & (p1) \\ y = x-4 & (p2) \end{cases} \quad \text{Подставим полученные решения в (1):}$$

$$(p1) \quad \begin{cases} \left(\frac{x^2}{-3x}\right) \ln(3x) = x^2 \ln(9x^3) \\ \left(\frac{x^2}{3}\right) \ln(3x) = (x^2) \ln(9x^3) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^6 \ln(3x)}{3 \ln(3x)} = (x^2)^{\ln(3x^3)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^6}{3} = x^6$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^2 (\ln x + \ln(3x))^2 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln 3x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln x}$$

$$\frac{x^{2 \ln 3x}}{3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}} = x^{2 \ln x} \quad \Leftrightarrow x^{2 \ln 3} \cdot x^{2 \ln x} =$$

$$= x^{2 \ln x} \cdot 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}, \quad x^{2 \ln x} > 0, \text{ по условию можем}$$

разделить.

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} \quad \Leftrightarrow x^{\ln 9} = 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}$$

$$\frac{x^{\ln 9}}{x^{\ln 3}} = \frac{3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}}{3^{\ln 3}}$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln 3x};$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\frac{1}{2} \ln 3x}$$

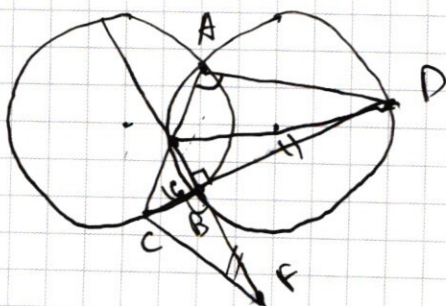
$$(p2) \quad \left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^2 \ln(x - (x-4)^2) \quad x < 4 \text{ (т.к. } y < 0)$$

$$\left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^2 \ln(x^3 - 8x^2 + 16x)$$

Ответ:

$$\begin{cases} x > 0: & x^{\ln 9} = 3^{\ln 3x}, y = -3x \\ x > 0: & \left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^2 \ln(x^3 - 8x^2 + 16x), y = x-4 \\ x < 4: & \end{cases}$$

Задача 6.



Дано: $\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$. $r_{\omega_1} = r_{\omega_2} = R$.

$C \in \omega_1, D \in \omega_2, B \in CD$.

$\angle CAP = 90^\circ$. $l \perp CD$

$F \in l$: $BF = BD$

а) найти: CF ; б) $BC = 16$, найти $S_{\triangle CBF}$.

Решение: (а) Пусть K - точка пересечения l и AC .
 Рассмотрим треугольник $ADBK$ - вписанный (т.к. $\angle KAD + \angle KBD = 180^\circ$) KD - диаметр окружности $KD = 2R\omega_3$,
 где ω_3 - описанная окружность $ADBK$.
 $CKDF$ - равнобедренная трапеция, откуда $CF = KD$, $K \in \omega_2$, откуда $CF = 2 \cdot 17 = 34$.

Ответ: б) 34.

(б) Из прямоугольного $\triangle BCF$: $BC^2 + BF^2 = CF^2$,
 $BF = \sqrt{(34-16)(34+16)} = \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{5^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3^2} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$.

$\triangle KBC$ - прямоугольный, $KC = \frac{1}{2} AC = \sqrt{2} \cdot 16$.

Из $\triangle KCF$ по ф. косинусов
 $KF^2 = KC^2 + CF^2 - 2 \cdot KC \cdot CF \cdot \cos \angle C$
 ~~$46^2 = 16^2 + 34^2 - 2 \cdot 16 \cdot 34 \cdot \cos \angle C$~~

$46^2 = 16^2 + 34^2 - 2 \cdot 16 \cdot 34 \cdot \cos \angle C$
 $\cos \angle C = \frac{46^2 - 16^2 - 34^2}{-2 \cdot 16 \cdot 34}$

По ОТТ: $\cos^2 \angle C + \sin^2 \angle C = 1$

$\sin \angle C = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \angle C}{1}}$ $\sin \angle C > 0$, т.к. по условию.

$S_{ACF} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 16 \cdot 34 \cdot \sqrt{1 + \frac{46^2 - 16^2 - 34^2}{2 \cdot 16 \cdot 34}}$

Ответ: (б) $\sqrt{2} \cdot 16 \cdot 34 \cdot \sqrt{1 + \frac{46^2 - 16^2 - 34^2}{2 \cdot 16 \cdot 34}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\cos 5x + \cos \left(\frac{\pi}{40} + 2x \right) = 0$$

5 6 7 8 9 10

$$(10 - 5)$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ 46 \\ \hline 276 \\ 134 \\ \hline 2116 \\ 256 \\ \hline 1660 \\ 1156 \\ \hline 704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 35 \overline{) 12600} \\ \underline{105} \\ 210 \\ \underline{175} \\ 350 \\ \underline{315} \\ 350 \\ \underline{315} \\ 350 \\ \underline{315} \\ 350 \end{array}$$

$$\frac{3\pi}{20} + \frac{6\pi}{7}$$

34^2

$$(34-16)(34+16)$$

3. 180

$$\begin{array}{r} 10 \\ 540 \overline{) 28} \\ \underline{28} \\ 260 \end{array}$$

$$9 \text{ } \eta - \sum n$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \end{array}$$

24
24

$$45 + 22,5 = 67,5$$

$$\frac{4\pi}{8} - \frac{\pi}{2} =$$

11

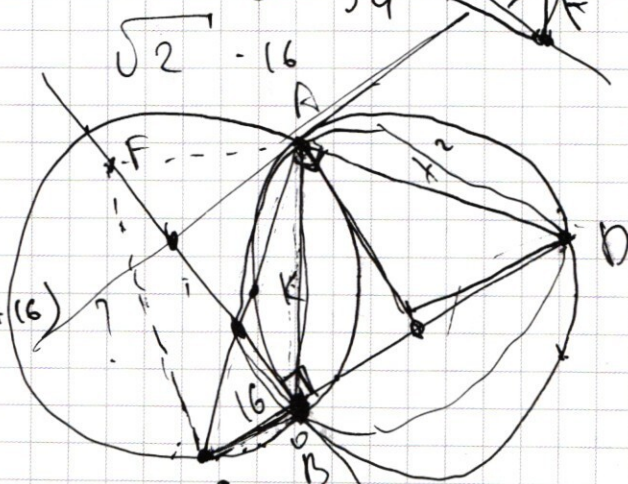
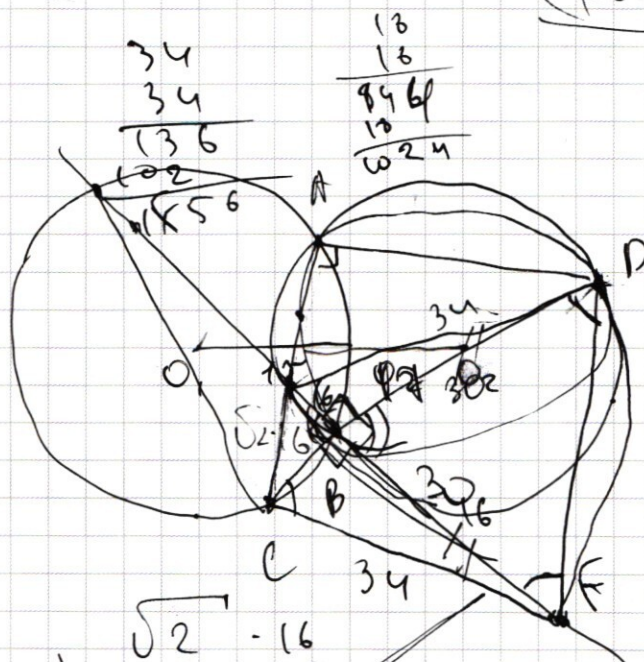
$$120 \overline{) 125}$$

$$15.5 =$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 120 \\ \hline 195 \end{array}$$

$$\frac{5\pi + 8\pi m}{12}$$

$$\frac{3\pi \cdot 10^6 \text{ m}}{12} = \frac{24\pi}{12} = \frac{2\pi}{1}$$



$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x} \\ y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x \end{cases}$$

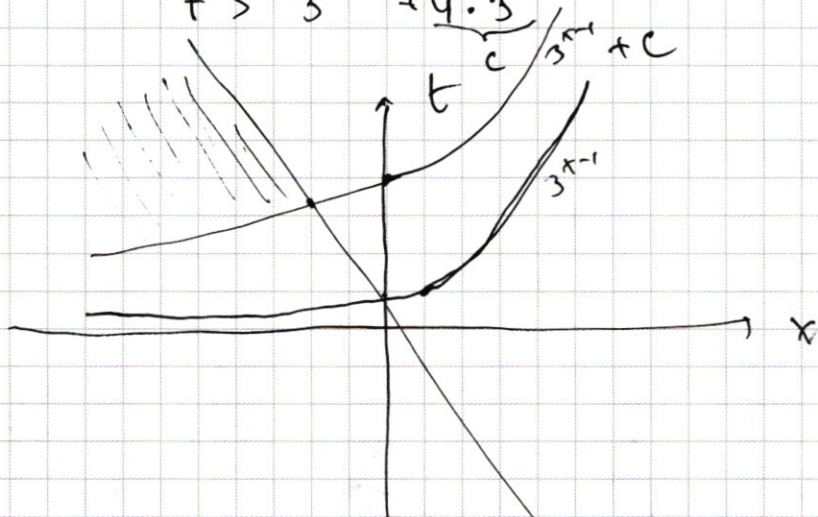
$$y \leq 3(31 + 3^{2x}x - x)$$

$$y > 3(3^{x-1} + 4 \cdot 3^{2x})$$

$$t \leq 31 - (3^{2x} - 1)x$$

$$31 - bx$$

$$t > 3^{x-1} + \underbrace{4 \cdot 3^{2x}}_c$$



$$31 - (3^{2x} - 1)x = 3^{x-1} + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$0; \quad 31 \quad \frac{1}{3} + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$31 - (a-1)x = 3^{x-1} + 4a$$

$$3^{x-1} + 4a + ax - x - 31 = 0$$

$$-31 - ?$$

$$3^{-32} + 4 \cdot 3^{2x} + -32 -$$

$$3^{x-1} + a(4+x) - (x+31) = 0$$

$$3^{-32} + 9^{2x} \cdot (-22) < 0$$

$$-26: \quad 3^{-27} + 3^{2x} \cdot (-22) -$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x\right) + \sqrt{2} \sin\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\right) = 0$$

$$2 \cos 5x \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \\ \cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \end{cases}$$

$$100 \cdot \frac{3}{27.5}$$

$$\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \cos 5x +$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = -\cos 5x$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x = -\cos 5x$$

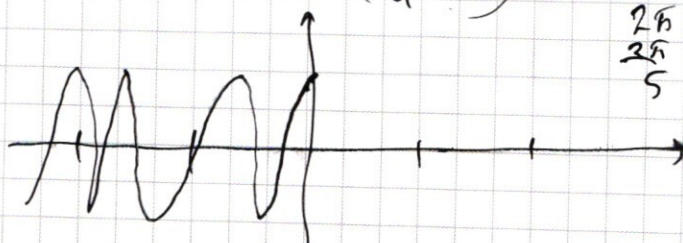
$$\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos\left(\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + \left(7x - \frac{\pi}{4}\right)\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cdot \left(\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$$

$$\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x = -\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$$

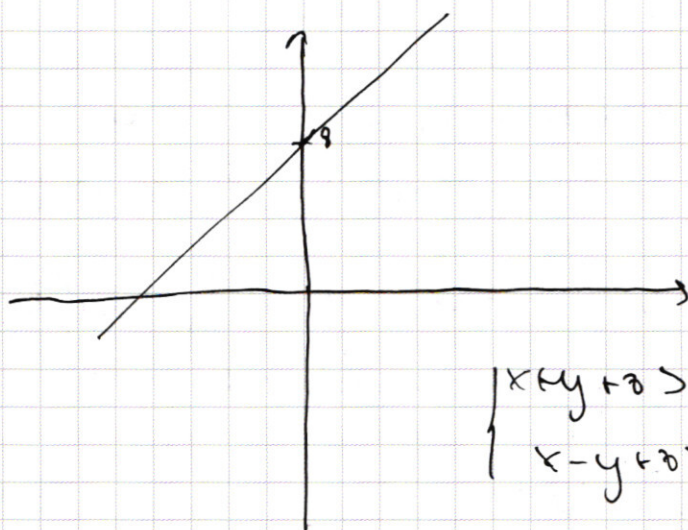


$$\begin{matrix} 2\pi \rightarrow x \\ 2\pi \rightarrow 5x \\ 5 \end{matrix}$$

$$\sin a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$$

$$|x+y+3| + |x-y+3| = 16$$

$$(|x|-3)^2 + (|y|-3)^2 = a$$



$$x+y+3=0$$

$$-x-3=y$$

$$x-y+3=0$$

$$x+3=y$$

$$\begin{cases} x+y+3 > 0 & (1) \\ x-y+3 > 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x+y+3 < 0 \\ x-y+3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+3 > 0 & (2) \\ x-y+3 < 0 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x+y+3 < 0 \\ x-y+3 < 0 \end{cases}$$

$$(|x|-3)^2 + (|y|-3)^2$$

$$(1) \quad x+y+3 + x-y+3 = 16$$

$$2x + 6 = 16$$

$$x = 5$$

$$y \in \mathbb{R}$$

$$(2) \quad x+y+3 - x-y+3 = 16$$

$$6 = 16$$

$$y = 4$$

$$(3) \quad x+y+3 - x-y+3 = 16$$

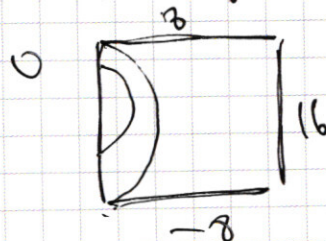
$$(4) \quad -x-y-3 - x-y-3 = 16$$

$$-2x - 2y - 6 = 16$$

$$-2x - 2y = 22$$

$$x = -11$$

$$y \in \mathbb{R}$$



4, 10

5, 10

$$x-y+3=0$$

$$y=x+3$$

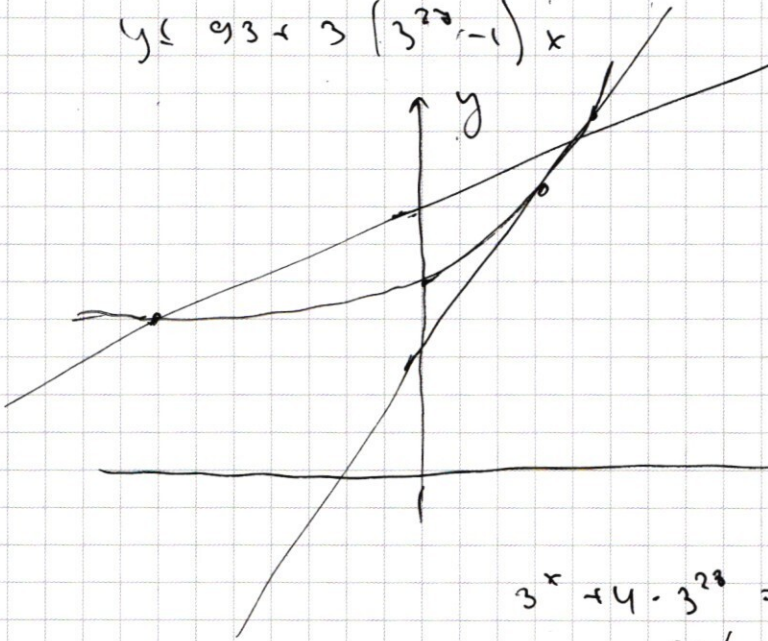
$$x+y+3 \geq 0$$

$$y \geq -x-3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$



$$93 + (3^{28} - 3)x$$

$$1 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$(93 + 3^{28}x - 3x - 3 - 4 \cdot 3^{28}) =$$

$$(3^{28} - 3) - 3^x \ln 3 = 0$$

$$3^{28} - 3 = 3^x \ln 3$$

$$\frac{3^{28} - 3}{\ln 3} = 3^x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + (3^{28} - 3)x$$

$$93 + 3^{28}(x - 4) - 3x - 3^x = 0$$

$$x = 4?$$

$$93 - 12 - 81 = 0$$

$$93 - 27$$

$$93 + 5 \cdot 3^{28} - 3^{10} - 3^9$$

$$93 + 3^{28} - 15 - 3^5 > 0$$

$$93 + 45 \cdot 3^{28} - 15 < 3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{10} + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + (3^{28} - 3)x$$

$$93 + 5 \cdot 3^{28} - 3$$

$$93 + 10 \cdot 3^{28} - 30$$

$$y \geq 93 + x \cdot 3^{28} - 3x$$

$$(x - 4) \cdot 3^{28} - 3x + 93 - 3^x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{22} < y \leq 93 + 3^{22} + 3^x$$

$$3^x + 3^x - 93 < y \leq (x-4) \cdot 3^{22}$$

$$3^x + 3^x - 93 = 0$$

$$3^7 + 21 - 63$$

$$3^x + 3^x - 93 = (x-4) \cdot 3^{22}$$

$$3^{27} + 3^{27} - 93 < 22 \cdot 3^{22}$$

$$x=26: 3^{26} + 3^{27} - 93 = 22 \cdot 3^{22}$$

$$x=10: 3^{10} + 3^{11} - 93 = 6 \cdot 3^{22}$$

$$x=7: 3^7 + 3^9 - 93 = 3^{22}$$

$$x=27: 3^{27} + 3^{28} - 93 = 2$$

$$x=100: 3^{100} + 3^{100} - 93 > 96 \cdot 3^{22}$$

$$x=50: 3^{50} + 3^{50} - 93 > 46 \cdot 3^{22}$$

$$x=30: 3^{30} + 3^{30} - 93$$

$$x=31: 3^{31} > 3^3 \cdot 3^{22}$$

$$x=31$$

4
5
...

31

5
6

23
20

$$0 < y \leq 0$$

$$y \leq$$

$$3^{31} < y \leq 3^{31}$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{22}$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{22}$$

$$93 + 5 \cdot 3^{22}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$25$$

$$\sum n - \sum n$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $64827 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 3} \\ 6 \\ \hline 4 \\ 18 \\ \hline 21609 \\ 3 \\ \hline 64827 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 3} \\ 17203 \\ \hline 3 \\ \hline 21609 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ 6 \\ \hline 12 \\ 3 \\ \hline 7203 \\ 3 \\ \hline 2401 \\ 7 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 7 \\ \hline 189 \\ 343 \\ \hline 567 \\ 256 \\ \hline 167 \\ \hline 64827 \end{array}$$

$343 = 49 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

1, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4

$$\frac{8!}{3!4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 56 \cdot 5 = 280$$

3.3.3 4.4.4.4.
3343444

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \sqrt{2} 2 \cos 5x \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \cos 5x \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x &= 0 \\ \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \cos 5x (2 \cos 2x + 2 \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x = \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(y)} = x^2 \ln(xy^2) & (2) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad y^2 + 4y - 3x^2 + 12x + 2xy = 0$$

$$(y - x + 4)(y + 3x)$$

$$(y + 3x)(y - x + 4) = 0$$

$$y^2 - xy + 4y + 3xy - 3x^2 + 12x = 0$$

$$= y^2 + 4y - 3x^2 + 12x + 2xy$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\left(-\frac{x^2}{-3x}\right)^{\ln(-3x)} = x^2 \ln(9x^2)$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln(-3x)} = x^2 \ln(9x^2)$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln(-3x)} = (x^2)^{\ln(9x^2)}$$

$$x^{\ln(-3x)} = 3^{\ln(-3x)} \cdot x^{\ln(-3x)}$$

$$x^{\ln(-3x)} = 3^{\ln(-3x)} \cdot x^{\ln(-3x)}$$

$$x^{\ln(-3x)} = 3^{\ln(-3x)} \cdot x^{\ln(-3x)}$$

$$(1) \quad \begin{cases} -y > 0 \\ y^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 0 \\ x > 0, y \neq 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad \left(-\frac{x^2}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^2 \ln(x \cdot 9x^2)$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^2 \ln(9x^3) = x^2 \ln(81x^6)$$

$$x^2 \ln 3x = (x^2 \ln 3) + \ln x$$

$$\frac{12}{501} = 2.96$$

$$(2) \quad \left(-\frac{x^2}{4-x}\right)^{\ln(x-4)} = x^2 \ln(x(x-4)^2)$$

$$0 + \dots + 0 + \dots + 0 = \frac{1 \cdot b}{1 - b}$$

$$= 1 + 4 - 12$$

$$41 \cdot 52 = 22 \cdot \frac{2}{12+1}$$

$$\left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

$$225 \div 225 = 1$$