

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 7x - 2 \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$1. \sin 7x + \cos 7x = 0 \quad | : \cos 7x \quad (\text{Очевидно, что } \cos 7x \neq 0)$$

$$\tan 7x + 1 = 0$$

$$\tan 7x = -1$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \quad - \text{один из корней.}$$

$$2. \sin 7x + \cos 7x \neq 0 \Rightarrow \text{сокращаем!}$$

$$\sin 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\sin 4x = -\left(\cos 7x \cdot \sin \frac{\pi}{4} - \sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin 4x = \left(\sin 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin 4x = \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin 4x - \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\left[\sin\left(\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \right.$$

$$\left. \cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \right]$$

$$\begin{cases} -\frac{3x + \frac{n}{4}}{2} = \frac{n}{4} \cdot k^m \\ \frac{11x - \frac{n}{4}}{2} = \frac{n}{2} + \frac{n}{4} \cdot n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + \frac{n}{4} = 2\frac{n}{4} \cdot k^m \\ 11x - \frac{n}{4} = n + 2\frac{n}{4} \cdot n \end{cases} \quad \begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x = -\frac{n}{4} + 2\frac{n}{4} \cdot k^m \\ 11x = \frac{5n}{4} + 2\frac{n}{4} \cdot n \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{n}{12} + \frac{2nk^m}{3} \\ x = \frac{5n}{44} + \frac{2nn}{11} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{3n}{28} + \frac{nk}{7} \quad k \in \mathbb{Z}$

$\frac{n}{12} - \frac{2nm}{3} \quad m \in \mathbb{Z}$

$\frac{5n}{44} + \frac{2nn}{11} \quad n \in \mathbb{Z}$

Задача 3.

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

При этом по оуп. $\log$
 $x > 0; y > 0$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

Решаем отн.
 x

1. $x^2 - x(2y+4) + (-3y^2+12y) = 0$

$$D = 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y = 16y^2 - 32y + 16 = (4y - 4)^2$$

$$x_1 = \frac{2y+4+4y-4}{2} = \frac{6y}{2} = 3y$$

$$x_2 = \frac{2y+4-4y+4}{2} = \frac{16-2y}{2} = 4-y$$

2. ~~Подставляем $x_1 = 3y$ в исходное уравнение~~
 ~~$\left(\frac{y^5}{3y} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$~~
 ~~$\frac{y^4}{3} \lg 3y = y^4 \lg y$~~
 ~~$y^4 \lg 3y = y^4 \lg y$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. Упростим это уравнение

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{\lg x^2} \cdot y^{\lg y^2}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{\lg x^3 - \lg y^2} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg\left(\frac{x^3}{y^2}\right)} = x^{\lg x}$$

3. Подставим $x_1 = 3y$

$$y^{\lg\left(\frac{2 \cdot 4^3}{y^2}\right)} = (3y)^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 24y} = 3^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg\left(\frac{2 \cdot 4}{3y}\right)} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 9} = 3^{\lg 3y}$$

$$9^{\lg y} = 3^{\lg 3y}$$

$$3^{\lg y^2} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^2 = 3y$$

$$y \neq 0 \text{ по ош. } \lg$$

$$\boxed{y=3}$$

$$\boxed{x=9}$$

4. Предположим $x_2 = 4 - y$, а также $y = 4 - x$

$$\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right)^{\lg x} = (4-x)^{2 \lg(4-x)x}$$

$$(4-x)^{5 \lg x} = (4-x)^{2 \lg x} \cdot (4-x)^{2 \lg(4-x)} \cdot x^{\lg x}$$

$$(4-x)^{3 \lg x} = (4-x)^{\lg(4-x)^2} \cdot x^{\lg x}$$

$$x^{3 \lg(4-x)} = (4-x)^{\lg(4-x)^2} \cdot x^{\lg x}$$

$$x^{\lg\left(\frac{(4-x)^3}{x}\right)} = (4-x)^{\lg(4-x)^2}$$

$$\log_{(4-x)} x^{\log_{10}\left(\frac{(4-x)^3}{x}\right)} = \log_{10}(4-x)^2$$

$$\log_{10}\left(\frac{(4-x)^3}{x}\right) \cdot \log_{(4-x)} x = \log_{10}(4-x)^2$$

$$\log_{(4-x)} x = \frac{\log_{10}(4-x)^2}{\log_{10}\left(\frac{(4-x)^3}{x}\right)}$$

$$\log_x(4-x) = \frac{\log_{10}\left(\frac{(4-x)^3}{x}\right)}{\log_{10}(4-x)^2}$$

$$\log_{(4-x)^2}(4-x)^3 - \log_{(4-x)^2} x = \log_x(4-x)$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \log_{(4-x)} x = \frac{\log_{(4-x)} x}{x^2} \quad | \cdot 2 \log_{(4-x)} x$$

$$3 \log_{(4-x)} x - \log_{(4-x)}^2 x - 2 = 0$$

$$-t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$\Rightarrow$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \log_{(4-x)} x = 2 \\ \log_{(4-x)} x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4-x)^2 = x \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4-x)^2 = x \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4-x)^2 = x \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 8x + x^2 = x \\ 4 = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 8x + x^2 = x \\ 4 = 2x \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^2 - 9x + 16 = 0 \\ x = 2 \end{cases} \quad D = 81 - 64 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \quad ? \quad 4$$

$$9 \pm \sqrt{17} \dots 8$$

$$\pm \sqrt{17} \dots -1$$

$$\sqrt{17} > -1$$

$$-\sqrt{17} < -1$$

$$\frac{9 + \sqrt{17}}{2} > 4$$

$$\frac{9 - \sqrt{17}}{2} < 4 \rightarrow$$

Сравним с 0

$$9 - \sqrt{17} \dots 0$$

$$-\sqrt{17} \geq -9$$

$$\frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

Не корень
по
лог.

$$x = 2 \quad y = 2$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{8 - 9 + \sqrt{17}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $(0; 3)$

$(2; 2)$

$\left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)$

Задача 1

Если разделить 3375 на множители
получим $5^3 \cdot 3^3$

У нас есть 2 варианта составление
восьмизначных чисел, удовлетворяющих
условию.

① Из цифр $5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1$

② Или из $5, 5, 5, 9, 3, 1, 1, 1$

① Всего кон-то перестановок $8!$

Но у нас есть повторяющиеся
цифры! ~~Эти цифры можно~~

Тогда поделим ^{на} перестановки
повторяющихся цифр

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 8 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10}{8 \cdot 8 \cdot 2} = 560$$

② Ах-но для этого набора цифр

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 8} = 56 \cdot 20 = 1120$$

(Тут только пара 3-х раз повторяющихся
цифр; а в п ① пара 3-х раз
повторяющихся, и ещё дважды
повторяющиеся цифра)

$$\text{Ответ: } 1120 + 560 = \underline{\underline{1680}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

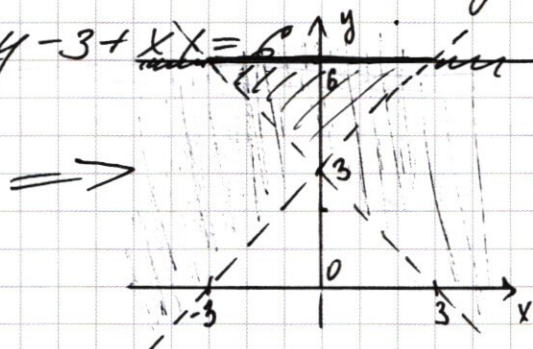
Задача 5.

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 \\ (x-4)^2+(y-3)^2=a \end{cases}$$

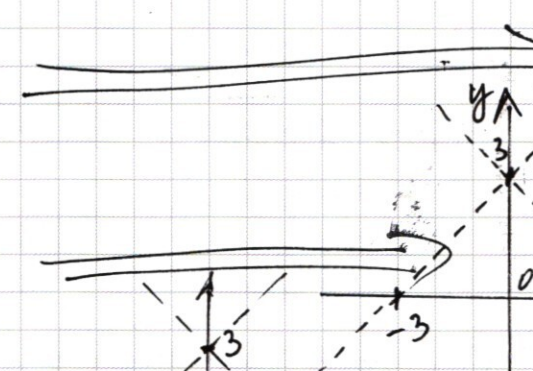
Для начала попробуем построить

$$|y-3-x|+|y-3+x|=6$$

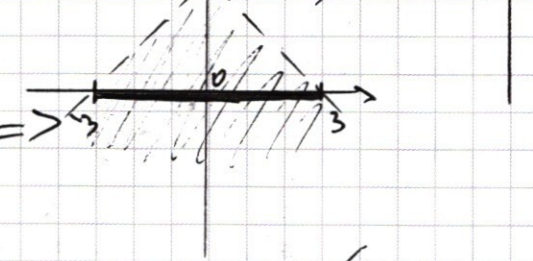
$$\begin{cases} y-3 > x \\ y-3 \geq -x \\ y=6 \\ y-3 > x \\ y-3 < -x \\ x=-3 \end{cases}$$



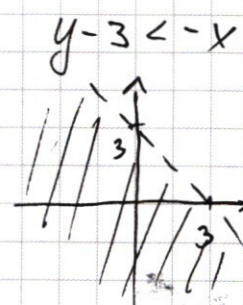
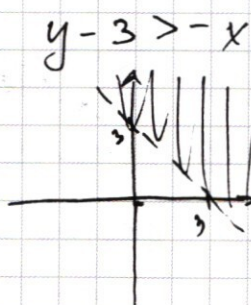
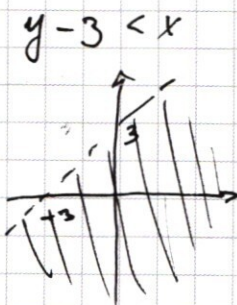
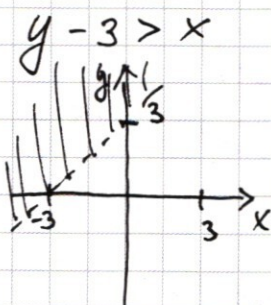
$$\begin{cases} y-3 < x \\ y-3 > -x \\ x=3 \end{cases}$$



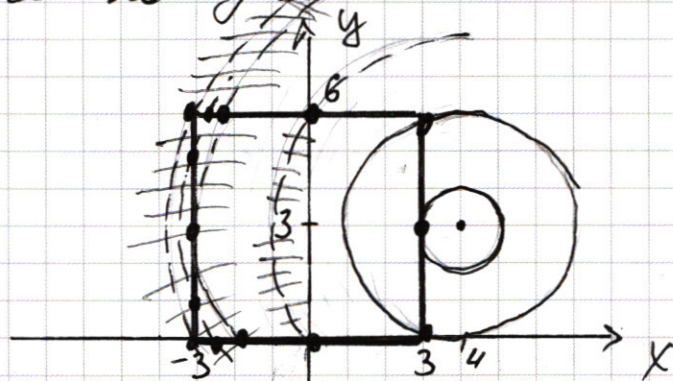
$$\begin{cases} y-3 < x \\ y-3 < -x \\ y=0 \end{cases}$$



Полное построение:



В итоге получим



$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$ — это окружность с центром в $(4; 3)$ и существует она только в той четверти (т.к. $|x|$ и $|y|$) и $a = R^2$

Рассмотрим различные значения

① При $R = 1$ лишь одно решение

Но при $R > 1$ и до какого-то значения решение 2! $\Rightarrow a \in (1; \dots$

~~② В $R = 7$ у системы 3 решения $\Rightarrow a \in (1, 7)$~~

~~③ Далее увеличивая R мы будем наблюдать 4 решения, а затем снова 2 в $(-3; 0)$ и $(-3; 6)$. Найдем R соответствующий этим точкам~~

~~$$(3 - 4)^2 + (0 - 3)^2 = R^2 \quad R = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$~~

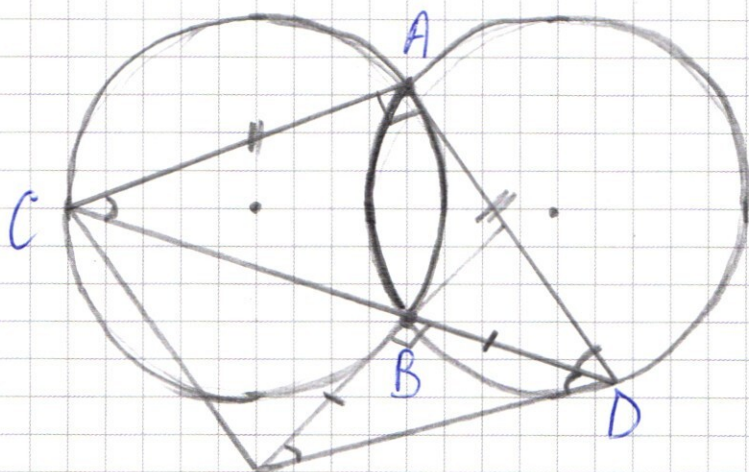
~~$$(3 - 4)^2 + (6 - 3)^2 = R^2 \quad R = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$~~

~~$$R \text{ совпал} \Rightarrow R = \sqrt{10} \quad a = (\sqrt{10})^2 = 10$$~~

~~Очевидно, что при $R > \sqrt{10}$ наша система не будет~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6



~~иметь решение~~

~~Ответ: $a \in \frac{1}{2}(1; 4) \cup \frac{1}{2}[10]$~~

~~§~~

Продолжение Задачи 5.

Наша окружность существует только в 1ой четверти

$\Rightarrow$ При увеличении R она будет иметь ^{последние} вообще 2 точки с теми координатами в $(0; 6)$ и $(0; 0)$

Подставим

$$(0-4)^2 + (6-3)^2 = R^2 \quad R = \sqrt{16+9} = 5$$

$$(4)^2 + (3)^2 = R^2 \quad R = \sqrt{16+9} = 5$$

Радиусы совпадают $\Rightarrow$ точки ^{действительно} лежат на нашей

окружности $R=5 \Rightarrow a=25$

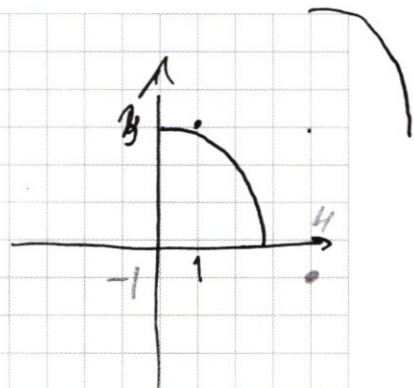
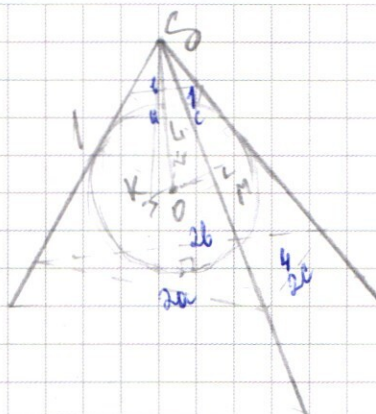
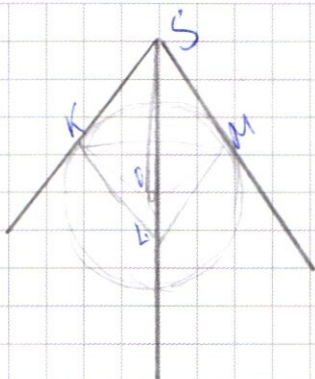
$$\Downarrow \\ a \in (1; 25]$$

Ответ: $a \in (1; 25]$

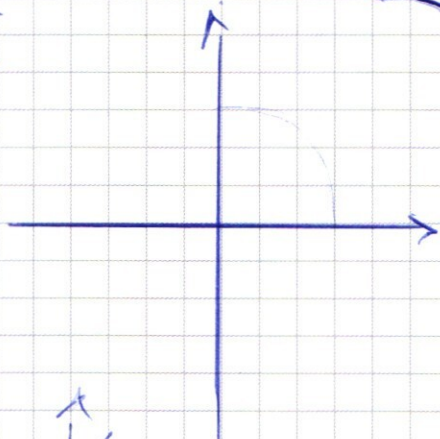
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(1x-4)^2 + (1y-3)^2 = 9$$

16



5.



$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$\begin{cases} y-3-x > 0 \\ y-3+x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-3 > x \\ y-3 > -x \end{cases}$$

$$y-3-x+y-3+x=6$$

$$2y=12 \quad y=6$$

$$\begin{cases} y-3 > x \\ y-3 < -x \end{cases} \quad \boxed{x < 0}$$

$$\begin{cases} y-3 < x \\ y-3 > -x \end{cases} \quad \boxed{x > 0}$$

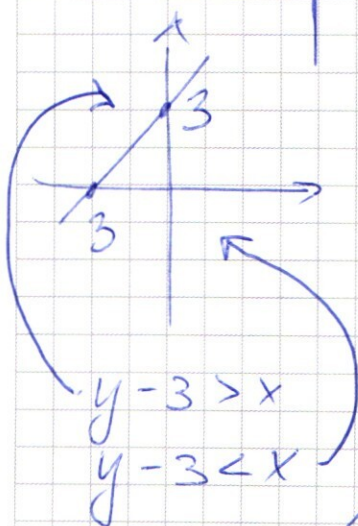
$$\begin{cases} y-3 < x \\ y-3 < -x \end{cases}$$

$$-y+3+x-y+3-x=6$$

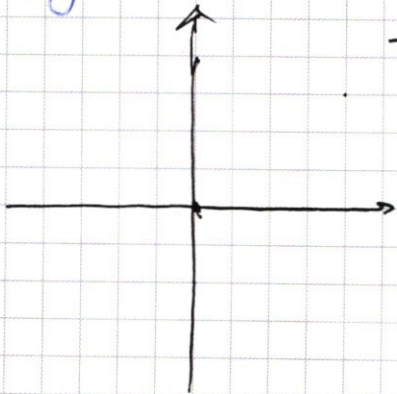
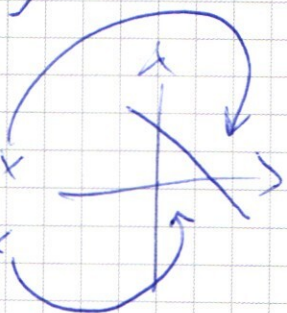
$$-2y+6=6$$

$$-2y=0$$

$$y=0$$



$$\begin{cases} y-3 > -x \\ y-3 < -x \end{cases}$$

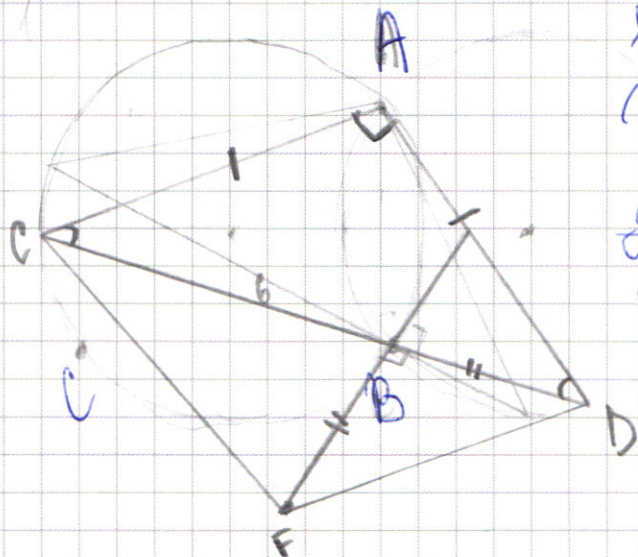


$$y = 4 - x$$

$$x = 4 - y$$

$$y^{\lg \left(\frac{x^3}{y^2} \right)} = x^{\lg x}$$

$$\frac{x^{3 \lg y}}{y^{2 \lg y}} = x^{\lg x}$$



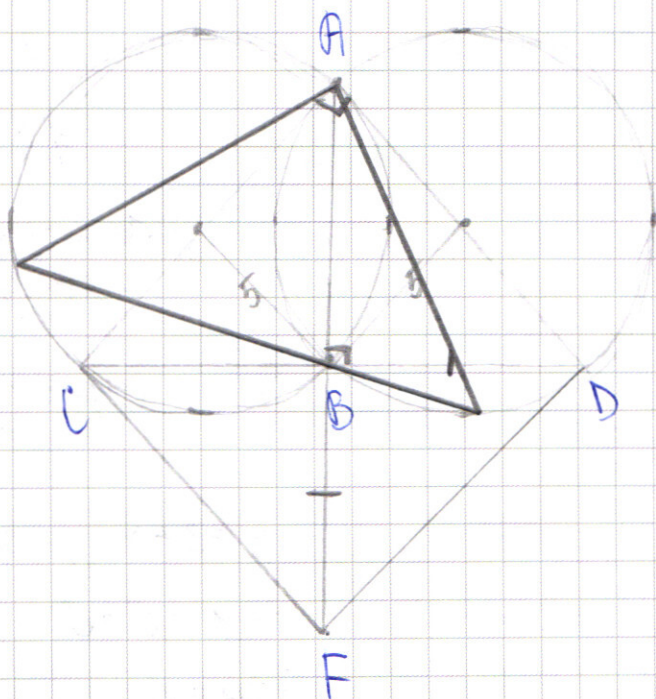
$$x^{3 \lg(4-y)} = (4-y)^{\lg(4x)^2} \cdot x^{\lg x}$$

$$(4-y)^{3 \lg y} = y^{\lg y^2} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\frac{y^{\lg(4-y)^3}}{y^{\lg y^2}} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\log_{(4-y)} y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} = \log_{10}(4-y)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} \overline{3375} \overline{15} \\ 30 \overline{1675} \\ - 37 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{675} \overline{25} \\ 50 \overline{127} \\ \hline 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \overline{225} \\ 15 \\ \hline 1125 \\ 225 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$5^3 \cdot 3^3$$

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 1133555 \\ \cancel{11335553} \\ \cancel{11355533} \\ \cancel{11555333} \\ 1555 \end{array}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x)$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$-2 \sin \left(\frac{14x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \sin(4x) = \cos 14x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2 \sin x \sin y$$

$$x+y=\alpha \quad \beta+y=\alpha \quad 2y=\alpha-\beta \quad y=\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$x-y=\beta \quad x=\beta+y \quad 2x=2\beta+\alpha-\beta$$

$$2x=\alpha+\beta$$

$$x=\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$-2 \sin\left(\frac{14x + \frac{\pi}{2}}{2}\right) \sin 4x = \cos 14x$$

$$-2 \sqrt{\frac{1 - \cos(14x + \frac{\pi}{2})}{2}} \cdot \sin 4x = \cos 14x$$

$$-2 \sqrt{\frac{1 - \sin 14x}{2}} \cdot \sin 4x = \cos 14x$$



$$\text{или } \cos 14x + 2 \sin\left(\frac{14x + \frac{\pi}{2}}{2}\right) \sin 4x = 0$$

$$1 - 2 \sin^2 7x + 2 \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \sin 4x = 0$$

$$1 - 2 \sin^2 7x + 2(\sin 7x \cdot \cos 4x - \cos 7x \cdot \sin 4x) = 0$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2 \sin y \cos x$$

$$x+y = \alpha \quad \beta + 2y = \alpha \quad y = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$x-y = \beta \quad x = \beta + y \quad 2x = 2\beta + \alpha - \beta \quad x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (-\sin 3x + \sin 11x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 7x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\frac{\sin 4x (\sin 7x - \cos 7x)}{(\cos^2 7x - \sin^2 7x) (\cos 7x + \sin 7x)}$$

$$\sin 4x = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 $\int \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - x(2y + 4) - (3y^2 - 12y) = 0$$

$$D = 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 48y =$$

$$= 16y^2 - 32y + 16 = (4y - 4)^2$$

$$x_1 = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} = \frac{6y}{2} = 3y$$

$$x_2 = \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} = \frac{8 - 2y}{2} = 4 - y$$

$$16y^2 - 32y + 16$$

18

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 (\lg x + \lg y)$$

$$x \lg x = a \quad a^a = x$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y \cdot x \lg x$$

$$y^3 \lg x = y^2 \lg y \cdot x \lg x$$

$$y \lg(x^3) - \lg(y^2) = x \lg x$$

$$y \lg\left(\frac{x^3}{y^2}\right) = x \lg x$$

$$\textcircled{1} y^{\lg\left(\frac{2xy^3}{y^2}\right)} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg(2xy)} = x^{\lg(3y)}$$

$$y^{\lg(2xy)} = (3y)^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 2xy} = 3^{\lg 3y} y^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg\left(\frac{2xy}{3y}\right)} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 2} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$3^{\lg 10} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$3^{\lg 10} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$3^{\lg 10} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$y^{\lg 9} = 9^{\lg y}$$

$$\lg y = \lg 9$$

$$\lg y = \lg 9$$

$$\lg y = \lg 9$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$x = 3y$$

$$x = 4 - y \quad y = 4 - x$$

$$y^{\lg(\frac{x^3}{y^2})} = x^{\lg x}$$

$$\textcircled{1} \quad 9^{\lg y} = 3^{\lg 8} 3^{\lg 3}$$

$$3^{\lg y} 3^{\lg y} = 3^{\lg 8} 3^{\lg 3}$$

$$y = 3 \quad x = 9$$

$$\textcircled{2} \quad (4-x)^{\lg(\frac{x^3}{16-8x+x^2})} = x^{\lg x}$$

$$\frac{(4-x)^{\lg x^3}}{(4-x)^{\lg(4-x)^2}} = x^{\lg x}$$

$$(4-x)^{2\lg(4-x)} = \frac{(4-x)^{3\lg x}}{x^{\lg x}}$$

$$(4-x)^{2\lg(4-x)} = \frac{x^{3\lg(4-x)}}{x^{\lg x}}$$

