

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

### 11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K$ ,  $L$ ,  $M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Разложим число 64824 на множители.

$64824 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  В разложении числа 4 множи-  
телей.

1 случай: Восемизначное число содержит в своей  
составе четыре 4, три 3 и одну 1, тогда  
есть 8 способов размещения единиц.

$C_4^4 = \frac{4!}{4! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$  вар. - размещим  
четыре единицы на 4 позиции. На оставшиеся три  
позиции помещаем три тройки - 1 способ  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  Всего способов -  $8 \cdot 35 = 280$

2 случай: Восемизначное число содержит в своей  
составе четыре 4 одну 9 одну 3 и две 1, тогда  
8 вариантов размещения одной 9

4 вариантов, размещение одной 3

$C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} = 15$  вар. размещения

4 единицы на оставшиеся 6 позиций и две 1 можно  
разместить единств. способом

Всего -  $15 \cdot 8 \cdot 4 = 840$  вар. Ответ: 1120 вар.

Всего -  $840 + 280 = 1120$  вар.

№2  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \cos 2x + \sin 2x &= 0 \quad | : \cos 2x \\ \tan 2x &= -1 \quad 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$2) \quad 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} (\sin 2x - \cos 2x)$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right)$$



$$2 \cos 5x = -2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) \quad 2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{5x+2x+\frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{5x-2x-\frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \cos 5x = -2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \quad \begin{cases} \cos \left( \frac{4x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \cos \left( \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{cases}$$

$$2 \left( \cos 5x + \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\frac{4x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 4x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad x = \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ответы } x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

№3 1) Рассмотрим второе уравнение

$$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x - 0 \quad y^2 + y(2x+4) + 12x - 3x^2 = 0$$

Решим его как квадрат отн. y.

$$y_{1,2} = \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{4(x+2)^2 - 4(12x-3x^2)}}{2} = \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{4(x-4)^2}}{2}$$

$$= \frac{-2(x+2) \pm (4x-4)}{2}$$

$$\begin{cases} y = x-4 \Rightarrow (y-x+4)(y+3x) = 0 \\ y = -3x \end{cases}$$

2) Проверим первое уравнение отн. x как квадрат

$$\log_x \left( \frac{x+1}{-y} \right) = \ln x^2 \ln(xy^2) \quad \text{ОДЗ } \begin{cases} y \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\ln(-y) \cdot \ln\left(-\frac{x+1}{y}\right) = 2 \ln(xy^2) \cdot \ln x$$

$$\ln(-y) \cdot (4 \ln x - \ln(-y)) = 2 \ln x (\ln x + 2 \ln(-y))$$

$$\ln x = t \quad \ln(-y) = s \quad 4st - s^2 = 2t^2 + 4st$$

$$s(4t-s) = 2t(t+2s) \quad 2t^2 - 3st + s^2 = 0$$

$$\text{реш. } t: \quad t_{1,2} = \frac{3s \pm \sqrt{9s^2 - 4s^2}}{4} = \frac{3s \pm s}{4}$$

$$1) t=s \Rightarrow \ln(-y) = \ln x \Rightarrow x = -y$$

$$(2y+4)(y-3y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \text{ - не годится. ОДЗ} \\ y=-2 \Rightarrow x=2 \Rightarrow (2; -2) \end{cases}$$

$$2) \ln x = \frac{1}{2} \ln(-y)$$

$$\frac{\ln(-y)}{\ln x} = 2$$

$$\Rightarrow \log_x(-y) = 2 \Rightarrow x^2 = -y$$

$$x = -y = 1 \text{ - не годится}$$

$$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \Rightarrow$$

$$(4-x-x^2)(3x-x^2) = 0$$

$$\begin{cases} x^2+x-4=0 \\ x(x-3)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x = -\frac{1+\sqrt{17}}{2} \text{ - не годится. ОДЗ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -x^2 = \frac{\sqrt{17}-1}{2}, \frac{\sqrt{17}-9}{2}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9)  $x(x-3)=0$   $\begin{cases} x=0 - \text{все } y \text{ удовл. ОДЗ} \\ x=3 \Rightarrow y=-9 \end{cases}$   $(3; -9)$   
 ответ:  $(2; -2)$ ;  $(\sqrt{2}; \sqrt{2}-3)$ ;  $(3; -9)$

15 1)  $y \geq -x-8$   $\Rightarrow x+y+8+x-y+8=16$   
 $y \geq x+8$   $2x=0 \Rightarrow x=0$   $\begin{cases} y \geq 8 \\ y \geq -8 \end{cases}$

2)  $y \geq -x-8$  тогда  $x+y+8-x+y-8=16$   
 $y < x+8$   $2y=16 \Rightarrow y=8$   
 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -16 \end{cases}$

3)  $y < -x-8$   
 $y \geq x+8$   
 $-x-y-8+x-y+8=16$   
 $-2y=16$   
 $y=-8$

1)  $y \geq -x-8$   $\Rightarrow$   
 $y \geq x+8$   
 $-x-y-8-x+y-8=16$   
 $-2x-16=16$   
 $-2x=32$   
 $x=-16$

2)  $y \geq -x-8$   
 $y < x+8$   
 $-x-y-8+x-y+8=16$   
 $-2y=16$   
 $y=-8$   $\begin{cases} x \geq 0 \\ x > -16 \end{cases}$

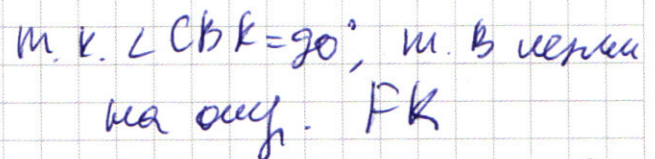
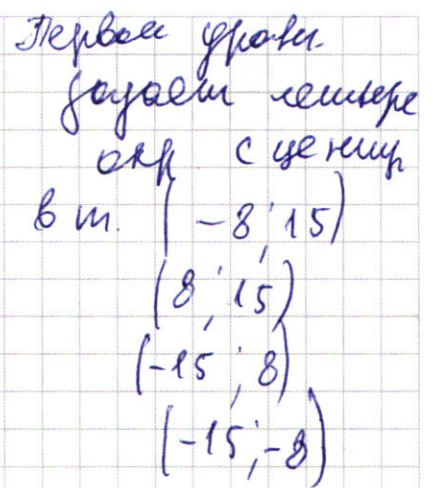
$\begin{cases} y \geq -24 \\ y \geq -8 \end{cases}$

3)  $y < -x-8$   
 $y \geq x+8$   
 $x+y+8-x+y-8=16$   
 $2y=16$   
 $y=8$

4)  $y < -x-8$   
 $y < x+8$   
 $x+y+8+x-y+8=16$   
 $2x=16$   
 $x=8$   
 $\begin{cases} y < -16 \\ y < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y=8 \\ x < -16 \\ x \leq 0 \end{cases}$





$$\angle BFD = \angle FDA = 45^\circ$$

м.к.  $\angle KAC = 90^\circ \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  СК - медиан.

$$\angle C B K = 90^\circ \quad S = A C C F = 30 \cdot \frac{136}{14} = 390 \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow BK = BF$$

$$\Rightarrow \Delta KCF - \text{right} \Rightarrow KC = CF -$$
  

$$\sin \angle FCE = \frac{30}{34} = \frac{15}{17} \therefore D = 34$$

$$\sin(45^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$5) \quad BK = AC = \sqrt{\frac{819}{34} - \frac{256}{16}} = 30$$

Answer: a) 34

☐ черновик      ☒ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4

(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y < 93 + 3(3^{2x} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^x - 3x$$

$$3^x = 93 + 4 \cdot 3^{28} + (3x | 3^{2x} - 1)$$

$$3x | 3^{2x} - 1 = 4 \cdot 3^{28} - 93$$

$$x = \frac{4 \cdot 3^{28} - 93}{3(3^{2x} - 1)}$$

$$x = \frac{3(4 \cdot 3^{28} - 93)}{3(3^{2x} - 1)}$$

$$x = \frac{4 \cdot 3^{28} - 93}{(3)^2 - 1}$$

$$81 + 4 \cdot 3^{28} = 4 \cdot 3^{28} - 12 + 93$$

$$4 \cdot 3^{28} + 81 = 4 \cdot 3^{28} + 81$$

$$x = 2$$

$$81 + 4 \cdot 3^{28} = 4 \cdot 3^{28} + 81$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} \cdot x + 93 - 3x$$

Точка касания бесконечно малая

$$5 \cdot 3^{28} = 28 \cdot 3^{28} + 93 - 3 \cdot 28$$

$$3^4 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^4 + 4(3^4)^4 = 3^4 + 93 - 41$$

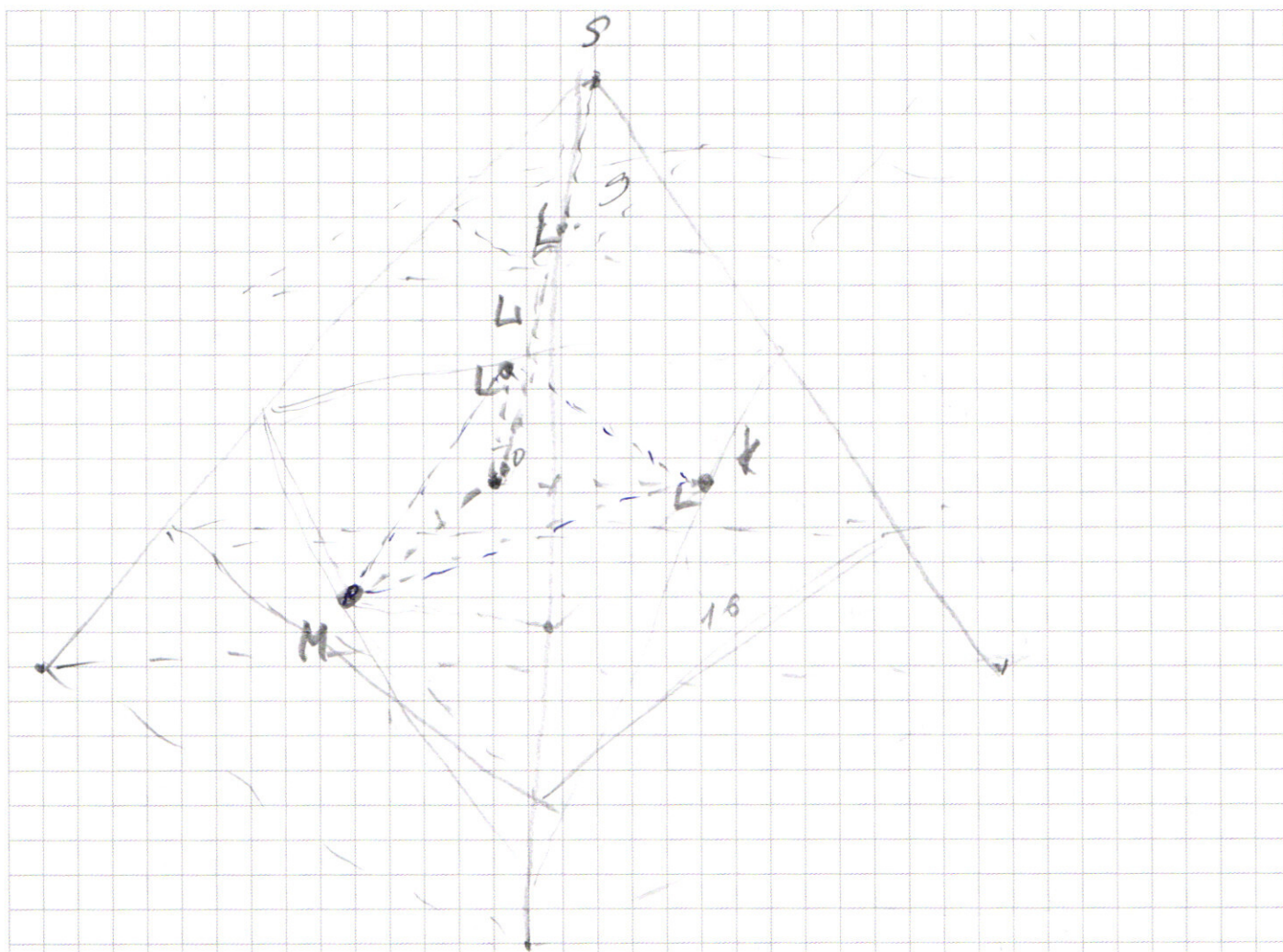
$$3^x + 3x - 93 = 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 3x - 93 = 4 \cdot 3^{28} = 93 - 3x - 3^x$$

$$3^{31} + 4 \cdot 3^{28} = 31 \cdot 3^{28} + 4 \cdot 3^{28}$$

черновик ☒ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)





$$4 < x < 31$$

у

$$\int_4^{31} (93 + 3x(3^{28} - 1) - 3^x - 4 \cdot 3^{26}) dx$$

$$\int_4^{31} (93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{26}) dx = 93x + \frac{3^{28}x^2}{2} - \frac{3x^2}{2} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{4 \cdot 3^{26}x}{2}$$

$$= \left( 93 \cdot 31 + \frac{3^{28} \cdot 31^2}{2} - \frac{3 \cdot 31^2}{2} - \frac{3^{31}}{\ln 3} - \frac{4 \cdot 3^{26} \cdot 31}{2} \right) -$$

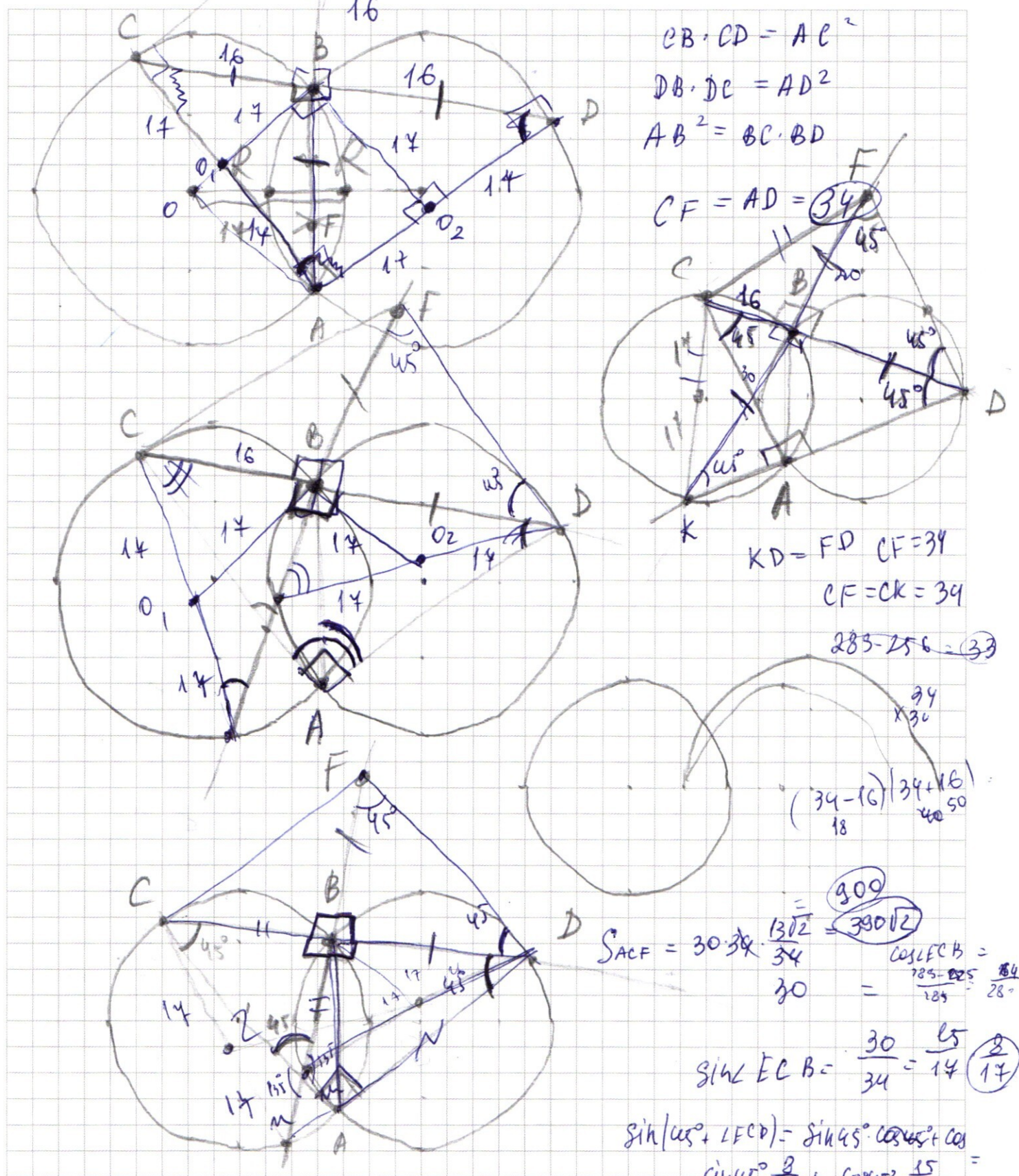
$$\int_4^{31} (31 - 93 - \frac{3^{28} \cdot 4^2}{2} + \frac{3 \cdot 4^2}{2} + \frac{3^4}{\ln 3} + 4 \cdot 3^{26} \cdot 4) =$$

$$= 93 \cdot 24 + \frac{3^{28}}{2} (31^2 - 4^2) + \frac{3}{2} (31^2 - 4^2) - \frac{1}{\ln 3} (3^{31} - 3^4) + 3^{26} (24 - 16)$$

$$= 93 \cdot 24 + (31^2 - 4^2) \left( \frac{3^{28}}{2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{\ln 3} (3^{31} - 3^4) + 3^{26} \cdot 8$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☒ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6

(Нумеровать только чистовики)



$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y < x+8 \end{cases} \quad \begin{aligned} x+y+8 - x+y-8 &= 16 \\ 2y &= 16 \end{aligned} \quad \boxed{y=8}$$

$$\begin{cases} y < -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x-y-8 + x-y+8 &= 16 \\ -2y &= 16 \end{aligned} \quad \boxed{y=-8}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} x+y \geq -8 \\ x-y \geq -8 \end{cases} \quad \begin{aligned} 1) \quad & y = -x-8 \\ 2) \quad & y = x+8 \end{aligned} \\ 2) \quad & \end{aligned}$$

$$1) \quad y \geq -x-8$$

$$y \geq x+8$$

$$x+y+8 + x-y+8 = 10$$

$$2x = 0$$

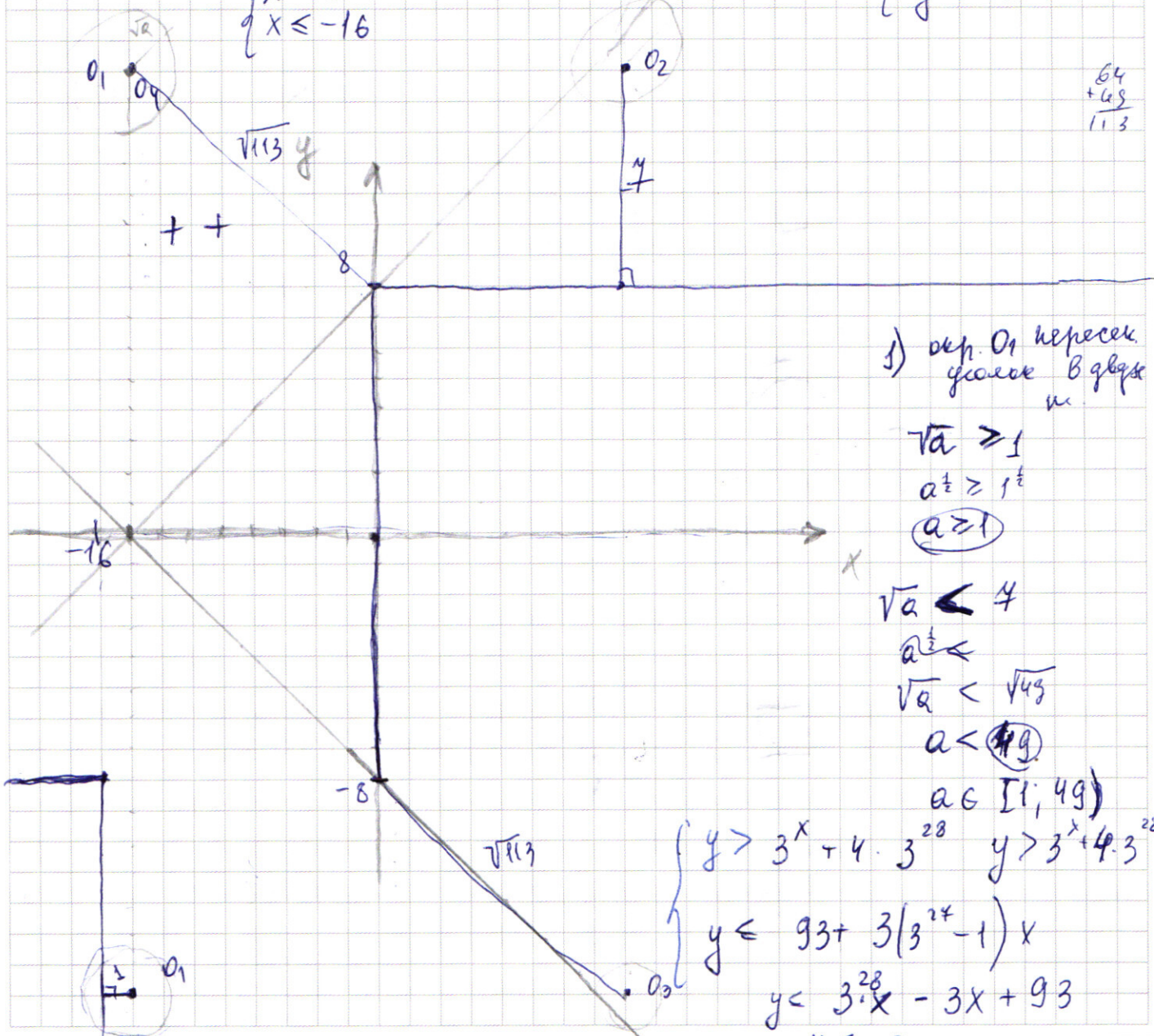
$$x = 0$$

$$\begin{cases} y \geq 8 \\ y \geq -8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & \begin{cases} y < -x-8 \\ y < x+8 \end{cases} \quad \begin{aligned} -x-y-8 - x+y-8 &= 16 \\ -2x &= 32 \end{aligned} \\ & \quad \quad \quad x = -16 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y < 8 \\ y < -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ + 64 \\ \hline 128 \end{array}$$



1) окр. O1 пересек. фокус в эллипсе

$$\sqrt{a} \geq 1$$

$$a^{\frac{1}{2}} \geq 1^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{a \geq 1}$$

$$\sqrt{a} < 4$$

$$a^{\frac{1}{2}} < 4^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt{16}$$

$$a < 16$$

$$a \in [1; 16)$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \end{cases}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$

$$y < 3^{28}x - 3x + 93$$

$$y \leq 2$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 4x + \frac{\pi}{2} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{2\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left(-\frac{x^4}{y}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2) \quad \text{или } y$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x(x-4) = 0$$

$$(y^2 + 2xy + x^2) - x^2 - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 4x(x-3) + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 4(x(x-3) - y) = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{4(x+2)^2 + 4 \cdot 3x(x-4)}}{2}$$

$$= \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x}}{2}$$

$$= \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{16x^2 - 32x + 16}}{2}$$

$$= \frac{-2(x+2) \pm \sqrt{(4x-4)^2}}{2}$$

$$(y - (x-4))(y - (-3x)) = 0$$

$$(y - x + 4)(y + 3x) = 0$$

$$\left(-\frac{x^4}{y}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\frac{(x^4)^{\ln(-y)}}{-y^{\ln(-y)}} = \left(x^{\ln(xy^2)}\right)^2 = \left(x^{\ln(xy^2)}\right)^2$$

$$\frac{\ln e^{-4}}{\ln e^{-y}} = \frac{(\ln e^{-4})^{\ln(-y)}}{(x^4)^{\ln(-y)}}$$

$$\ln \left(-\frac{x^4}{y}\right) \ln(-y) = \ln x^2 \ln(xy^2)$$

$$\ln(-y) \ln\left(\frac{x^4}{-y}\right) = 2 \ln(xy^2) \cdot \ln x$$

$$\ln(-y) \cdot (\ln x^4 - \ln(-y)) = 2(\ln x + 2 \ln(-y)) \cdot \ln x$$

$$\ln x = t \quad \ln(-y) = s$$



$$s(4t-s) = 2(t+2s) \cdot t \quad \text{анн. } t$$

$$4st - s^2 = 2t^2 + 4st$$

$$2t^2 - 3st + s^2 = 0$$

$$2\left(t-s\right)\left(t-\frac{s}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} t=s \\ t=\frac{s}{2} \end{cases}$$

$$1) \ln(-y) = \ln x$$

$$x = -y$$

$$\begin{cases} 2y+4=0 \\ -2y=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=0 \text{ — не глоб. экстр.} \\ y=-2 \end{cases}$$

$$x=2$$

$$\begin{aligned} (y+4-x)(y+3x) &= 0 \\ (2y+4)(y-3y) &= 0 \end{aligned}$$

$$\ln(-y) \quad \ln x = \frac{\ln(-y)}{2}$$

$$2\ln x = \ln(-y)$$

$$\frac{\ln(-y)}{\ln x} = 2$$

$$\log_x(-y) = 2$$

$$x^2 = -y$$

$$\begin{cases} x = -y = 1 \text{ — не глоб. экстр.} \\ x^2 = -y \end{cases}$$

$$(4-x-x^2)(3x-x^2) = 0$$

$$\begin{cases} x^2+x-4=0 \\ x(x-3)=0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \text{ — глоб. экстр.}$$

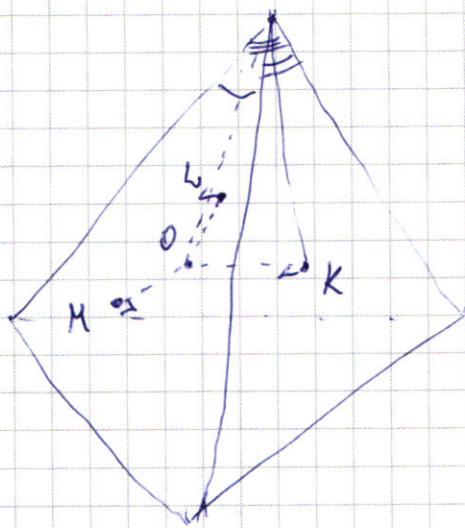
$$\begin{aligned} y &= -\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = \\ &= -\frac{14-2\sqrt{17}+1}{2} = \\ &= -\frac{13-2\sqrt{17}}{2} = -(9-\sqrt{17}) = \sqrt{17}-9 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}, \sqrt{17}-9\right)$$

$$(3, -9)$$

$$\begin{aligned} [x=0 \text{ — не глоб. экстр.}] \\ (x=3, \text{ макс. } y=-9) \end{aligned}$$

М4





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 8 | 2 | 7 | 3 |
| 2 | 1 | 6 | 0 | 9 | 3 |
| 4 | 2 | 0 | 3 | 3 |   |
| 2 | 4 | 0 | 1 | 7 |   |
| 3 | 4 | 3 | 7 |   |   |
| 4 | 9 | 7 |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |
| 1 |   |   |   |   |   |

4 · 4 · 4 · 4 · 3 · 3 · 3 · 1  
... - 8 позиций  
8 вариантов выбора  
1) место, где будем ставить единицу.

$$C_4^4 = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$$

на оставшиеся позиции - выстроим единицы  
⇒ всего вариантов  $35 \cdot 8 = 280$

9 3 7 7 7 7 1 1

8 вар. расположить 9  
7 вар. расположить 3  
 $C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} = 15$  вар.

на ост. 2 места 1 единич. образом

Всего вар. -  $15 \cdot 8 \cdot 7 = 840$  вар.

$840 + 280 = 1120$  вар.

ответ: 1120 вар.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (2 \cos^2 2x - 1) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0 \end{cases}$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan 2x &= -1 \\ 2x &= -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ 2x &= -\arctg 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$



$$2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$2 \cos 2 \left( \cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin 3x \right) + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$2 \cos 3x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x \cdot \sin 3x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x (2 \cos 3x + \sqrt{2}) - \sin 2x (2 \sin 3x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = 0$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = 0$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x = 0$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cdot \cos^2 x + (1 - 2 \sin^2 x) \cdot \sin x$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = 0$$

$$2 \sin x (1 - \sin^2 x) + \sin x - 2 \sin^3 x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sin x - 2 \sin^3 x$$

$$4 \sin^2 x \cdot \cos x - 3 \cos x$$

$$3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\cos 2x \cdot 6 \sin$$

$$\cos 2x (2 \cdot (4 \cos^3 x - 3 \cos x) + \sqrt{2}) - \sin 2x (2(3 \sin x - 4 \sin^3 x) + \sqrt{2}) = 0$$

$$\cos 2x (8 \cos^3 x - 6 \cos x + \sqrt{2}) - \sin 2x (6 \sin x - 8 \sin^3 x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\cos^2 2 \cos^2 x - 1 - 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$2 \cos x (\cos x - \sin x) - 1$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$8 \cos^3 x \cdot \cos 2x - 6 \cos x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos 2x - 6 \sin x \cdot \sin 2x + 8 \sin^3 x \cdot \sin 2x - \sin 2x \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{6} \left( \frac{2}{\sqrt{6}} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cos 2x \right) - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{6} \left( 2 \cos 5x = \sqrt{2} (\sin 2x - \cos 2x) \right)$$

$$t = \arcsin$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right)$$

$$2 \cos 5x = 2 \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot 2 \cos \frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \cos 5x = -2 \cdot \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \frac{4x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos 5x = -\cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \begin{cases} \cos \frac{4x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\cos 5x + \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$