

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 3 7 5 5
6 7 5 5
1 3 5 5
2 7 3
9 3
3 3
1

~1

т.к. $5 \cdot 579$, $5 \cdot 329$, то 6

чисел еще будет 3 цифры 5.

27 может быть как 3 цифры 3,

и как 1 цифра 9, 1 цифра 3.

1) Когда 3 цифры 3:

Количество способов расставить 5: C_8^3

Количество способов расставить 3 на оставшиеся места: C_5^3

Оставшиеся места будут заняты единичками (и они будут определяться однозначно)

2) Когда одна цифра 3 и одна цифра 9.

Количество способов расставить 5: C_8^3

Количество способов расставить 3 на оставшиеся места: 5

Количество способов поставить 9 на оставшиеся места: 4

Всего: $C_8^3 \cdot 4 \cdot 5$ (Оставшиеся места будут заняты 1 и они будут определяться однозначно)

$$\begin{aligned} \text{Всего: } C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot 4 \cdot 5 &= \frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8! \cdot 5 \cdot 4}{5! \cdot 3!} = \\ &= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 560 + 1120 = 1680 \end{aligned}$$

Омлет: 1680.

$\sqrt{2}$.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 11x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 11x \right) + \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x \right) = \sqrt{2} \cos 14x \quad | : \sqrt{2}$$

$$- \left(\sin 11x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos 11x \right) + \left(\sin 3x \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos 3x \right) = \cos 14x$$

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$2 \sin \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} - 11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} + 11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = \cos 14x$$

$$2 \sin(-4x) \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$2 \sin(-4x) \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 14x \right)$$

$$2 \sin(-4x) \cos \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right)$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \left(\sin(-4x) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = 0$$

$$\sin(-4x) = \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \quad (\text{они либо равны, либо противоположны})$$

$$\frac{\pi}{4} - 7x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$7x = -\frac{\pi}{2} - 2\pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{14} - \frac{2\pi}{7}n$$

$$\begin{cases} -4x = \frac{\pi}{4} - 7x + 2\pi n \\ -4x = \pi - \frac{\pi}{4} + 7x + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ -11x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n$$

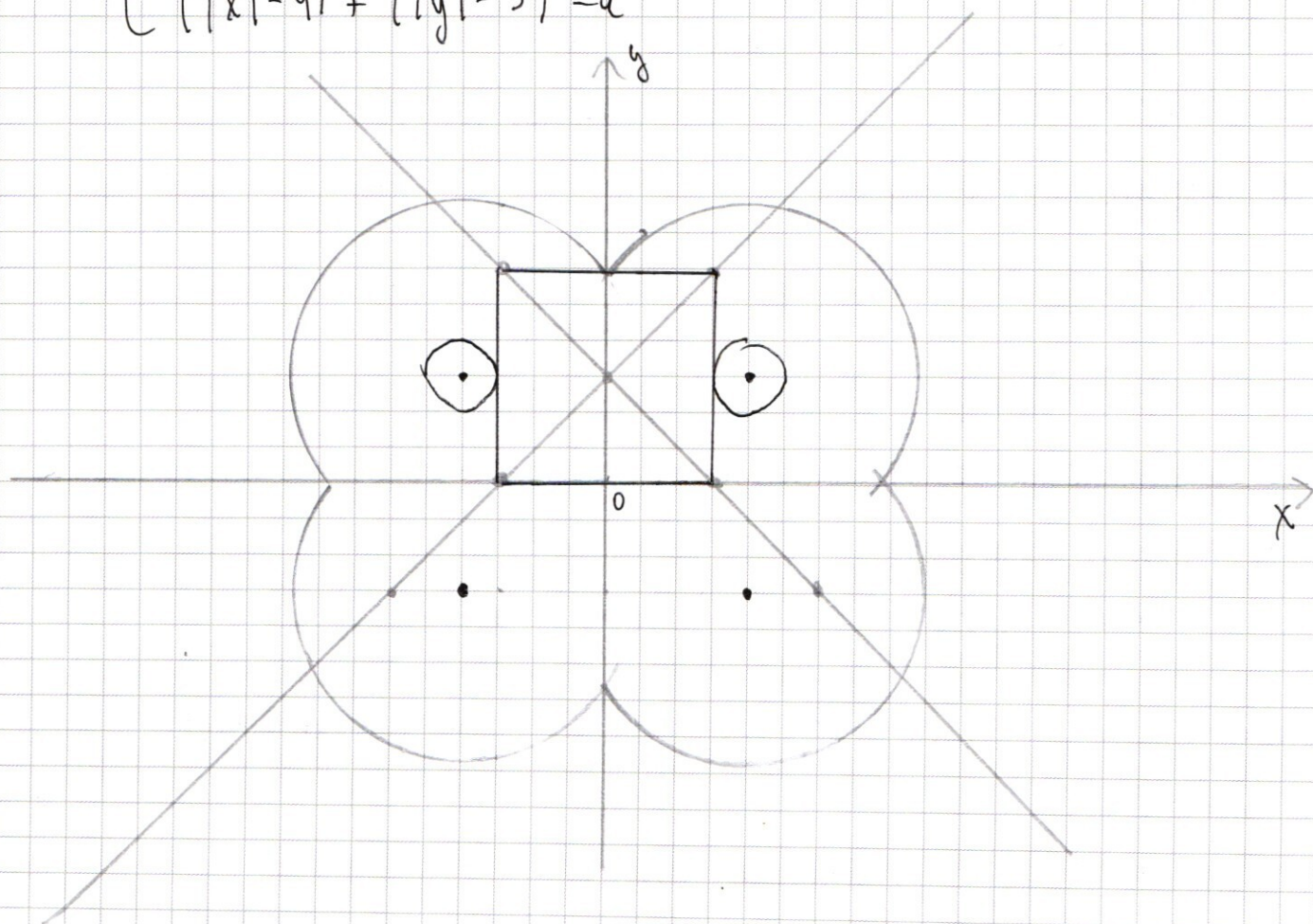
$$x = -\frac{3\pi}{44} - \frac{2\pi}{11}n$$

$$\text{Омлет: } -\frac{\pi}{14} - \frac{2\pi}{7}n; \quad \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n; \quad -\frac{3\pi}{44} - \frac{2\pi}{11}n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9 \end{cases}$$



$$y-3-x > 0$$

$$y > x+3$$

$$y-3+x > 0$$

$$y > 3-x$$

Построили прямые $y = x+3$; $y = 3-x$, раскрасили
модули на промежутках.

$$1) \quad y-3-x+y-3+x=6 \\ y=6$$

$$2) \quad y-3-x-y+3-x=6 \\ x=-3$$

$$3) -y + 3 + x + y - 3 + x = 6$$

$$x = 3$$

$$4) -y + 3 + x - y + 3 - x = 6$$

$$y = 0$$

Графиком 2 уравнения будут части окружностей с радиусом $\sqrt{a}$.

1 Координатная четверть: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$
 $(x \geq 0; y \geq 0)$ центр $(4; 3)$

2 Координ. четверть: $(-x-4)^2 + (y-3)^2 = a$
 $(x < 0; y \geq 0)$ $(x+4)^2 + (y-3)^2 = a$
 центр $(-4; 3)$

3 Коор. четверть: $(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$
 $(x < 0; y < 0)$ центр $(-4; -3)$

4 Коор. четверть: $(x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$
 $(x \geq 0; y < 0)$ центр $(+4; -3)$.

$a \geq 0$, т.к. слева во 2 урав. неотрицательное число.

При $a = 0$: решений нет.

При $a \in (0; 1)$: решений нет

При $a = 1$: 2 верхние окружности касаются квадрата, а нижние 2 не имеют решений, значит всего 2 решения.

При $a \in (1; 5)$ все верхние окружности имеют по 2 точки пересечения (каждых не совпадают), значит всего > 2 решений (по одной на оси Ox , по одной на $y = 6$).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При $a = 5$.

~~Верхние точки имеют по 2 корня~~
 ~~$(0, 0)$, $(0, 6)$, которые у них совпадают~~

~~Какие 2 точки не имеют корней.~~

Верхняя правая точка имеет 2 корня
 $(0, 0)$, $(0, 6)$

Верхняя левая не имеет корней, т.к.
точки на оси Ox не принадлежат ее
графику.

Во всем решении использовалось, что 2
нижние точки не могут иметь корней,
т.к. квадрат принимает в точках,
у которых $y \geq 0$, а графиком нижних
точек принадлежат только точки с $y < 0$.

При $a \geq 5$ никакие точки не будут иметь
решений.

Ответ: $a = 1, 5$.

н.з.

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x > 0, xy > 0 \Rightarrow y > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

Рассмотрим 2 уравнения как квадратное относительно x .

$$x^2 - 2(y+2)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D_1 = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2$$

$$x = 2y - 2 + y + 2 = 3y$$

$$x = -2y + 2 + y + 2 = 4 - y$$

1) $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2 \quad | \cdot x^{\lg 3y}$$

$$y^4 \lg 3y = y^2 (\lg 3y + 2 \lg y) \cdot 3 \lg 3y$$

$$y^4 \lg 3y = y^2 \lg 3y \cdot y^{2 \lg y} \cdot 3 \lg 3y \quad | : y^{2 \lg 3y} \text{ , м.к. } y^k \neq 0.$$

$$y^2 \lg 3y = y^{2 \lg y} \cdot 3 \lg 3y \quad | : y^{2 \lg y}$$

$$y^2 (\lg 3y - \lg y) = 3 \lg 3y$$

$$y^2 (\lg 3 + \lg y - \lg y) = 3 \lg 3y$$

$$y^{2 \lg 3} = 3 \lg 3y$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3} \cdot y^{\lg 3} \quad | : y^{\lg 3}$$

$$y^{\lg 3} = 3^{\lg 3}$$

$$y = 3, \quad x = 3y = 9$$

м.к. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$, то

$K^{\lg 3} = K^{\lg 3} \quad \downarrow, \text{ при } K > 0 \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при 2) $x = 4 - y$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^2 \lg(4y - y^2)$$

$$\frac{y^5 \lg(4-y)}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^2 \lg(4-y) \cdot y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg(4-y) = y^2 \lg 4 \cdot (4-y)^{\lg(4-y)} \quad | : y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg(4-y) - 2 \lg y = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

при $y < 1$, $(4-y)^3 > 1$, $y^2 < 1 \Rightarrow \frac{(4-y)^3}{y^2} > 1 \Rightarrow \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} > 0$

$y < 1 \Rightarrow y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} < 1$, $(4-y) > 1 \Rightarrow \lg(4-y) > 0 \Rightarrow$

$(4-y)^{\lg(4-y)} > 1$, значит при $y < 1$ - нет

реш.

$y > 3$: $(4-y)^3 < 1$, $y^2 > 1 \Rightarrow \frac{(4-y)^3}{y^2} < 1 \Rightarrow \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} < 0 \Rightarrow$

$y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} < 1$, $(4-y) < 1 \Rightarrow \lg(4-y) < 0 \Rightarrow (4-y)^{\lg(4-y)} > 1$,

значит при $y > 3$ нет реш.

$$y \in (1; 2) : 4 - y \geq 2 \Rightarrow \frac{(4-y)^3}{y^2} \geq 1 \Rightarrow \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} \geq 0 \Rightarrow$$

$$y \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} \geq 1$$

при $y \in (1; 3)$ ~~функция~~ ~~или~~ ~~разности~~
 функция или разности будет монотонна,
 значит будет только 1 решение.
 $y = 2$ подходит.

$$x = 4 - 2 = 2$$

Ответ: $x = 3, y = 3$
 $x = 2, y = 2.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\angle ADF = 90^\circ$$

$$\angle CAD = 90^\circ, \angle ADF = 90^\circ \Rightarrow CA \parallel DF$$

$$2 \sin(-4x) \cos\left(7x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos 14x$$

$$2 \sin(-4x) \sin 7x = \cos 14x$$

$$\cancel{2 \sin(-4x) \sin 7x} = 1 - 2 \sin^2 7x$$

$$\cancel{2 \sin^2 7x} + 2 \sin(-4x) \sin 7x - 1 = 0$$

$$\cancel{4 \sin^2 7x} + \cancel{8 \sin(-4x) \sin 7x} = 4(\cos 8x + 1)$$

$$2 \sin(-4x) \sin 7x = \sin \frac{\pi}{2} - 14x$$

$$2 \sin(-4x) \sin 7x = \cancel{\sin} \cos 14x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$$

$$\sin(-4x) \sin 7x = \frac{\cos 24 - \sin 14x}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 14x - \cos 3x - \sin 14x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 14x - \sin 14x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$x+y=4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 1$$

$$\sin^2 2 + \cos^2 2 = 1$$

$$\frac{x}{y} = \sin^2 2$$

$$x = 4 \sin^2 2$$

$$y = 4 \cos^2 2$$

$$\left(\frac{4 \cos^2 2}{4 \sin^2 2} \right)^{\lg 4 \sin^2 2} = 4 \cos^2 2 \cdot 2 \lg 4 \cos^2 2$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y} \right)^{\lg 4-y} = y^2 \lg(4y-y^2)$$

$$\frac{y^5 \lg 4-y}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^2 \lg 4-y \cdot y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg 4-y = y^2 \lg y \cdot (4-y)^{\lg(4-y)} \quad | : y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg(4-y) - 2 \lg y = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y \in (1; 3)$$

$$(4-y) \in (1; 3)$$

$$y^2 \in (1; 9)$$

$$3 \lg(4-y) - 2 \lg y = \lg \frac{(4-y)^3}{y^2}$$

$$y^3 \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

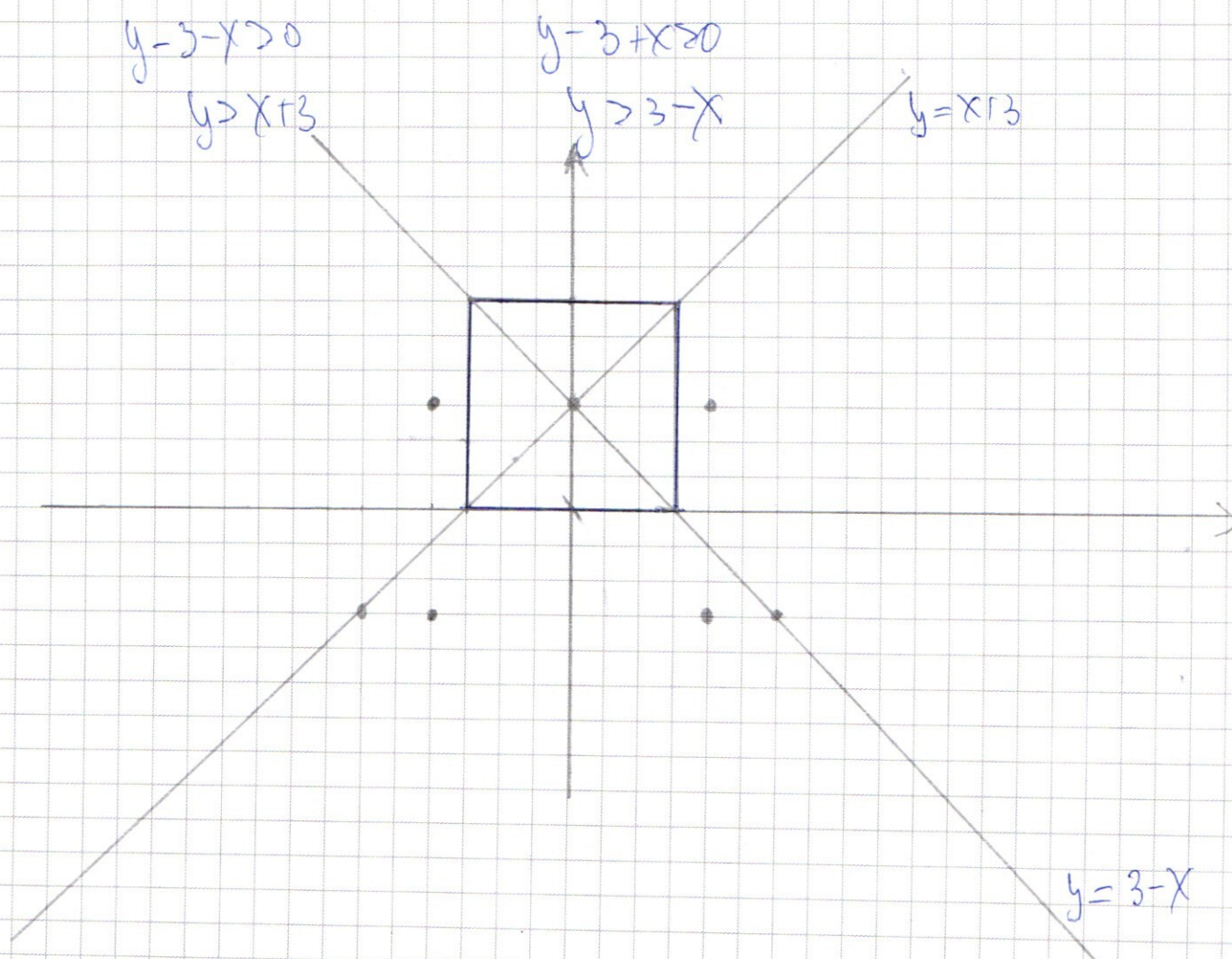
↓

$$\frac{64 - 48y + 12y^2 - y^3}{y^2} = \frac{64}{y^2} - \frac{48}{y} + 12 - y$$

$$4-y <$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 1) \quad & y-3-x + y-3+x = 6 \\ & 2y = 12 \\ & y = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & -y+3+x + y-3+x = 6 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & y-3-x - y+3-x = 6 \\ & x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & -y+3+x - y+3-x = 6 \\ & y = 0 \end{aligned}$$

Коор. цент.: 1: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$

2: $(x+4)^2 + (y-1)^2 = a$

При очень маленьком a решений нет.
Потом в какой-то момент две вершины окружностей касаются x -оси, этот случай подводит $a=1$.

Потом 2 вершины окружностей касаются по 2 решения

Из соображений симметрии эти 2 решения могут совпасть на оси OY .
то есть при $a=5$.

~~но при этом внутренние 2 точки могут~~
~~быть чисто вне по окружностям.~~
решения для внутренних 2 точек будут совпадать
 $a=5$.

(Внутренние 2 точки могут иметь максимум по 1 решению).

до $a=5$ 2 вершины точки имеют по 2 решения, при $a > 5$ внутренние точки не имеют решений.

при $a > 5$ внутренние окруж. не имеют рещ.

Ответ: 1, 5.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\begin{matrix} xy > 0 \\ x > 0 \end{matrix} \Rightarrow y > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$3y^2 - 12y + 2xy + 4x - x^2 = 0$$

$$x^2 - (2y+4)x - 3y^2 + 12y = 0 \quad 9y^2 + 6y^2 + 12y - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = 4y^2 + 16y + 16 - 3y^2 =$$

$$x^2 - 2(y+2)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = -2y^2 - 8y + 4$$

$$= 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2$$

$$x = \frac{2y-2}{2} = 2y-2-y-2 = y-4 \quad 2y-2+y+2 = 3y$$

$$-2y+2+y+2 = -y+4$$

$$x = -2y+2-y-2 = -3y \quad (\text{такого быть не может, т.к. } x \text{ и } y \text{ одного знака})$$

$$1) \quad x = 3y \quad \left(\frac{y}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{4 \lg 3y} = y^{2 \lg 3y + 2 \lg y} \quad \cdot 3^{\lg 3y} \quad \cdot y^{2 \lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3y} = y^{\lg 3y} \cdot 3^{\lg 3y} \quad \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{2(\lg 3y - \lg y)} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2\lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 9} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{\lg 9} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$y^{2\lg 3} = 3^{\lg 3} \cdot y^{\lg 3} \quad | : y^{\lg 3}$$

$$\left(\frac{y^{\lg 3}}{y^{\lg 3}}\right) = \frac{3^{\lg 3}}{y^{\lg 3}}$$

$$y^{\lg 3} = 3^{\lg 3}$$

$$y = 3$$

$$x = 9$$

$$y \leq 4$$

$$x = 4 - y$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^{2\lg 4y - y^2}$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^{2\lg 4-y} \cdot y^{2\lg y}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y}$$

$$\frac{y^{3\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg y} \quad x^{\lg x} = y^{3\lg x - 2\lg y}$$

$$x^{3\lg y - \lg x} = y^{2\lg y}$$

$$a^{\log_a C} = C^{\log_a a}$$

$$\log_a C = \log_a a \cdot \log_a C$$

$$\frac{\log_a C}{\log_a a} = \log_a a$$

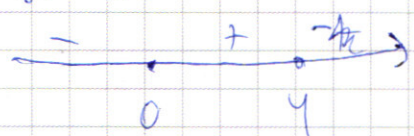
$$\frac{\log_a C}{\log_a a} = \log_a C$$

$$y^{\lg 3} \neq 0$$

$$K^{\lg 3} \downarrow, \text{ при } K > 0$$

$$4y - y^2 \geq 0$$

$$y(4-y) \geq 0$$



$$(4-y)^{3\lg y} - \frac{y^5}{y} \lg 4-y = y^{2\lg y}$$

$$(4-y)^{\lg 4-y} = y^{3\lg 4-y - 2\lg y}$$

$$x^{\lg x} = y^{3\lg x - 2\lg y}$$

$$\frac{3\lg 2 - \lg 2}{2} = \frac{2\lg 2}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3 \ 3 \ 7 \ 5 \ 5 \\ 6 \ 7 \ 5 \ 5 \\ 1 \ 3 \ 5 \ 5 \\ 2 \ 7 \ 3 \\ 9 \ 3 \\ 3 \ 3 \\ 1 \end{array}$$

№ 1.

$$3 \ 5 \ 5 \ 5$$

и также либо

либо 9, 3

$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \\ 1 \ 2 \ 5 \\ \times 2 \ 7 \\ \hline 8 \ 7 \ 5 \\ 2 \ 5 \ 0 \\ \hline 3 \ 3 \ 7 \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

1) $(3, 3, 3)$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 560$$

2) $C_8^3 \cdot 5 \cdot 4 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 1120$

Всего: $560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680.

$$\begin{aligned} \cos x - \sin y &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin y = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - y\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x - y\right) \end{aligned}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \left(\cos\left(11x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) \right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos\left(11x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 4x$$

$$-\sqrt{2} \left(\sin\left(11x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-\sin\left(11x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos 4x$$

$$2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{2} - 11x + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(3x - \frac{\pi}{2} + 11x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos 4x$$

$$2 \sin(-8x) \cos(4x - \frac{\pi}{2}) = \cos 4x$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$2 \sin 8x \cos 14x = \cos 14x$$

$$\cos 14x (2 \sin 8x - 1) = 0$$

$$\cos 14x = 0$$

$$14x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14}$$

$$2 \sin 8x = \frac{1}{2}$$

$$8x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}$$

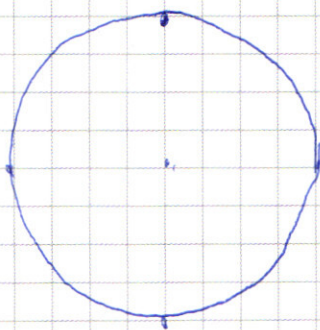
$$8x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{28}$$

$$x = \frac{\pi}{48} + \frac{7\pi n}{28}$$

$$x = \frac{5\pi}{48} + \frac{7\pi n}{28}$$



$$\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14} = \frac{\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}$$

$$\pi + 2\pi n = \frac{28}{48} + 7\pi n$$

$$1 + 2n = \frac{7}{12} + 7n$$

$$5n = \frac{5}{12}$$

$$n = \frac{1}{12}$$

$$\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{28} = \frac{5\pi}{48} + \frac{7\pi n}{28}$$

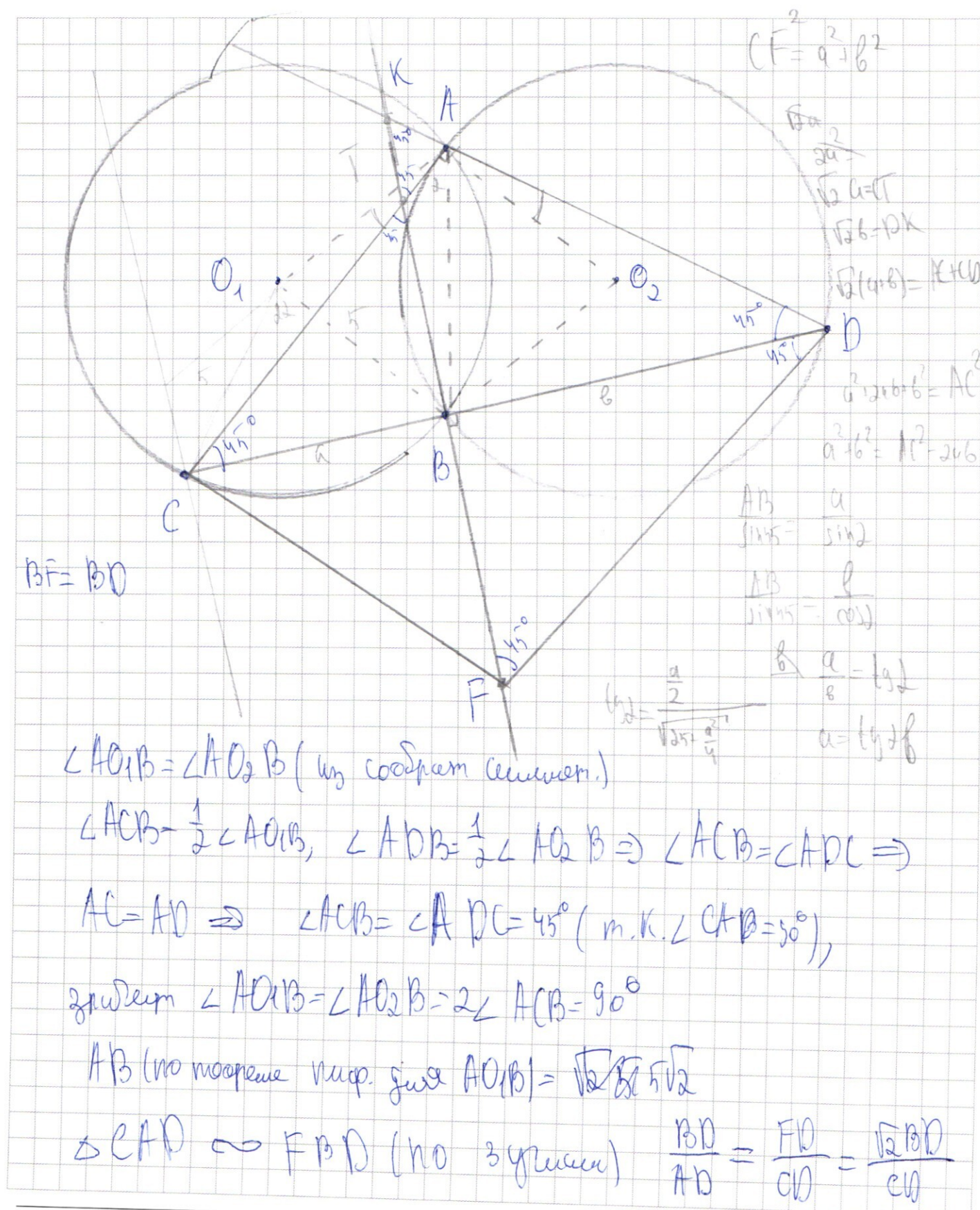
$$1 + 2\pi n = \frac{35\pi}{12} + 7\pi n$$

$$1 - \frac{35}{12} = 5n$$

$$\frac{-23}{60} = n$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14}$; $x = \frac{\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}$; $x = \frac{5\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \quad |x-1| \end{cases}$$

$$-y \geq \cancel{70 + (2^{64} - 1)x} \\ -70 + (1 - 2^{64})x$$

$$0 > 2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 + x - 2^{64}x$$

$$2^{64}x - 2^x - x > 3 \cdot 2^{65} - 70$$

при $x < 0$ это верно, но при $x < 0$ т.к. $y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \Rightarrow y > 0$
 $y \leq 70 + 2^{64} \cdot x - x \Rightarrow y < 0$, значит $x > 0$

$$\cancel{2^{64} \cdot 70 - 2^{71} - 70}$$

$$2^{64} \cdot 71 - 2^{71} - 71 > 3 \cdot 2^{65} - 70$$

при 71 левая часть < 0 , а правая > 0

$$70 + (2^{64} - 1)x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$