

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра-
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$$3375 \begin{array}{l} \overline{)5} \\ 675 \\ \overline{)5} \\ 135 \\ \overline{)5} \\ 27 \end{array} \Rightarrow 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Заметим, что в искомым восьмизначных числах нет нулей, иначе произведение цифр было бы нулевым, тогда единственная цифра кратная 5 это 5, то есть число обязательно содержит три цифры 5 ~~цифры~~ ^{цифры} кратных трем тогда две это 3 и 9, тогда в нашем восьмизначном числе либо 3, 3, 3 либо 3, 9, т.к. ^{нужное} произведение должно набраться и в нем не может встретиться в разложении большего кол-ва троек или девяток, оставшееся можем набрать только единицами, чтобы не изменилось произведение, то есть имеем два варианта

① 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1 - 8 цифр

Всего различных расстановок:

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = \underline{560} \text{ способов}$$

② 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1, 1

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 2 = 8 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 2 = \underline{1120} \text{ способов}$$

Всего: 1680 способов Ответ: 1680

Задача №2

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$2 \sin \frac{11x-3x}{2} \sin \frac{11x+3x}{2} + 2 \sin \frac{3x-11x}{2} \cos \frac{3x+11x}{2} = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

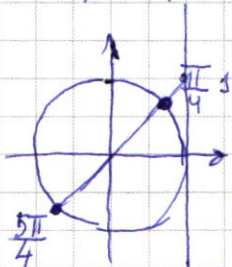
$$\sin 4x (\sin 7x - \cos 7x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

1. $\sin 7x = \cos 7x$

$\therefore \cos 7x \neq 0$ (т.к. $\sin 7x = 0$

$\vee \cos 7x = 0$
невозможно $\sin^2 7x + \cos^2 7x = 1$)

$$\Rightarrow \operatorname{tg} 7x = 1$$



По координатной окружности находим

~~серии~~ ~~решений~~ $7x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \text{ решения}$$

2. $\sin 7x \neq \cos 7x \Rightarrow$ найдем кор $\sin 7x - \cos 7x \neq 0$.

$$\sin 4x = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\sin 7x + \cos 7x), \text{ т.к. } \sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \vee \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 4x = \sin \frac{5\pi}{4} \cos 7x + \sin 7x \cos \frac{5\pi}{4} = \sin \left(\frac{5\pi}{4} + 7x \right)$$

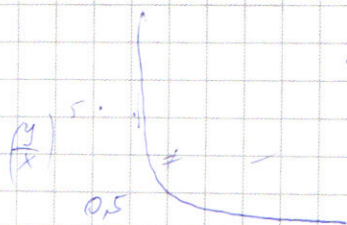


① $4x = \frac{5\pi}{4} + 7x + 2\pi k + 2\pi n$

$$\Rightarrow 3x = -\frac{5\pi}{4} + 2\pi(n-k) \quad n-k = s \in \mathbb{Z} + 1$$

$$3x = -\frac{5\pi}{4} + 2\pi + 2\pi s = \frac{3\pi}{4} + 2\pi s, s \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi s}{3} \quad s \in \mathbb{Z}$$



② $\pi - 4x + 2\pi n = \frac{5\pi}{4} + 7x + 2\pi k$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi(n-k) = 11x \quad n-k = s+1, \text{ где } s \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7\pi}{4} + 2\pi s = 11x$$

$$x = \frac{7\pi}{44} + \frac{2\pi s}{11} \quad s \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

$$\frac{7\pi}{44} + \frac{2\pi S_1}{11} = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi S_2}{3}$$

$$21 + 24S_1 = 33 + 88S_2$$

$$3 = 6S_1 - 22S_2 \quad \text{невозможно по теореме}$$

$$\frac{7\pi}{44} + \frac{2\pi S_1}{11} = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

$$49 + 56S_1 = 11 + 44n$$

$$38 = 44n - 56S_1 \quad \text{невозможно по mod 4.}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi S_2}{3} = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

$$21 + 56S_2 = 3 + 12n$$

$$18 = 12n - 56S_2 \quad \text{невозможно по mod 4.}$$

Совместимо нет.

Ответ: $x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \quad n \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi S_1}{3} \quad S_1 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{7\pi}{44} + \frac{2\pi S_2}{11} \quad S_2 \in \mathbb{Z}$$

Задача №3

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \Rightarrow x \neq 0 \quad x > 0 \quad xy > 0$$

$$\Rightarrow y > 0$$

Тогда $\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{(2\lg x + 2\lg y)}$; $y^{2\lg x} \neq 0$

$$\frac{y^{3\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg y} \quad ; \quad y^{2\lg x}$$

$$\frac{y^{\lg x}}{x^{\lg x}} = \frac{y^{2\lg y}}{y^{2\lg x}}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg \frac{y}{x}}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2\lg y}$$

П.к. степенная функция монотонна (убывает или возрастает в зависимости от того $\frac{y}{x} < 1$ или $\frac{y}{x} > 1$), то либо $y = x$ либо $\lg x = 2\lg y$

① $x = y \Rightarrow$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$4x^2 - 8x = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad \underline{x = 2}$$

не подходит
п.к. $x > 0$

② $\lg x = \lg y^2 \quad y = \lg x \quad \text{монотонна} \Rightarrow$

$$x = y^2, \quad \text{где} \quad y > 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0 \quad | : y \neq 0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$y = 3 \quad \text{корень} \quad 27 - 18 - 21 + 12 = 39 - 39 = 0$$

$$x = 9$$

$$\begin{array}{r} y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y \\ - y^3 - 2y^2 - 7y^2 + 12 \\ \hline y^3 - 3y^2 - 7y + 12 \\ - y^3 - 3y^2 \\ \hline - y^2 - 7y + 12 \\ - y^2 - 3y \\ \hline - 4y + 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} | y-3 \\ \hline y^2 + y - 4 \end{array}$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

$$y > 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

корень

$$y^2 = \frac{18}{4} - \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

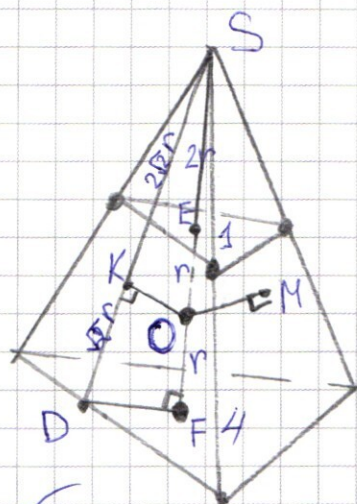
№3. (продолжение)

Ответ: $X = y = 2$

$$x = 9, y = 3$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

№4



Проведем SO до пересечения с перпендикулярной плоскостью в точках E и F , тогда

OE и $OF \perp$ соответствующим плоскостям $\Rightarrow$

E и F - точки касания

$OE = OF = r$ Тригонометрия

образующие в сечении подобны, т.к. параллельные плоскости ~~вырезают~~ и они гомотетичны

тогда можем провести гомотетический в точке S (касательная т. переходим в кас. пл.) т.к. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$, то коэффициент подобия $\frac{1}{2}$ ~~или~~ (и коэффициент гомотетии $\frac{1}{2}$ или 2) $\Rightarrow SE = EF = 2r$ (E и F гомотетичны как точки касания) В $\triangle KSO$ $OK = r$ $SO = 3r$

$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$; $KS = 2\sqrt{2}r$ по т. Пифагора

Проведем SK до пересечения с нижней пл. в точке D $\angle SFD = 90^\circ$, т.к. $DF \in$ пл. перпендикулярна SO

то есть $\triangle SFD \sim \triangle SKO$ по 2 углам

$$SD = \frac{SO}{SK} \cdot SF = \frac{3r}{2\sqrt{2}r} \cdot 4r = 3\sqrt{2}r$$

$\triangle SKO = \triangle SOM$ по катету и гипотенузе, $\Rightarrow$

из симметрии $KM \perp SO$ аналогично $KL \perp SO$

все прямые $\perp SO$ задают плоскость $\perp SO$, то есть 11 нижней и верхней плоскостей, тогда

$$\frac{SK}{SD} = \frac{2\sqrt{2}r}{3\sqrt{2}r} = \frac{2}{3}, \text{ то есть коэффициент гомотетии}$$

такой чтобы перевести нижнюю пл. в верхнюю $\frac{2}{3} \Rightarrow$ отношение площадей $\frac{4}{9}$

$$S_{(KM)} = \frac{4}{9} \cdot 4 = \frac{16}{9}$$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{3}$; $\frac{16}{9}$

Задача 5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Заметим, что если существует пара

чисел (x_0, y_0) которая является решением, то пара $(-x_0, y_0)$; $(x_0, 6-y_0)$; $(-x_0, 6-y_0)$

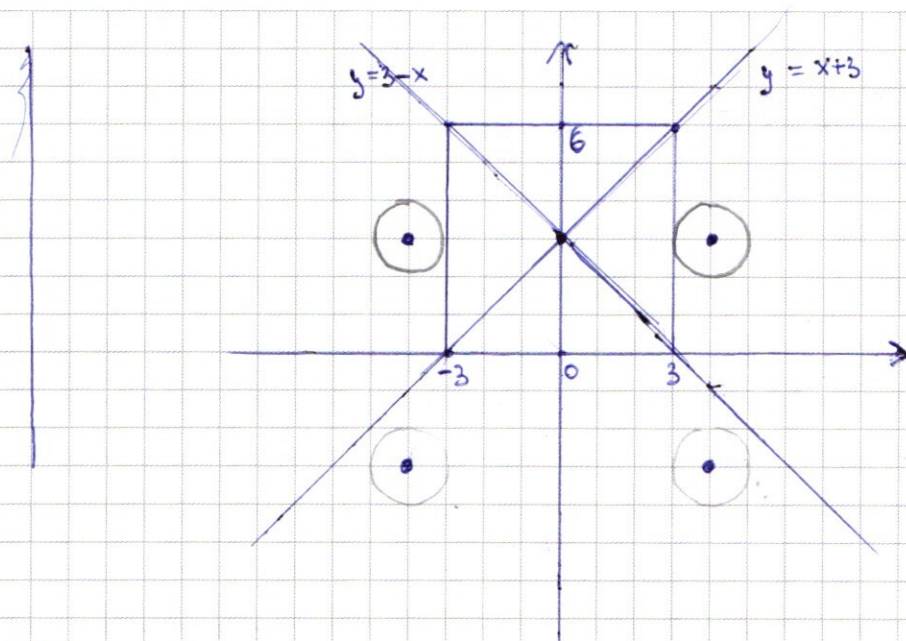
тоже является решением (во 2 уравнении x берется по модулю в 1 симметрично относительно x) Решим графически

Раскроем модуль в 1 уравнении

$$\begin{cases} y \geq 3 & x \geq 0 & y \geq 3+x: y-3+x + y-3-x = 6 \Rightarrow y=6 \\ y \geq 3 & x \leq 0 & y \geq 3-x: y-3-x + y-3+x = 6 \Rightarrow y=6 \end{cases}$$

Предположим $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Нижние окруж-
ности не
дают корней,
т.к. 4 части
уже пересекаются
четвертью
отражаются
(если на оси
x то это
пересечение и
симметрично
уже дают
две верхние)

- ① $r < 1$, то решений нет
- ② $r = 1$ решений ровно 2 $(3,3)$ и $(-3,3)$
- ③ $1 < r < \sqrt{10}$ 4 решения
- ④ $r = \sqrt{10}$ 4 решения
- ⑤ $\sqrt{10} < r < 5$ 4 решения
- ⑥ $r = 5$ 2 решения $(0,6)$ $(0,-6)$
- ⑦ $r > 5$ решений нет окружности

уже не пересекают ось абсцисс в своей
четверти.

Ответ: $a = 1$ и $a = 25$

Задача №5

$$\textcircled{1} \quad y-3 \geq x \quad y-3 \geq -x \Rightarrow y-3+x+y-3-x=6 \Rightarrow y=6$$

$$\begin{cases} y \geq 3+x \\ y \geq 3-x \\ y=6 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad y-3 \leq x \quad y-3 \leq -x \Rightarrow x-y+3+3-y-x=6 \Rightarrow 6-2y=6 \Rightarrow y=0$$

$$\begin{cases} y \leq x+3 \\ y \leq -x-3 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad y-3 \leq x \quad y-3 \geq -x \Rightarrow x-y+3+y-3+x=6 \Rightarrow x=3$$

$$\begin{cases} y \leq x+3 \\ y \geq 3-x \\ x=3 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad y-3 \geq x \quad y-3 \leq -x \Rightarrow y-3-x+3-x-y=6 \Rightarrow x=-3$$

$$\begin{cases} y \geq 3+x \\ y \leq 3-x \\ x=-3 \end{cases}$$

то есть получается квадрат.
 $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ задаем 4 окружности (можем не полностью пририсовывать)
 с центрами $(4, 3)$ $(-4, 3)$ $(4, -3)$ $(-4, -3)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

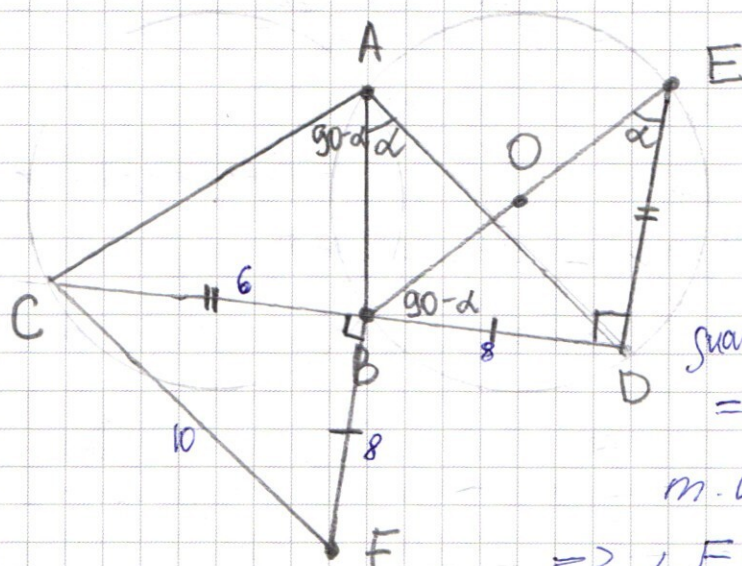
- | | | | |
|---|------------|------------|------------------|
| ① | $x \geq 0$ | $y \geq 0$ | центр $(4, 3)$ |
| ② | $x \leq 0$ | $y \leq 0$ | центр $(-4, -3)$ |
| ③ | $x \geq 0$ | $y \leq 0$ | центр $(4, -3)$ |
| ④ | $x \leq 0$ | $y \geq 0$ | центр $(-4, 3)$ |

Построим квадрат и центр

$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ строится так: сначала отрисовываем окружность с центром $(4, 3)$ в первой четверти, все это же в четвертой, затем отразим ее во вторую и третью четверти (относительно осей x, y) и получим квадрат.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №6.



Пусть $\angle BAD = \alpha$,

т.к. $\angle CAD = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle CAB = 90^\circ - \alpha$

Через центр окружности O проведем

диаметр BE тогда $\angle BED = \alpha$
 $= \angle BAD$ $\angle EDB = 90^\circ$,

т.к. BE - диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EBD = 90^\circ - \alpha$, тогда

$DE = BC$, т.к. на данные дуги DE и BC опираются равные углы $90^\circ - \alpha$ в окружностях равного радиуса. По условию $\angle CBF = 90^\circ$

$BF = BD \Rightarrow \triangle CBF = \triangle BED$ по 2 катетам,

тогда $CF = BE = 2r = 10$

а) Ответ. 10.

Задача №7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \quad (2)$$

При $x \leq 0$

$$70 + (2^{64} - 1)x \leq 70$$

есть не выполняется $2^x + 3 \cdot 2^{65} \geq 3 \cdot 2^{65}$, но
нужное к-во (1)

т.к. $70 < 3 \cdot 2^{65}$
Тогда $x > 0$

Заметим, что отменная функция растет быстрее, то есть у них максимум 2 точки пересечения при $x \geq 0$ и переходим только про шажок между двумя этими точками $x = 6$ и $x = 70$ корни

$$70 + 2^{64} \cdot 6 - 6 = 64 + 2^{64} \cdot 6 = 2^6 + 3 \cdot 2^{65} = 6 \cdot 2^{64} + 64$$

$$70 + 70 \cdot 2^{64} - 70 = 70 \cdot 2^{64} = 2^{70} + 12 \cdot 2^{64} = (12 + 64) \cdot 2^{64} = 70 \cdot 2^{64}$$

то есть $7 \leq x \leq 69$ подходит

При том кол-во у определяется числом $70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65}$, т.к.

у затопит между ними, то есть над кушка сумма

$$70 \cdot (69 - 6) + (2^{64} - 1) \cdot \sum_{x=7}^{69} x - \sum_{x=7}^{69} 2^x - 3 \cdot 2^{65} \cdot (69 - 6)$$

$$63 \cdot 70 + (2^{64} - 1) \left(\frac{69 \cdot 70}{2} - \frac{6 \cdot 7}{2} \right) - 2^7 \cdot (1 + 2 + \dots + 2^{62}) - 6 \cdot 2^{64} \cdot 63 =$$

$$= 4410 + 2394 \cdot 2^{64} - 2394 - \frac{2^{63} - 1}{1} \cdot 2^7 - 378 \cdot 2^{64} =$$

$$= 2144 + 1952 \cdot 2^{64} = 2144 + 244 \cdot 2^{67} = 2144 + 61 \cdot 2^{69}$$

Зараз у 6

б) Рис. на приц. По м. Пидгатора

$$U_8 \triangle BCF \quad BF = BD = 8 \quad FD = 8\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$8 - 8 - 14 + 12$$

$$27 - 18 - 21 + 12 =$$

$$= 39 - 39$$

a_1, a_8

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \underline{675} \\ 5 \\ \underline{17} \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \underline{135} \\ 10 \\ \underline{27} \\ 35 \end{array}$$

$$5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1,$$

$$5, 5, 5, 9, 3, 1, 1, 1$$

$$2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin(4x) \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$(\sin 7x - \cos 7x) \sin 4x = \sqrt{2} \sin 7x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56$$

$$\sin 4x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x + \sin 7x) \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 10$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right)$$

$$560$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \quad \begin{matrix} 56 \\ 10 \end{matrix}$$

$$\sin 4x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \quad 2$$

$$1120$$

$$2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$8 - 1$$

$$\frac{2\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 7x + \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right)$$

$$\frac{7\pi}{44} + \frac{2\pi S_1}{11} = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi S_2}{3}$$

$$21 + 24S_1 = 33 + 88S_2$$

$$12 = 24S_1 - 88S_2$$

$$3 = 8S_1 - 22S_2$$

$$\left(\frac{y^5}{y^2}\right)^{\lg y^2} = y^{2\lg y^3}$$

$$y^{\lg y^6} = y^{\lg y^6}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} = (y^2)^{\lg x + \lg y}$$

$$a^{\lg x}$$

$$x^{\lg a}$$

$$x^{\lg \frac{y^5}{x}}$$

$$\left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = (y^2)^{\lg y}$$

$$\frac{y^{3\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg x}$$

$$y^{\lg x} = x^{\lg x}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = 1$$

$$(x-y)^2 - 4x -$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$4x^2 - 8x = 0$$

$$|x=2 \quad x=0|$$

$$1 - 2y - 4 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$3y^2 - 10y + 3 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6}$$

$$= \frac{10 \pm 8}{6} = \frac{5 \pm 4}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} \quad y = 3$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{y}{x} = 1 \quad y = x$$

$$\textcircled{2} \quad \lg x = 0 \quad x = 1$$

$$x^{\lg x} = y^{3\lg x - 2\lg y}$$

$$x^{\lg x} = y^{\lg \frac{x^3}{y^2}}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x} = y^{2\lg \frac{x}{y}}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{2\lg y - \lg x} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 \lg y = \left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2|y-3| \leq |y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

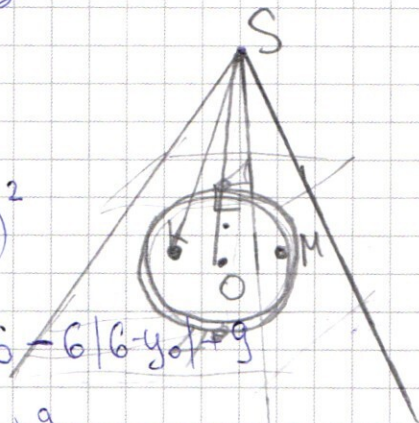
$$y \neq 3$$

$$(y_0-3)^2$$

$$(6-y_0-3)^2$$

$$y_0^2 - 12y_0 + 36 - 6|6-y_0| = 9$$

$$y_0^2 - 6|y_0| - 9$$



$$|y-3| \leq 3$$

$$|x| \leq 3$$

$$3-y$$

x - решение $\Rightarrow$

$-x$ - тоже решение

$$-10y_0 + 36 - 6|6-y_0|$$

$$v_0$$

$$-5y_0 + 18 - 3|6-y_0|$$

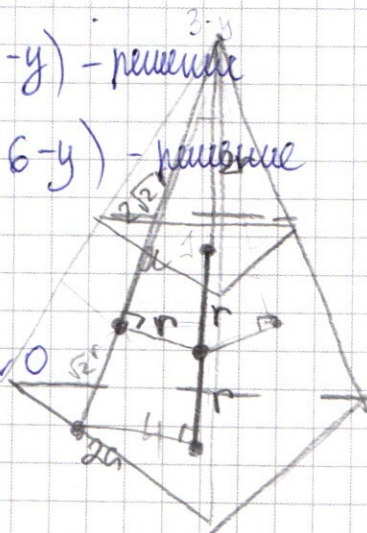
$$(x, 6-y) - \text{решение}$$

$$-12y_0 - 6|6-y_0| + 36$$

$$V - 6|y_0|$$

$$-2y_0 - |6-y_0| + |y_0| + 6$$

$$-2y_0 - 6 + y_0 - y_0 + 6$$



$$x=0$$

$$6-y \neq y$$

$$y \neq 3$$

$$y=3$$

$$x \neq 0$$

$$y-3 \leq 3-y$$

$$y \leq 3$$

$$y \geq 3$$

$$3-y \leq -y$$

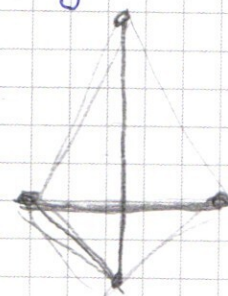
$$y-3$$

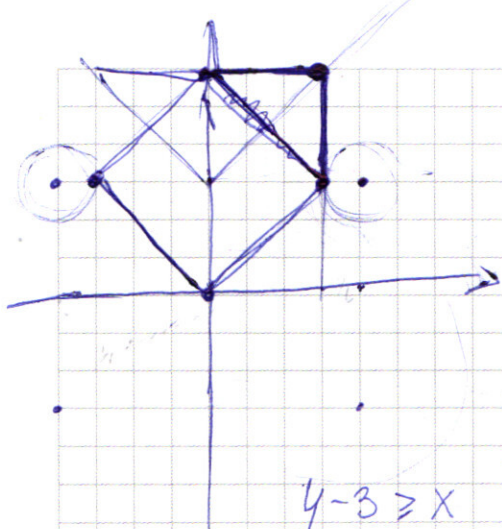
$$\arcsin \frac{1}{3}$$

$$3-y_1 = y-3$$

$$3-y = y+3$$

$$y_1 = 6-y$$





$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 70 \\ \hline 4410 \end{array} 2^x$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 4830 \\ - 42 \\ \hline 4788 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 2394 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 69 \\ \hline 4830 \end{array}$$

$$(70 - 2^x) + (70 - 2^x - x) + 2^{64}(x - 6)$$

$$y - 3 \geq x$$

$$y \geq 3 + x$$

$$y - 3 \geq x$$

$$y \geq x + 3$$

$$y - 3 \geq -x$$

$$y \geq 3 - x$$

$$y = 6$$

$$y - 3 - x + y - 3 + x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$a \geq b$$

$$y \leq 3 + x$$

$$a - b$$

$$x - y + 3 + y - 3 + x = 6$$

$$x = 3$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 2016 \\ - 64 \\ \hline 1952 \end{array}$$

$$70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$x = 7$$

$$x = 69$$

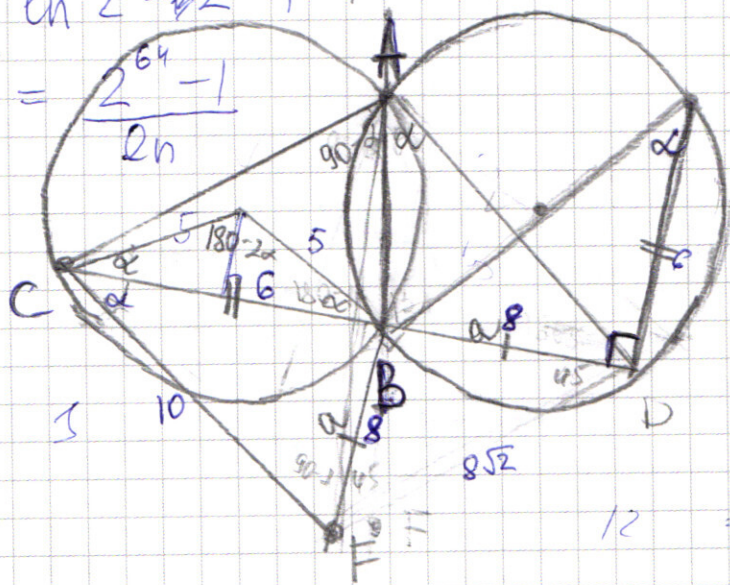
ACF

$$+ 2^{64} + 2^{x-1}$$

$$2^{64} - 1 - 2^x \ln 2 = 0$$

$$2^x \ln 2 = 2^{64} - 1$$

$$2^x = \frac{2^{64} - 1}{\ln 2}$$



$$70 - 6 \cdot 2^{64} - 2^{64}$$

$$x = 65$$

$$x = 70$$

$$70 \cdot 2^{64}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1/2

2/2

2/2

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ \hline 6 \\ 378 \end{array}$$

$$S = 1 + \dots + q_n$$

$$qS = q + \dots + q_{n+1}$$

$$(q-1)S = \frac{q_{n+1} - 1}{q - 1}$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 10 \\ 4410 \\ - 2394 \\ \hline 2016 \\ + 128 \\ \hline 2144 \end{array}$$

$$2^7$$

$$128$$

$$\begin{array}{r} 2394 \\ - 10614 \\ \hline 2330 \\ 378 \\ \hline 1952 \end{array}$$

$$2^6$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)